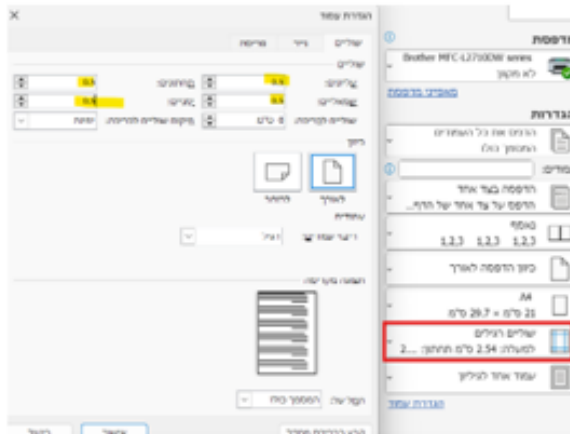


## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

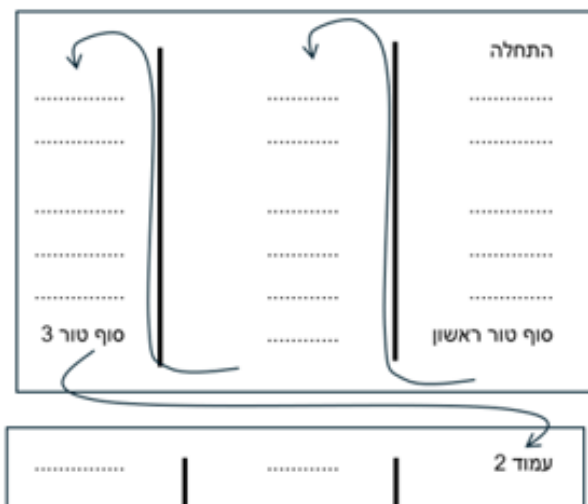
### מבנה הדף:

הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.



כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

## וקטור יחידה:

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  - זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

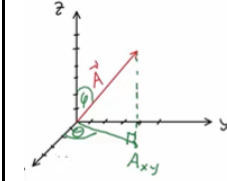
האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$



$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים:  $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$ ;  $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

מכפלה וקטורית:

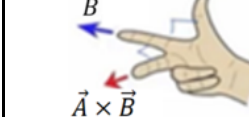
דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בגליליות:

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{v} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{v} \times \vec{F} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{v} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} +$$

$$+ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{v} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} +$$

$$+ \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית  $\varphi$  עם ציר ה-z והזווית  $\theta$  עם ציר x

במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}; \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) =$$

$$= \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

## מבוא מתמטי

קואורדינטות גליליות:  $(r, \theta, z)$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$



$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta (טבעת) / dz$$

$$ds = r dr d\theta (דיסקה) / r d\theta dz (קליפה גלילית דקה) / r dr dz$$

$$dv = r d\theta dr dz (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)$$

קואורדינטות כדוריות:  $(r, \theta, \varphi)$

$$z = r \cos \varphi$$

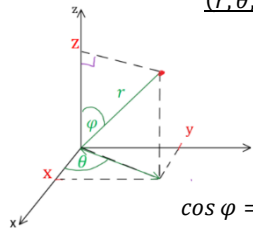
$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$



$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi (מעטפת כדור)$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr (מכפלה נפחית/משטחית/אורכית)$$

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

$$V, S, l \text{ הם נפח, שטח ואורך הגוף.}$$

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{v} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

דיברגנט div בקרטזיות:

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\vec{v} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$\vec{r}$  - וקטור מהמטען  $q$  אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

הכוח הפועל על מטען  $q$  הנמצא בשדה חשמלי  $\vec{E}$ :

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען  $q$  הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר).

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

נחלק את השדה או הכוח לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיבי  $(x, y, z)$  בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כאשר  $dl$ ,  $ds$  ו- $dv$  הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל

$$\varphi = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r} \text{ או } \vec{E} = - \vec{\nabla} \varphi$$

$$U = q\varphi$$

$$V = \Delta \varphi$$

$$W = -\Delta U = -q\Delta \varphi$$

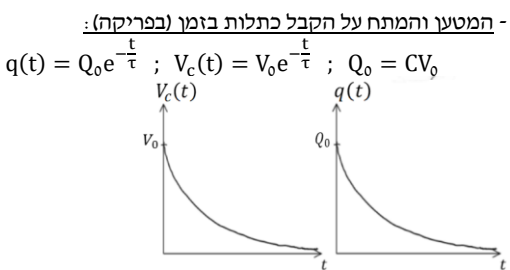
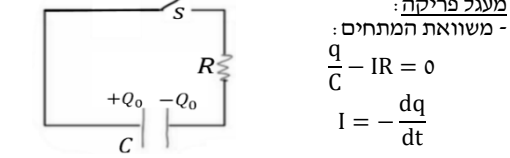
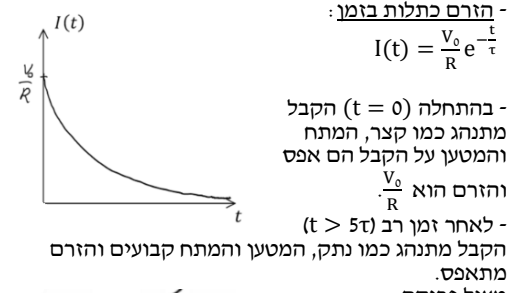
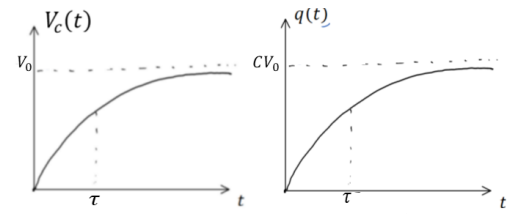
$$W = \Delta U = q\Delta \varphi$$

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$



**מבנה הנגד וצפיפות זרם**

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:  $R = \rho \frac{L}{S}$

התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: **שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד.** במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):  $\sigma = \frac{1}{\rho}$

צפיפות הזרם ליחידת שטח:  $\vec{J} = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$ .

אם  $\vec{J}$  אחידה אז:  $I = JS$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:  $\vec{J} = \sigma \vec{E}$

כאשר  $\sigma$  היא המוליכות ו- $E$  השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:  $\vec{J} = \rho \vec{v}$

כאשר  $\rho$  היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$  היא מהירות נושאי המטען. במוליך,  $\rho = nq$  כאשר  $n$  הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- $q$  הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה  $\vec{v}_{drift}$ .

צפיפות הזרם ליחידת אורך:  $\vec{k} = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם  $\vec{k}$  אחידה אז:  $I = kL$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:  $\vec{k} = \sigma \vec{v}$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך  $\lambda$  בתנועה בקבל:  $I = \lambda v$

**הכוח המגנטי - חוק לורנץ**

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.

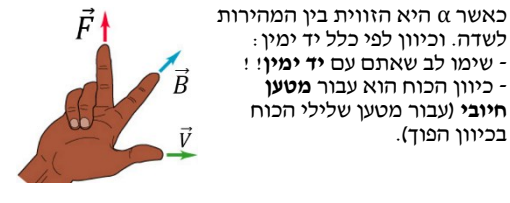
דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא:  $F_B = qvB \sin \alpha$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון כללי יד ימין!

שימו לב שאתם עם יד ימין!

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).



$\Delta$  - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגניות (ללא הפרעות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

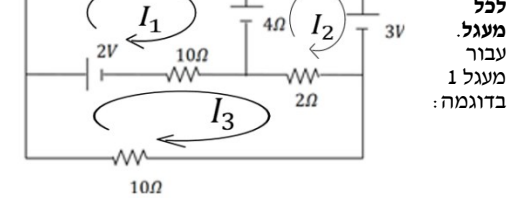
$$\begin{cases} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$\Delta_i$  - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- $i$  בעמודות התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:



2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל. לדוגמה:

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$$

3. נפתור את מערכת המשוואות

**חומרים דיאלקטרים**

הגדרת הקיבול:  $C = \frac{|q|}{|V|}$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:  $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות,  $d \ll \sqrt{A}$ .

E =  $\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$  שדה בתוך קבל לוחות:

$\sigma$  - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:  $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$

a - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים,  $a, b \ll L$

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:  $C' = kC_0$

k (או  $\epsilon_r$ ) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

$C_0$  - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר  $Q_T = Q_1 = Q_2$  ו-  $V_T = V_1 + V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):  $C_T = C_1 + C_2$

כאשר  $Q_T = Q_1 + Q_2$  ו-  $V_T = V_1 = V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בד"כ Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:  $U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$

העבודה שמבצעת הסוללה:  $W_S = \Delta q V_S = -2\Delta U_C$

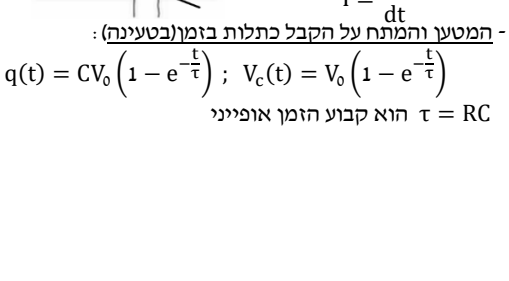
$\Delta q$  הוא המטען שעבר דרכה (זוה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:  $F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

**פריקה וטעינה של קבל**

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$



המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):  $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה: משוואות המתחים:  $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$  הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוק לחומר.

$\vec{E}$  הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

$\epsilon_r$  או  $\kappa$  - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרי"כ קבוע וידוע:  $\epsilon_r > 1$  ו-  $\epsilon_r \epsilon_0$

$\sigma_{free}$  - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$

$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$  - צפיפות המטען הכוללת:

$\sigma_i$  - צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים:

$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$

$\vec{P}$  - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$\vec{P} = N \vec{p}_1$

$\vec{p}_1$  - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של  $[\frac{1}{m^3}]$ .

מומנט הדיפול הכולל בחומר:  $\vec{p} = \int \vec{P} dV$

הקשר בין  $\vec{P}$  לצפיפות המושרית על השפה:

$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$



**השראות של סליל:**  $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$

$N$  מספר הליפופים הכולל,  $l$  אורך הסליל ו-  $a$  רדיוס טבעת

**כא"מ ברכיב עם השראות  $L$ :**  $\varepsilon = -L\dot{I}$

**האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):**

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2$$

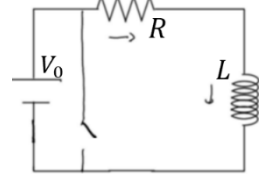
**האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:**

$$U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$$

- את האינטגרל עושים על כל המרחב.  
 - זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).  
 - ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).  
**המתח על סליל (משך) במעגל:**  $V_L = L\dot{I}$   
 הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

**מעגלי RL**

**טעינה:**



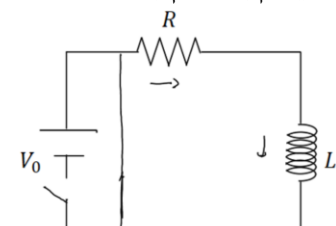
$$V_0 - IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

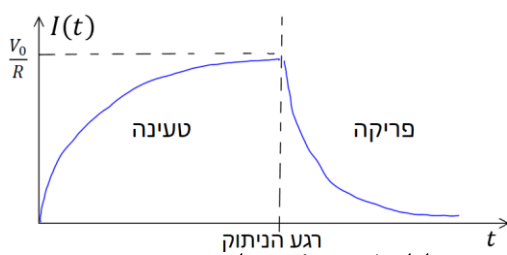
$$\tau = \frac{L}{R}$$

- סליל (או משך) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

**פריקה:**



$$-IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$


**חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:**

**בטור:**  $L_T = L_1 + L_2 + \dots$

כאשר  $I_T = I_1 = I_2 = \dots \rightarrow V_T = V_1 + V_2 + \dots$

**במקביל:**  $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$

כאשר  $I_T = I_1 + I_2 + \dots \rightarrow V_T = V_1 = V_2 = \dots$

**השראות הדדית**

**השראות הדדית:**  $M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$

**חישוב השראות הדדית:**

- נניח שזרם  $I_2$  ברכיב 2.
- נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
- נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
- נציב בנוסחה של ההשראות ו-  $I_2$  יצטמצם.

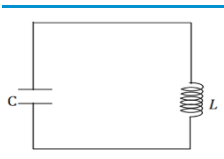
- השראות הדדית תמיד סימטרית  $M_{1,2} = M_{2,1} = M$  ולכן ניתן תמיד לחשב  $M_{1,2}$  ולהסיק על  $M_{2,1}$  (או להפך).

**יחס המתחים בשנאי:**  $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$

$N$  הוא מספר הליפופים בכל צד.

**מעגלי זרם חילופין**

**מעגל LC:**



$$\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$$

$I = -\dot{q}$  (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)  
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

**פתרון:**  $q(t) = A \cos(\omega t + \varphi) ; \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

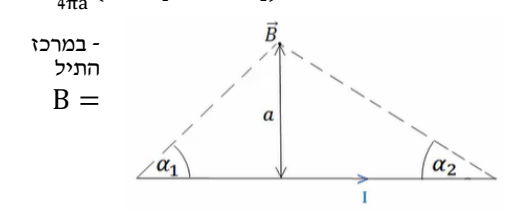
**האנרגיה האגורה במעגל:**  $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2$

(האנרגיה הכוללת נשמרת)

- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



**השדה של תיל סופי:**  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:  $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$  (  $L$  אורך התיל ),  $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{l}{2})^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$

**חוק פאראדיי**

**חוק פאראדיי:**  $\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} ; \Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.  
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.  
 חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

**חוק פאראדיי**

האם השטף גדל או קטן?

- נרצה להגדיל את השטף
  - ניצור שדה מגנטי באותו הכיוון של השדה הקיים
  - נמצא את כיוון הזרם שייצור את השדה המתאים לפי כלל יד ימין
- נרצה להקטין את השטף
  - ניצור שדה מגנטי בכיוון הפוך לשדה הקיים
  - נמצא את כיוון הזרם שייצור את השדה המתאים לפי כלל יד ימין

**הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:**  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

כאשר  $\vec{v}$  היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)

**כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:**  $\varepsilon = BLv \sin \alpha$

כאשר  $v$  היא מהירות המוט,  $L$  האורך שלו ו-  $\alpha$  היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

**השראות**

**ההשראות ברכיב:**  $L = \frac{\Phi_B}{I}$

$\Phi_B$  הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו-  $I$  הזרם ברכיב.

- ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בד"כ קבועה.

**חישוב השראות לפי הגדרה:**

- נניח שזרם זרם  $I$  ברכיב.
- נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
- נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
- נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

- לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדח).

**תנועה בשדה אחיד:** מטען  $q$  בעל מסה  $m$  הנע במהירות  $v$  בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:  $R = \frac{mv}{qB}$

אם  $v$  לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:  $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$

$v \cos \alpha$  היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.  
 עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

**הכוח המגנטי על תיל נושא זרם**

**הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך  $dl$  עם זרם  $I$**

**הנמצאות בשדה מגנטי  $B$  הוא:**  $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

- אם **התיל ישר בשדה אחיד** אז גודל הכוח הוא:  $F = BIL \sin \alpha$

את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה-  $dl$ ) מחליף את המהירות.

הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוו הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

**חוק אמפר**

**חוק אמפר:**  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in} ; I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$

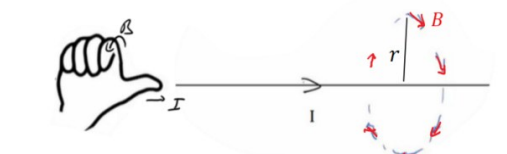
- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של  $B$  לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם  $B$  אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה  $B$  כפול אורך המסלול.

- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. **המקרים הנפוצים של חוק אמפר:**

- תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
- מישור אינסופי.
- סליל אינסופי / טורואיד.

**שדה של תיל אינסופי:**  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

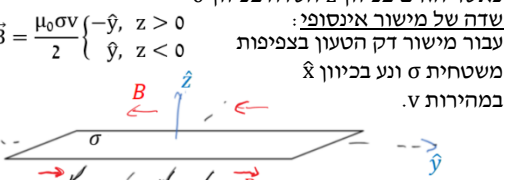
כאשר  $r$  הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון  $\hat{z}$  השדה בכיוון  $\hat{\theta}$

**שדה של מישור אינסופי:**  $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$

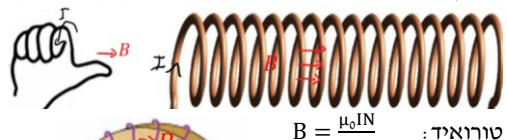
עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית  $\sigma$  ונע בכיוון  $\hat{x}$  במהירות  $v$ .



**שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:**  $B = \mu_0 n I$

כאשר  $n$  הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



**טורואיד:**  $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

$N$  - מספר הליפופים הכולל.

$r$  - המרחק ממרכז הטורואיד.

**חוק ביו-סבר**

**חוק ביו-סבר:** השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{|\vec{r}|^2}$$

$\vec{r}$  הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.  
 $d\vec{l}$  הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

## מעגל RLC

משוואת המעגל:

$$L \ddot{q} + R \dot{q} + \frac{1}{C} q = 0 \quad (1)$$

ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם (המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגזיר  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$$\Gamma = \frac{R}{2L}$$

הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:

**מקרה 1 - ריסון חזק:**  $\Gamma > \omega_0$

$$q(t) = A e^{-\lambda_1 t} + B e^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$$

**מקרה 2 - ריסון קריטי:**  $\Gamma = \omega_0$

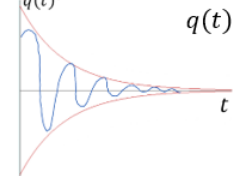
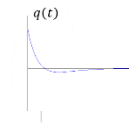
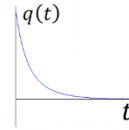
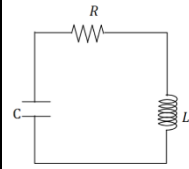
$$q(t) = A e^{-\omega_0 t} + B t e^{-\omega_0 t}$$

בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.

**מקרה 3 - ריסון חלש:**  $\Gamma < \omega_0$

$$q(t) = A e^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \varphi)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$



בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל)

$$E \propto e^{-2\Gamma t}$$

דועכת בקצב כפול:

(בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא  $\lambda$  במקום  $\Gamma$ )

**מעגלים עם מקור מתח חילופני:**

משוואת המעגל:

$$L \ddot{q} + R \dot{q} + \frac{1}{C} q = -\omega V_0 \sin(\omega t)$$

$$I = \dot{q}$$

(ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.

**פתרון המשוואה:**

פתרון הומוגני  $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \varphi)$   
הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.  
הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בד"כ מתייחסים רק אליו.

$$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$$

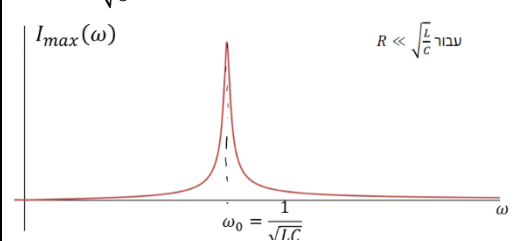
$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

תהודה: מצב שבו  $I_{max}(\omega)$  מקסימאלי.

- שימו לב,  $I_{max}$  הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות  $\omega$  מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.

- בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך

$$L \ll \sqrt{\frac{L}{C}} \quad \text{עבור } \omega \text{ ולהשוות לאפס.}$$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

**פתרון עם מספרים מורכבים:**

אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה  $A \cos(\omega t + \varphi)$  והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

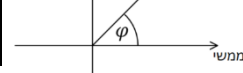
$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$$

(בד"כ לא רושמים את הגל)

בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן

**פאזור:** תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית.



הפאזור מסתובב בזמן אבל בד"כ מסתכלים רק על

$$t=0$$

**עכבה Impedance:**

$Z = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}}$   
תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע).  
הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

ברכיב:

$$\varphi_z = \varphi_v - \varphi_i$$

$$|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$$

**הגודל של העכבה:**

| הרכיב | העכבה של הרכיב Z | הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב              |
|-------|------------------|--------------------------------------------|
| נגד   | R                | המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה             |
| סליל  | iωL              | בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$ |
| קבל   | 1/iωC            | בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$ |

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את

$$\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$$

העכבה הכוללת של המעגל:

$\tilde{V}_s$  ו-  $\tilde{I}_s$  הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).

ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):

$$I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} ; V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

**הספק רגעי:**

$$P(t) = V(t)I(t)$$

לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

$$\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \varphi$$

$$V_{RMS} I_{RMS} \cos \varphi$$

כאשר  $\varphi$  היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.

$\cos \varphi$  הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

**משוואות מקסוול**

**הצורה הדיפרנציאלית:** הצורה האינטגרלית:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 ; \quad \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s} ; \quad \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי  $\epsilon = -\dot{\phi}_B$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s} ;$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

**גלים והתאבכות גלים**

$$v = \lambda f$$

**מהירות גל מחזורי:**

$$\lambda - \text{אורך הגל. } f - \text{תדירות הגל.}$$

**חוק השבירה:**

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

$\theta$  - הזוויות בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת **לאנך** למשטח.

$n$  - מקדם השבירה של כל תווך.

$v$  - מהירות הגל בכל תווך.

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

**גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:**

$\ell$  - אורך המיתר.  $n$  - מספר נקודות הקמר (מקסי/מיני)

קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר)

$$\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$$

שווי-מופע:

$\theta_n$  - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום

ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

$X_n$  - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר  $n$ .

$L_n$  - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר  $n$

$n$  - סדר קו המקסימום.  $\lambda$  - אורך הגל.

$d$  - המרחק בין החריצים.

**קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:**

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

$\theta_n$  - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום

ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

$X_n$  - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר  $n$ .

$L_n$  - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר  $n$ .

$\lambda$  - אורך הגל.  $d$  - המרחק בין החריצים.

**נוסחת יאנג:**

$$\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$$

$\Delta X$  - רוחב פס האור.  $L$  - מרחק האנך למסך מהחריצים.

$\lambda$  - אורך הגל.  $d$  - המרחק בין החריצים.

**קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:**

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n N \cdot \lambda$$

$\theta_n$  - הזווית למקסימום מסדר  $n$ .

$d$  - המרחק בין שני חריצים צמודים.  $N$  - קבוע הסריג.

$$\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$$

**קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:**

$\theta_n$  - הזווית למינימום מסדר  $n$ .

$X_n$  - מרחק מרכז המינימום מסדר  $n$  למרכז המקסימום

המרכזי.  $L_n$  - המרחק בין החריץ למינימום מסדר  $n$ .

$w$  - רוחב החריץ.

$$\frac{I_a}{I_0} = 10 \left(\frac{\alpha}{10}\right)$$

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע:

כאשר  $I_a$  היא עוצמת הקול של  $\alpha$  דציבל.  $I_0$  - סף השמע של אדם.

- ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים

$$\frac{I_a}{I_b} = 10 \left(\frac{\alpha - \beta}{10}\right)$$

שונים  $\alpha$  ו-  $\beta$ :

**האנרגיה של גל קול:**

$$E = I \cdot S \cdot t$$

$E$  - האנרגיה הכוללת של גל הקול.  $I$  - העוצמה בדציבל.

$S$  - שטח החתך בו הגל פוגע.

$t$  - משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.