

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

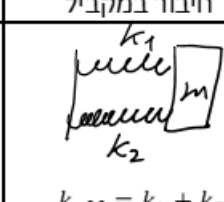
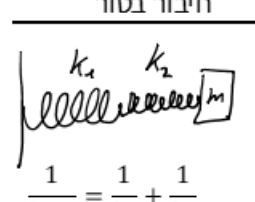
ובמאונך למישור $mg\cos(\theta)$, שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$
- בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר
בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$
- בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

קפיצים

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל	חיבור בטור
	

כבידה והכוח הריבועי ההפוך

כוח הכבידה בין שני גופים בעלי מסה: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
- כאשר m_1 ו- m_2 הן שתי המסות ביניהם פועל הכוח.
- r הוא המרחק בין מרכזי הכובד של הגופים. מפה השם הכוח הריבועי ההפוך.
- G הוא קבוע הנקרא **קבוע הכבידה העולמי** (או קבוע הגריטטיצה העולמי או קבוע ניוטון), ערכו נמדד בניסויים והוא: $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2kg} = 6.67384 \cdot 10^{-8} \frac{cm^3}{s^2gr}$

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F\Delta x \cos \alpha$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
- כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).
אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית: $W_{SF} = \Delta E_k$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ): $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 k הוא קבוע הקפיץ
 Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)
האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות: $E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.
משפט עבודה אנרגיה: $W_{NC} = \Delta E$ או $E_i + W_{NC} = E_f$
 E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.
ניסוח לשינוי בגובה של מטוטלת: $h = l(1 - \cos \theta)$
 h - הגובה מההתחלה
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חום (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
- כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 $Q = -W_{f_k}$
- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או ההספק ממוצע: $P = \frac{W}{\Delta t}$
היחידה הסטנדרטית של ההספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.
יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1Hp = 746Watt$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.
- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

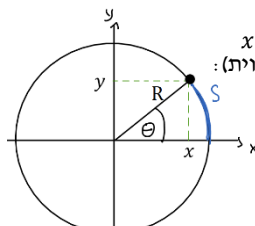
תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.

מיקום הגוף:

תדירות (אורך הקשת שמול הזווית): $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
 $S = R \cdot \Delta \theta$

- יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים



המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.
מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת: $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ (ביחידות של רדיאן לשניה)
 f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור.
הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבוע): $|\vec{v}| = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
סכום הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$

- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר X למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
- אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).
עבור תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת: $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$
תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.
עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת: $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ (ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע).
הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה): $a_\theta = \alpha R$
מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$
זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$
התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$
בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה: $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.
- משוואת שימור התנע הופכת ל- $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$
 $\vec{u}$ היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות.
רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.
- משוואת שימור התנע הופכת ל- $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשות אלסטית! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.
- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.
- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתאפיין להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.
התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות שצדד האגפים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x : $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$

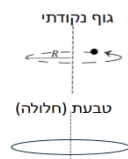
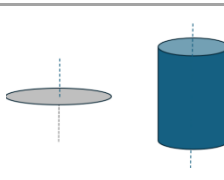
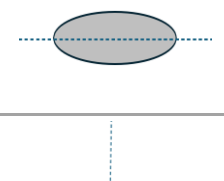
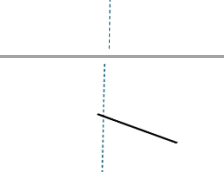
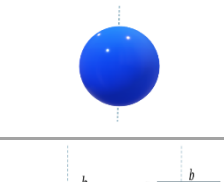
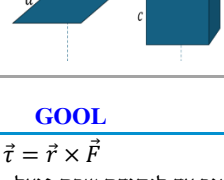
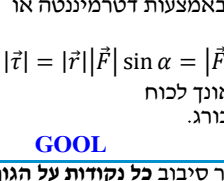
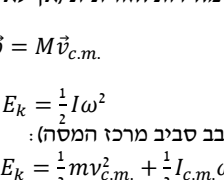
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה להתחלף. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים: $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$
אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$
משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי	גוף קבוע סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$
	טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
	דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$
	מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
	מוט בקצה: $I = \frac{1}{3}mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$
	

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_\perp$
כאשר $r_\perp$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
אנרגיה קינטית סיבובית: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$
- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$
- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה : מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R ; v_{c.m.} = \omega R$ - בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור דרך כוחות ומומנטים

עושים: 1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m}$:II 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$ 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m} = \alpha R$	בודקים מה נשמר: 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים. 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס. 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.
--	--