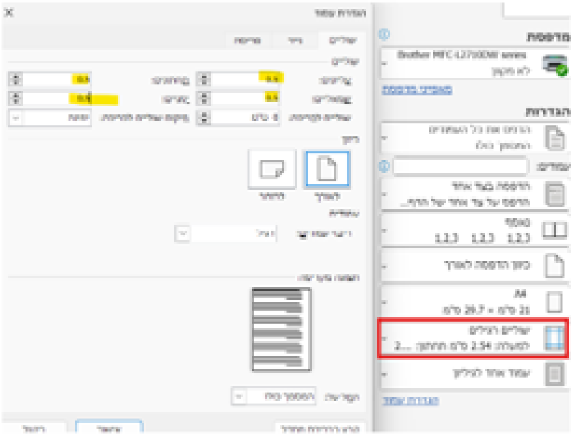
הוראות לדף הנוסחאות

הוראות הדפסה! :

את הדף יש להדפיס עם <u>שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד</u>.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השולים, לבחור שולים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים



עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

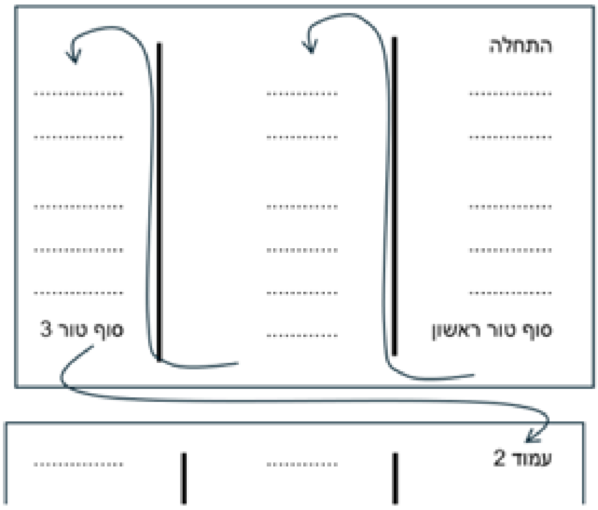
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:

הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני <u>באותו עמוד</u> (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.



מבוא לגלים GOOL

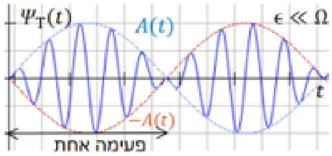
<u>גלים רוחביים</u> : ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות (מיתר)
<u>גלים אורכיים</u> : ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות (קול)
<u>תווך</u> : החומר בו מתקדמת ההפרעה
<u>פונקציית הגל</u> : $f(x\pm vt)$, כאשר v היא מהירות הגל.
<u>אנרגיה של גל</u>: $E\propto A^2$, A היא האמפליטודה (משרעת)
<u>משוואת הגלים במימד אחד</u> : $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}=\frac{1}{v^2}\frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$

כל פונקציה מהצורה $f(x\pm vt)$ היא פתרון של משוואת הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני הפתרונות אותה מהירות גל.

<u>התאבכות</u>: סכימה של גלים שנפגשים
<u>חזית גל</u> : אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן
<u>גלים מחזוריים</u>: $\boldsymbol{\lambda = v\cdot T}$
- λ - אורך הגל ; T -זמן המחזור ; v - מהירות הגל
- <u>תדירות</u> (מספר המחזורים בשנייה) : $f=\frac{1}{T}$
- <u>גל הרמוני</u>: $y(x,t)=A\cos(kx\pm\omega t+\varphi)$
- <u>מספר הגל</u> : $k=\frac{2\pi}{\lambda}$
- <u>קשרים בין הגדלים השונים</u>: $\omega = vk = 2\pi f=\frac{2\pi}{T}$

<u>גל עומד</u>: מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים מנוגדים
$y(x,t)=A\sin(kx)\cos(\omega t+\varphi)=$
$=\frac{A}{2}\sin(kx-(\omega t+\varphi))+\frac{A}{2}\sin(kx+(\omega t+\varphi))$
- <u>נקודות צומת (node)</u>: נקודות שלא זזות. אין מהירות גל.
- <u>נקודות טבור (antinode)</u> : אמפליטודה מקסימאלית.

<u>פעימות</u>: בפעמיות אנחנו מחברים שני גלים בעלי אותה אמפליטודה ומקבלים גל בתוך מעטפת (פעימה).
$\Psi_1(t)=A\cos(\omega_1 t)$ & $\Psi_2(t)=A\cos(\omega_2 t)$
$\Psi_T(t)=\Psi_1(t)+\Psi_2(t)=2A\cos(\varepsilon t)\cos(\Omega t)$



$\varepsilon=\frac{\omega_f-\omega_s}{2}$
$\Omega=\frac{\omega_f+\omega_s}{2}$

תדירות הפעימה היא 2ε

אנליזת פוריה GOOL

$$f(x)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}\left[A_n\cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)+B_n\sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)\right]$$

כאשר L הוא המחזור של הפונקציה (אפשרי גם שהמחזור של הפונקציה יהיה קטן מL אבל לא גדול ממנו).
הפונקציה צריכה להיות מחזורית ובמרחב L_2.

$$A_0=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)dx$$
$$A_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)dx$$
$$B_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\left(\frac{2\pi n}{L}x\right)dx$$

<u>מכפלה פנימית</u>: $\int_0^L f(x)g(x)dx$

<u>פונקציות אורתוגונליות</u>:
$$\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)\cos\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)dx=0$$
$$\int_0^L \cos\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)\cos\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)dx=\frac{L}{2}\delta_{nm}$$
$$\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)\sin\left(\frac{2\pi nx}{L}\right)dx=\frac{L}{2}\delta_{nm}$$

אפשר לתאר באמצעות אותן נוסחאות של טור פורייה גם קטע מתוך פונקציה שאינה מחזורית או פונקציה המוגבלת לתחום מסוים. צריך לזכור שהטור מתאר רק את הקטע המסוים ובשאר המרחב הוא מתאר שכפול של הקטע ולא את הפונקציה המקורית.

<u>טור סינוסים וקוסינוסים לתיאור פונקציה בקטע סופי</u>:
$$f(x)=\sum_{n=1}^{\infty}B_n\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$$
$$B_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\sin\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx$$
$$f(x)=\frac{A_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}A_n\cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)$$
$$A_n=\frac{2}{L}\int_0^L f(x)\cos\left(\frac{\pi n}{L}x\right)dx$$

<u>טור אקספוננטים</u>: $f(x)=\sum_{n=-\infty}^{\infty}C_n e^{i\frac{2\pi n}{L}x}$
$$C_0=\frac{1}{L}\int_0^L f(x)dx\ ,\qquad C_n=\frac{1}{L}\int_0^L f(x)e^{-i\frac{2\pi n}{L}x}dx$$

<u>הקשר בין המקדמים בטור אקספוננטים לטור סינוסים וקוסינוסים</u>:
$$A_n=C_n+C_{-n}\ ;\ B_n=i(C_n-C_{-n})\ ;\ \frac{A_0}{2}=C_0$$
$$C_n=\frac{1}{2}(B_n-iA_n)\quad ;\quad C_{-n}=\frac{1}{2}(B_n+iA_n)$$

<u>תופעת גיבס</u>: קרוב לנקודת האי רציפות של הפונקציה המקורית. נראה תנודתיות בפונקציה המתוארת על ידי הטור. תנודתיות זו הולכת וקטנה ככל שמספר האיברים בטור גדל והיא נעלמת לגמרי עבור אינסוף איברים.
בנקודת אי הרציפות אנחנו נראה סטייה של 0.9% מערך הקפיצה בפונקציה, סטייה זו היא קבועה ואינה קטנה ככל שמגדילים את מספר האיברים (החל ממספר איברים מסוים).

<u>התמרת (טרנספורם) פורייה</u>:
$$f(k)=FT[f(x)]=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}f(x)e^{-ikx}dx$$
<u>התמרה הפוכה</u>: $f(x)=\int_{-\infty}^{\infty}f(k)e^{ikx}dx$

<u>תכונות</u>:
$FT[\alpha f(x)+\beta g(x)]=\alpha FT[f(x)]+\beta FT[g(x)]$
אם $f(x)\in G$ אז $\int_{-\infty}^{\infty}|f(x)|dx\neq\infty$
אם $f(x)\in G$ אז $F(k)$ רציפה.
אם $f(x)\in G$ אז $\lim_{k\to\pm\infty}F(k)=0$, רימן-לבג
אם $f(x)$ זוגית אז $F(k)=\frac{1}{\pi}\int_0^{\infty}f(x)\cos(kx)dx$
אם $f(x)$ אי-זוגית אז:
$F(k)=-\frac{i}{\pi}\int_0^{\infty}f(x)\sin(kx)dx$
אם $f(x)$ ממשית אז $\overline{F(k)}=F(-k)$

<u>התמרות של פונקציות מיוחדות</u>:
גאוסיאן: $FT\left[Ae^{-ax^2}\right]=\frac{Ae^{-\frac{k^2}{4a}}}{2\sqrt{\pi a}}$
אקספוננט: $FT\left[Ae^{-a|x|}\right]=\frac{aA}{\pi(a^2+k^2)}$
לורנציאן: $FT\left[\frac{a}{a^2+x^2}\right]=\frac{1}{2}e^{-a|k|}$
פונקציית דלתא: $FT[\delta(x)]=\frac{1}{2\pi}$
קבוע: $FT[1]=\delta(k)$

<u>נוסחת הכפל באקספוננט , קוסינוס או סינוס (מודולציה)</u>:
$FT\left[f(x)e^{iCx}\right]=F(k-C)$
$FT[f(x)\cos(Cx)]=\frac{F(k-C)+F(k+C)}{2}$
$FT[f(x)\sin(Cx)]=\frac{F(k-C)+F(k+C)}{2i}$
<u>נוסחת הכיווץ והזזה</u>: $FT[f(ax+b)]=\frac{1}{|a|}e^{i\frac{kb}{a}}F\left(\frac{k}{a}\right)$
<u>נוסחת הנגזרת</u>: אם $f(x)\,,f'(x)\in G$ ו- $\lim_{x\to\pm\infty}f(x)=0$
אז: $FT[f'(x)]=ikF(k)$
<u>נוסחת המומנט</u>: אם $xf(x)\in G$ אז $F(k)$ גזירה ברציפות
ו- $FT[xf(x)]=i\frac{d}{dk}F(k)$

גלים רוחביים במיתר GOOL

<u>משוואת הגלים</u>: $\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial x^2}=\frac{\rho}{T}\frac{\partial^2\psi(x,t)}{\partial t^2}$
T – המתיחות במיתר , ρ – צפיפות המסה ליחידת אורך, ψ – פונקציית הגל, ההעתקה הרוחבי של כל חתיכה במיתר.
<u>מהירות הגל</u>: $v=\sqrt{\frac{T}{\rho}}$
<u>פתרון המשוואה</u>:
$\psi(x,t)=A\cos(kx-\omega t)+B\sin(kx-\omega t)+$
$+C\cos(kx+\omega t)+D\sin(kx+\omega t)$
- אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזהויות טריגונומטריות)

$\psi(x,t)=A_1\cos(kx-\omega t+\phi_1)+$
$A_2\cos(kx-\omega t+\phi_2)=B_1\cos kx\cos\omega t+$
$B_2\cos kx\sin\omega t+B_3\sin kx\cos\omega t+$
$B_4\sin kx\sin\omega t=C_1\cos kx\cos(\omega t+\phi_1)+$
$C_2\sin kx\cos(\omega t+\phi_2)$
שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.

<u>פתרון במספרים מרוכבים</u>:
$\psi(x,t)=A_1e^{i(kx+\omega t)}+A_2e^{i(kx-\omega t)}+$
$A_3e^{-i(kx+\omega t)}+A_4e^{-i(kx-\omega t)}$
אם הפונקציה ממשית, אז $A_3=A_1^*$ ו- $A_4=A_2^*$, והפתרון מתכנס לחלק הממשי של
$$\psi(x,t)=Ae^{i(kx-\omega t)}+Be^{-i(kx+\omega t)}$$
<u>יחס הדיספרסיה</u>: $\omega=v\cdot k$
<u>פתרון באמצעות נוסחת ד'אלמבר</u>:
$\psi(x,t)=\frac{1}{2}[\psi(x-vt,0)+\psi(x+vt,0)]+$
$+\frac{1}{2v}\int_{x-vt}^{x+vt}\dot{\psi}(x',0)dx'$

החזרה והעברה GOOL

<u>תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב- $x=0$</u>:
1. רציפות הפונקציה: $\psi_L(0,t)=\psi_R(0,t)$
2. רציפות הכוח : $F_L=F_R$

אם המתיחות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הנגזרת:
$$\left.\frac{\partial\psi_L}{\partial x}\right|_{x=0}=\left.\frac{\partial\psi_R}{\partial x}\right|_{x=0}$$
$\psi_L(x,t)=\psi_r(x,t)+\psi(x,t)\ ;\ \psi_R(x,t)=\psi_t(x,t)$
$\psi_r(x,t)=r\psi(-x,t)$
$\psi_t(x,t)=t\psi\left(\frac{v_1}{v_2}x,t\right)\ ;\ v_1=\sqrt{\frac{T}{\rho_1}}v_2=\sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$

<u>מקדם החזרה</u>: $r=\frac{v_2-v_1}{v_2+v_1}=\frac{\sqrt{\rho_1}-\sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_2}-\sqrt{\rho_1}}$
<u>מקדם העברה</u>: $t=\frac{2v_2}{v_2+v_1}=\frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1}-\sqrt{\rho_2}}$

הערה : את הנוסחאות של מקדם ההעברה וההחזרה נרשום בנושא הבא בצורה יותר כללית עם שימוש בעכבות.

עכבה GOOL

<u>עכבה (impedance)</u>: $Z=\sqrt{\rho T}=\frac{T}{V}$
T – מתיחות. V – מהירות הגל
$$|Z|=\frac{|F_y|}{|V_y(t)|}$$
F_y – הכוח על אלמנט מסה
$V_y(t)$ – מהירות אלמנט מסה (מהירות החומר)

<u>מקדמי העברה והחזרה בפגיעה של גל מתווך 1 ל-2</u>:
$r=\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2}$ מקדם החזרה. $t=\frac{2z_1}{z_1+z_2}$ מקדם העברה
<u>תאום עכבות</u>: $z_1=z_2\Leftarrow t=1$ ו- $r=0$

אנרגיה הספק ותנע GOOL

<u>אנרגיה ליחידת אורך של גל נע במיתר</u>:
$$\varepsilon(x,t)=\rho\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)^2=\rho v^2\left(\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right)^2$$
<u>אנרגיה **ממוצעת** בזמן</u>: $\bar{\varepsilon}=\frac{1}{2}\rho\omega^2|A|^2$
<u>הספק רגעי בנקודה</u>, כמה עבודה עושה החלק השמאלי על החלק הימני ביחידת זמן:
$$P^{\pm}=\pm Z\left(\frac{\partial\Psi}{\partial t}\right)^2=\pm v\varepsilon(x,t)$$
$P^{\pm}$ הוא הספק רגעי של גל הנע בכיוון החיובי/שלילי
<u>ההספק **הממוצע** בזמן</u>: $\bar{P}^{\pm}=\pm\frac{1}{2}z\omega^2|A|^2$
<u>מקדם החזרה של האנרגיה</u>: $R=\frac{P_1^-}{P_1^+}=r^2=\left(\frac{z_1-z_2}{z_1+z_2}\right)^2$
<u>מקדם העברה של האנרגיה</u>: $T=\frac{P_2^+}{P_1^+}=\frac{z_2}{z_1}t^2=\frac{4z_1z_2}{(z_1+z_2)^2}$
$R+T=1$
<u>תנע</u>: התנע הוא אפס.

גלים עומדים GOOL

<u>*מיתר חצי אינסופי*</u>:
<u>קצה קשור</u>: $\Psi(x=0,t)=0\ \Rightarrow$
$\Rightarrow\Psi(x,t)=C\sin(kx)\sin(\omega t+\varphi)$
<u>קצה חופשי</u>:
$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0}=0\ \Rightarrow\ \Psi(x,t)=C\cos(kx)\cos(\omega t+\varphi)$

<u>*מיתר סופי*</u>:
<u>2 קצוות קשורים</u>: $\Psi(x=0,t)=\Psi(x=L,t)=0$
$\lambda_n=\frac{2L}{n};\ k_n=\frac{\pi n}{L}\ ;\ n=0,1,2,3\ldots;\ f_n=\frac{vn}{2L}$
$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\sin(k_nx)\sin(\omega_nt+\varphi_n)$$
<u>קצה קשור וקצה חופשי</u>:
$\Psi(x=0,t)=0\ ,\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=L}=0$
$k_n=\frac{\pi}{L}\left(n+\frac{1}{2}\right)\ ;\ n=0,1,2,3\ldots$
$\lambda_n=\frac{2L}{(n+\frac{1}{2})}\ ;\ f_n=\frac{v}{2L}(n+\frac{1}{2})$
$$\Psi(x,t)=\sum_{n=0}^{\infty}C_n\sin(k_nx)\sin(\omega_nt+\varphi_n)$$
<u>*מיתר סופי עם 2 קצוות חופשיים*</u>:
$\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=0}=0\ ,\left.\frac{\partial\Psi}{\partial x}\right|_{x=L}=0$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}\,;\ f_n = \frac{vn}{2L}\,;\ k_n = \frac{\pi n}{L}\,;\ n = 0,1,2,3\ldots$$

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(k_n x)\sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

קווי תמסורת ללא הפסדים GOOL

<u>קשרים בין מתח וזרם</u>: $\frac{\partial V}{\partial x} = -L_0\frac{\partial I}{\partial t}\ ;\ \frac{\partial I}{\partial x} = -C_0\frac{\partial V}{\partial t}$

<u>משוואת הגלים</u>: $\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = L_0C_0\frac{\partial^2 V}{\partial t^2}\ ;\ \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L_0C_0\frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$

L_0 ו- C_0 קיבול והשראות ליח' אורך

<u>עכבה (יכולה להיות תלויה במיקום)</u>: $Z = \frac{V}{I}$

<u>עכבה אופיינית</u>: $\frac{V^+(x,t)}{I^+(x,t)} = -\frac{V^-(x,t)}{I^-(x,t)} = Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$

לא תלויה במיקום (בדר״כ כשנתונה העכבה הכוונה לעכבה אופיינית).

<u>החזרה והעברה (בהנחה שאין גל חוזר בעומס)</u>:

$$V^-(x_0,t) = -rV^+(x_0,t)\ ;\ I^-(x_0,t) = rI^+(x_0,t)$$

$$V_L^+(x_0,t) = tV^+(x_0,t)\ ;\quad I_L^+(x_0,t) = tI^+(x_0,t)$$

$$t = \frac{2Z_0}{Z_L + Z_0}\ ;\ r = \frac{Z_0 - Z_L}{Z_L + Z_0}$$

אם יש קצר בקצה אז $Z_L = 0$, נקבל גל עומד.

גלי קול בצינור GOOL

<u>גל אורכי</u>: תנועת המולקולות בכיוון ההתקדמות הגל

$\psi(x,t)$ - פונקציית ההעתק של מולקולות הגז משיווי משקל. x מציין את מיקום המולוקולות בשיווי מישקל ולא את המיקום שלהן כתלות בזמן.

$\psi_p(x,t)$ - פונקציית הלחץ העודף access pressure.

$\Delta\rho(x,t)$ - פונקציית השינוי בצפיפות.

- נק' צומת בפונקציית ההעתק היא נק' טבור בפונקציות הצפיפות והלחץ ולהפך.

<u>גז אידיאלי בתהליך אדיאבטי</u>: $PV^\gamma = const$

P - לחץ. V- נפח. γ - קבוע הקשור לסוג הגז.

<u>הקשר בין פונקציית ההעתק לפונקציית הלחץ</u>:

(P_0 - הלחץ בשיווי משקל) $\frac{\partial\psi}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma P_0}\psi_p$

<u>מקדם האלסטיות של הגז</u>: $B_a = \gamma P_0$

<u>משוואת הגלים</u>: $\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\gamma P_0}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2}$

אותה המשוואה מתקיימת גם עבור ψ_p ו- $\Delta\rho$

<u>מהירות הגלים</u> (מהירות הקול, לפעמים כתובה באות c):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

- <u>באוויר בתנאים סטנדרטיים</u>: $v \approx 340\ {}^{m}/_{s}$

<u>הקשר בין הצפיפות לפונקציית ההעתק</u>: $\Delta\rho = -\rho_0\frac{\partial\psi}{\partial x}$

<u>עכבה של גל קול מישורי ליחידת שטח</u>: $\frac{Z}{A} = \rho_0 v$

ρ_0 - צפיפות המסה בשיווי משקל. A - שטח החתך של הצינור. v - מהירות הקול בחומר.

<u>האנרגיה הכוללת ליחידת אורך</u>:

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2}A\rho_0\left[\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 + v^2\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)^2\right] = A\rho_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2$$

השוויון האחרון הוא עבור גלים נעים בלבד.

<u>אנרגיה פוטנציאלית וקינטית ממוצעת בזמן ליחידת אורך</u>:

$$\bar{U}_{dx} = \bar{E}_{k_{dx}} = \frac{1}{4}\rho_0 A\omega^2\psi_{max}^2$$

<u>אנרגיה כוללת ממוצעת בזמן ליחידת אורך</u>:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2}\rho_0 A\omega^2\psi_{max}^2$$

ψ_{max} - האמפליטודה של פונקציית ההעתק – קבוע.

ω - התדירות הזוויתית.

<u>הספק של גל קול נע (כמה אנרגיה עוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן) בכיוון החיובי/שלילי</u>:

(לא לבלבל עם P של לחץ) $P(x,t) = \pm v\varepsilon(x,t)$

<u>עוצמה של הגל (ההספק ליחידת שטח)</u>:

$$I(x,t) = \frac{|P(x,t)|}{A} = v\rho_0\left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2$$

<u>עוצמה ממוצעת בזמן</u>: $\bar{I} = \frac{1}{2}v\rho_0\omega^2\psi_{max}^2$

<u>מדידת עוצמה בסולם לוגריתמי</u>: $I_a = I_0 \cdot 10^a$

a - היא העוצמה ב B (בל) . $I_0 = 10^{-12}\,\frac{W}{m^2}$.

$1B = 10\,dB$ (dB זה דציבל)

<u>עוצמה בגל כדורי</u>: $I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$

<u>תנאי שפה בצינור</u>:

- קצה סגור $\psi = 0$ (כמו קצה קשור במיתר)

- קצה פתוח $\psi_P = 0 \Rightarrow \frac{\partial\psi}{\partial x} = 0$ (כמו קצה חופשי במיתר)

<u>ערך RMS של פונקצית סינוס/קוסינוס הוא הערך המקסימלי חלקי</u> $\sqrt{2}$

מטריצת מומנט ההתמד: $L_i = \sum_j I_{ij}\omega_j$

$$I_{ij} = \sum_k m_k(r_k{}^2\delta_{ij} + i\cdot j)$$

כאשר i,j,k מקבלים את הערכים x,y,z