

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד) **GOOL**

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
 מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): **GOOL**

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
 סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמואנך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי) **GOOL**

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$

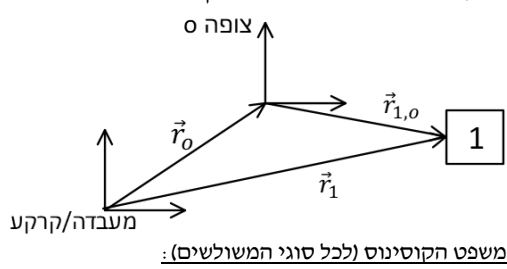
הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש בכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את תנאי הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (כדור מלא / קליפה כדורית עבה)

$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)

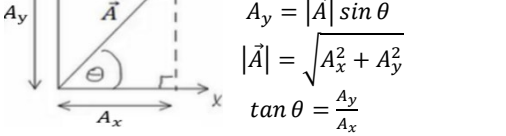
צפיפות נפחית/משטחית/אורכית: $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי: $dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

וקטורים **GOOL**



כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

- α זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

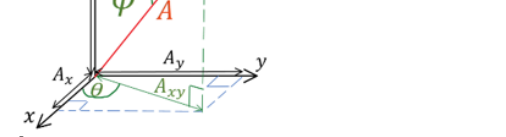
$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים: $0 \leq \varphi \leq \pi$; $0 \leq \theta \leq 2\pi$; $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית: $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

גודל המכפלה הוא: $\vec{A} \times \vec{B}$

וכיוון לפי כלל יד ימין:

גודל המכפלה הוא: $\vec{A} \times \vec{B}$

וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדה ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות: $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

מבוא מתמטי **GOOL**

ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{b}{a}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

γ – הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

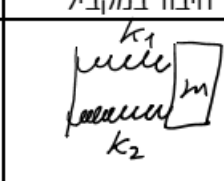
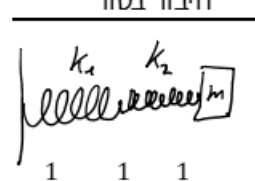
γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a המהירות שמודד מד לייזר:

$$\vec{v} = \frac{d}{dt} |\vec{r}| = \frac{\dot{x} \cdot \hat{x} + \dot{y} \cdot \hat{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

קפיצים

חוק הוק – הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$
כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
כוח גרר וכוח ציפה	

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$
כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה – משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה במשוואות הכוחות.
מהירות סופית – המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
כוח סטוקס – כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ – צמיגות הנוזל, R רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
 $F_b = \rho_l V g$ כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta\theta \cdot R$
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיוס!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$
כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 f – התדירות, T – זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$ למרכז המעגל

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קבועה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$
- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$
- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

קואורדינטות פולריות

$x = r \cos \theta$; $y = r \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$; $\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$
 $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = r\hat{r}$; $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$
 $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$-\vec{m}\vec{a}_0 + \vec{\Sigma F}_{\text{אמיתיים}} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.

אמיתיים $\vec{\Sigma F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
" $m\vec{a}_0$ " הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.
הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

הכוח הצנטריפוגלי: $\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$
או בצורה יותר כללית: $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
כוח קוריוליס: $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$
כאשר $\vec{v}'$ בשתי הנוסחאות ω הוא של הצופה (ולא של הגוף) ו- $\vec{v}'$ – מהירות הגוף ביחס לצופה.
 $\vec{r}'$ וקטור המיקום של הגוף

אם הצופה גם מסתובב וגם נע אז נוסף גם $-ma_0$ וגם את הצנטריפוגלי וקוריוליס

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
- אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
 $W_{EF} = \Delta E_k$ העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף
 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית
כוח משמר:

העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.
- העבודה במסלול סגור מתאפסת.
יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c = -\Delta U$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$
כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.
חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית:
 $E = E_k + U$
- סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$
 W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים
חוק שימור האנרגיה:
אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת העבודה של כוח לא קבוע:

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$
בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
דוגמה בוד-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$.
הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר:
אם ורק אם $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.
נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתווזה קטנה): $U''_x > 0$
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווזה קטנה): $U''_x < 0$
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
שיווי משקל יציב – כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף – כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס
חשוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:
נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת
 $\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x$ וגם $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ וגם $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$
שלב 1 – נעשה $U = -\int F_x dx + g(y, z)$
כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב- y, z
דוגמה: $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$
 $U = -\int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2 yz + g(y, z)$

שלב 2 – נעשה $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ ומשם נמצא את $g(y, z)$
באמצעות אינטגרל על y ונוסיף $h(z)$. בדוגמה:
נציב ב- $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$: $-x^2 z + \frac{\partial g(y, z)}{\partial y} = -(zx^2 + 3)$
נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $g(y, z) = -3y + h(z)$
עכשיו $U = -x^2 yz - 3y + h(z)$

שלב 3 – נעשה $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:

נציב ב- $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$: $-x^2 y + \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -yx^2$
נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע:
 $h(z) = C$
קבלנו: $U = -x^2 yz - 3y + C$
שלב 4 – בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין תנאי נשאר את C .
- אם אין תלות ב- z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק ונצילות

הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 $\vec{F}$ – הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{E_{in}}$
כאשר out מצייין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מצייין את כל מה שמושקע.

מתקן ותנע

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקן של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$
המתקן הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקן הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה לשימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואות התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$
אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$
בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שחן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקן) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקופה: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקן שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

בעיית שני הגופים מסות מצומדות

נוסחאות המעבר למשתנים:

$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$; $\vec{r}_{rel} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
מעבר הפוך: $\vec{r}_1 = \vec{r}_{c.m.} - \frac{m_2 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$; $\vec{r}_2 = \vec{r}_{c.m.} + \frac{m_1 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$

האנרגיה: $E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2 + U(r_{rel})$
כאשר $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ היא המסה המצומצמת

תנ"צ: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$; $\vec{L}_{c.m.} = \mu \vec{r}_{rel} \times \vec{v}_{rel}$

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשכיכה בהתאמה. מספר גופים קשחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{ext} = m a_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות. בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m} = \int x dm$$

כנ"ל לגבי x, y, z , לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי. מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M \vec{v}_{c.m.}$. ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה. מערכת מרכז המסה היא מערכת שזוהי ביחד עם נקודת מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמציה גלילי. במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשמר. **מסה משתנה** **GOOL**

הנוסחה $\vec{F} = m \vec{a}$ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$. נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:

$$\sum \vec{F}_{ext} = M(t) \frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_{rel} \frac{dm}{dt}$$

כאשר $\frac{dm}{dt}$ הוא קצב הפליטה (חיובי כאשר חומר יוצא מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף). $\vec{v}_{rel}$ - מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחורה אז היא צריכה להיות שלילית) ext - הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

מומנט כוח **GOOL**

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$. כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$. כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג. **תנע זוויתי (תנ"ז)** **GOOL**

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$. $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$$|\vec{L}| = mvd$$

כאשר d זה המרחק האפקטיבי. v - המהירות. הקשר בין תנ"ז

$$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

למומנט כוח: חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב

מרכז מסה שנו: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$. כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה. **פרצסיה (נקיפה):**

לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה תותנה לא את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

תנועה הרמונית פשוטה **GOOL**

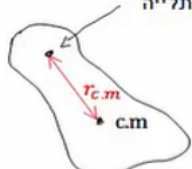
משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$. k ו- m הם קבועים **חיוביים** כלשהם. x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי. x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר. $\ddot{x}$ - נגזרת שנייה של המשתנה. חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$. x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\vec{F} = 0$. A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל. ω - תדירות זוויתית $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$. ϕ - פאזה. **מציאת הקבועים בפתרון:**

x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\text{של המקדם } x}{\text{של המקדם } \ddot{x}}}$$

φ, A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$. נוסחה למהירות המקסימאלית: $v_{max} = \omega A$. **מטוטלת פיזיקאלית:** גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהיא



$$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

I_0 - מומנט ההתמד בנקודת התליה

$$E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$$

האנרגיה: האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה. חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל. **בור פוטנציאל:** כאשר גוף נע בסביבה קרובה מאוד למינימום של הפוטנציאל (האנרגיה הכללית שלו גדולה רק במעט מהאנרגיה הפוטנציאלית במינימום) אז הוא מבצע תנועה הרמונית בתדירות:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''(x_0)}{m}}$$

x_0 - מיקום נק' המינימום, ו- $U''(x_0)$ נגזרת שנייה בנקודה. **תנועה הרמונית מרוסנת** **GOOL**

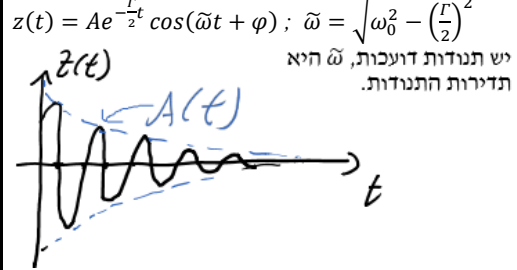
בנוסף לכוח הקפיץ נוסף **כוח מרוסן** מהצורה: $F = -\lambda v$. v - מהירות הגוף ו- λ קבוע. **משוואת התנועה:** $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$. **מקרה (I) - ריסון חזק:** $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$. אין תנודות

$$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} \right)$$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$. $z(t) = \frac{1}{A + B \cdot t} \cdot e^{-\omega_0 t}$. דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$. $z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \phi)$; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$. יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.



תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת **GOOL**

בנוסף לכוח הקפיץ והמרוסן נוסף **כוח מאלץ** מהצורה: $\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$. F_0 ו- Ω קבועים כלשהם

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$. **פתרון משוואת התנועה:**

$$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{homog}(t)$$

$x_{homog}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ... במצב עמיד (לאחר זמן רב) נוניח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\Gamma \ll \omega_0$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרוסן)

יחסות פרטית **GOOL**

תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:

- חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
- האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
- מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
- אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור
- בוואקום. מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
- הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

$$\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = \frac{v_0}{c}$$

פקטור גאמה:

γ_0 תמיד גדולה מ 1 **טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן:**

$$x' = \gamma_0(x - v_0 t); y' = y; z' = z$$

$$t' = \gamma_0 \left(t - \frac{v_0 x}{c^2} \right); \beta = \frac{v_0}{c}; \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$x = \gamma_0(x' + v_0 t'); y = y'; z = z'$$

$$t = \gamma_0 \left(t' + \frac{v_0 x'}{c^2} \right)$$

- הצירים של המערכות **חייבים** להיות מקבילים. - בזמן $t = t' = 0$ **חייבים** שהראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית: מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

- **זמן עצמי** τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

- **אורך עצמי** l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכווצות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה

$$l = \frac{l_0}{\gamma_0}$$

(העצמית) למערכת נעה

התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה)

$$\Delta t = \gamma_0 \tau$$

שינוי זווית במדידת אורך: $\tan \theta' = \gamma_0 \tan \theta$

θ' - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת העצמית θ - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת אחרת. **אפקט דופלר היחסות:**

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tau$$

זמן המחזור של הגל:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda'$$

אורך הגל:

$$f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f'$$

תדירות הגל:

$$v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}; v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$$

טרנספורמציות לורנץ למהירויות:

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}; v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$$

אברציה - שינוי זווית המהירות:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0 \left(\cos \theta - \frac{v_0}{c} \right)}$$

שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות (כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.

תנע ואנרגיה יחסותיים: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$; $E = \gamma mc^2$. הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות. נוסחאות נוספות:

$$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4; |p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$$

$$E_0 = mc^2$$

אנרגיית מנוחה:

$$E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$$

אנרגיה קינטית: עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרינו) והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = h\nu$ ν היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ קבוע פלאנק **טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:**

$$E' = \gamma_0(E - v_0 p_x); p'_x = \gamma_0(p_x - v_0 E/c^2)$$

$$p'_y = p_y; p'_z = p_z$$

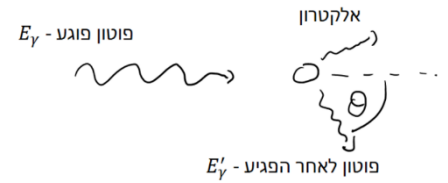
וקטור תנע אנרגיה: $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c} \right)$ **"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות הייחוס:**

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c} \right)^2 = \text{const}$$

- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.

- עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$. **פיזור קומפטון:**

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

E_γ - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

E'_γ - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

m_e - מסת אלקטרון

θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

יחידת האלקטרון וולט: $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

המרת מסת הגופים לאנרגיה:

$$m_e | \approx 8.19 \times 10^{-14} \text{ J} (\approx 511 \text{ keV})$$

$$m_p | \approx 1.50 \times 10^{-10} \text{ J} (\approx 938 \text{ MeV})$$

$$m_{\text{Uranium}} \approx 3.55 \times 10^{-8} \text{ J} (\approx 225 \text{ GeV})$$

- ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{eV}{c}$ כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב c.

$$\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\gamma^3 \vec{a}_{||} + m\gamma \vec{a}_{\perp} \quad \text{כוחות ביחסות פרטית:}$$

$\vec{a}_{\perp}, \vec{a}_{||}$ הרכיב המאונך והמקביל של התאוצה למהירות

גודל הרכיב המקביל של התאוצה: $a_{||} = \dot{v}$

טרנספורמציה של הכוחות:

$$F'_x = F_x - \frac{v_0 (F_y v_y + F_z v_z)}{c^2 - v_0 v_x}$$

$$F'_y = \frac{F_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}; \quad F'_z = \frac{F_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$F_x = F'_x + \frac{v_0 (F'_y v'_y + F'_z v'_z)}{c^2 + v_0 v'_x}$$

$$F_y = \frac{F'_y}{\gamma_0 \left(1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}\right)}; \quad F_z = \frac{F'_z}{\gamma_0 \left(1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}\right)}$$