

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה:

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (rF_\theta) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד)

GOOL

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

מהירות רגעית:

$$\vec{v} = \frac{dx}{dt} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

מהירות ממוצעת:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$$

תאוצה רגעית:

$$\vec{a} = \frac{dv}{dt} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

תאוצה ממוצעת:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

קשרים הפוכים:

$$v(t) = \int a(t) dt$$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2 ; v(t) = v_0 + at$$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
- השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

GOOL

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

וקטור המיקום:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

וקטור ההעתק:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

וקטור המהירות הממוצעת (*velocity*):

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

וקטור המהירות הרגעית (*velocity*):

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

וקטור התאוצה הממוצעת:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

וקטור התאוצה הרגעית:

$$\text{גודל המהירות } S = |\vec{v}|, \text{ כאשר } S \text{ זה הדרך.}$$

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

$$|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} ; \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

תאוצה משיקית: התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

תאוצה נורמלית: התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

רדיוס עקמומיות:

GOOL

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 ; \vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2 ; \vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

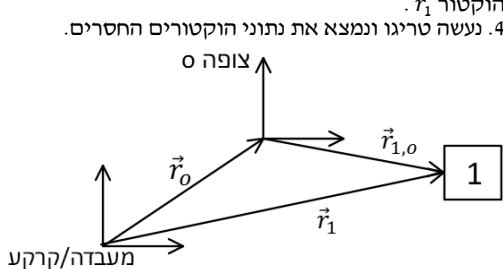
שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

$$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x ; \frac{d}{dx}(e^x) = e^x$$

- אינטגרל היא פעולה הפוכה לגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים - מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים - מצביים בגבולות בתוצאה של האינטגרל:

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

GOOL

וקטורים

פירוק לרכיבים:

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.
תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.
פתיחת סוגרים והעלאה ברבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} ; \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi ; A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta ; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- שימו לב שאתם עם יד ימין!!
- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

רטור (Rot/Curl):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} +$$

GOOL

מבוא מתמטי

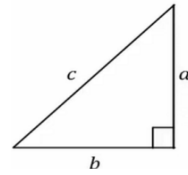
$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול יתר}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד יתר}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול ליד ניצב}}{\text{ליד ניצב}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} ; \cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$



$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha ; \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha ; \cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha ; \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha ; \cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha ; \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	180°
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha ; \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha ; \cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha ; \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta$$

$$ds = r dr d\theta$$

$$dv = r d\theta dr dz$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta/r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

(כדור מלא / קליפה כדורית עבה) $dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V} ; \sigma = \frac{M}{S} ; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

גזרות ואינטגרליים:

גזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

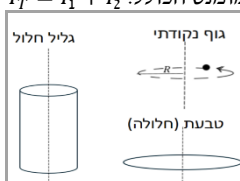
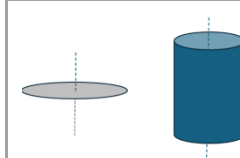
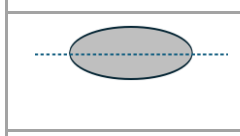
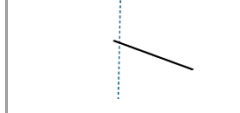
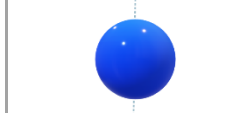
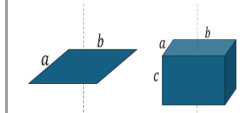
- כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

פונקציה של t אז:

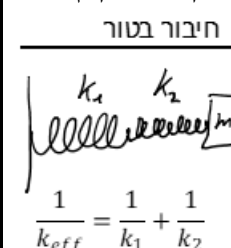
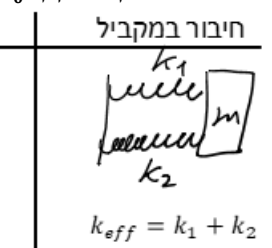
$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x^2} \right) = -\frac{1}{x^2} ; \frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$$

גזרות נוספות:

GOOL	מומנט כוח
$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$	מומנט כוח: כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
$ \vec{\tau} = \vec{r} \vec{F} \sin \alpha = \vec{F} r_{\perp}$	גודל המומנט: כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.
GOOL	תנע זוויתי (תנ"ז)
$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$	תנ"ז: $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי: $ \vec{L} = mvd$ כאשר d זה המרחק האפקטיבי. v - המהירות. הקשר בין תנ"ז $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ למומנט כוח: חוק שימור התנע הזוויתי: אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנוע: כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.
GOOL	מומנט התמד
אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)	
$I = \sum m_i r_i^2$	מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:
$I' = I_{c.m.} + md^2$	משפט שטיינר: כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$
	גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
	דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$
	מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
	מוט בקצה: $I = \frac{1}{3}mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

$I = \int r^2 dm$ חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:

$W_c = -\Delta U$	העבודה במסלול סגור מתאפסת.
$U_g = mgh$	יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:
$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$	האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:
	האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:
	כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפו ו- k קבוע הקפיץ.
$E = E_k + U$	חוק מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות
$E_i + W_{NC} = E_f$	אנרגיה (מכאנית) כללית:
	U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
	משפט עבודה אנרגיה: W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים
	חוק שימור האנרגיה: אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת
GOOL	הספק ונצילות
$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$	הספק ממוצע:
$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = \vec{F} \vec{v} \cos \alpha$	הספק רגעי:
	$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
$\eta = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$	נצילות:
	כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.
GOOL	מתקן ותנע
$\vec{p} = m\vec{v}$	התנע של גוף:
$\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$	הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:
$\vec{J} = \int \vec{F} dt$	המתקן של כוח:
	המתקן הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
	המתקן הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:
$\vec{J}_{SF} = \Delta \vec{p}$	חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$	הנוסחה לשימור תנע: אם $m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2 = m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2$ בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
	התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1u_1^2 + m_2u_2^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2$
	אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
	התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
	התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$
	בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה. התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
	התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקן) של כוחות קבועים כמו הכובד.
$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$	מקדם תקומה:
	בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית.
	התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקן שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם כן.
GOOL	מרכז מסה
$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$	מיקום מרכז המסה:
	ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$	
$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$	מהירות מרכז המסה:
$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$	תאוצת מרכז המסה:
	עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
	גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
	תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:
$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$	אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.
	בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:
$x_{c.m.} = \int x dm$	כנ"ל לגבי y ו- z, לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי.

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$	משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):
γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a	
GOOL	קפיצים
$F = -k(x - x_0)$	חוק הוק - הכוח של קפיץ:
	כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.
	חיבור במקביל
	חיבור בטור
$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	$k_{eff} = k_1 + k_2$
GOOL	תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)
$S = \Delta \theta \cdot R$	חדר בתנועה מעגלית:
	הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שנייה הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!
$v(t) = \frac{ds}{dt}$	גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):
	כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$	מהירות זוויתית:
	f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)
$v = \omega R$	קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:
$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$	תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
$\Sigma F_{ר} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$	הכוחות למרכז המעגל:
$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$	תאוצה זוויתית:
$a_{\theta} = \frac{d \vec{v} }{dt} = \alpha R$	תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה):
$h = R(1 - \cos \theta)$	הגובה במעגל אנכי:
	כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.
$F_r = m \omega^2 R$	הכוח הצנטריפוגלי:
	בכיוון החוצה מהמעגל.
	שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
$\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$	וקטור המיקום:
$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$	הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:
	הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
$\vec{a}_{\theta} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$	
GOOL	כוחות מדומים
	כוח מדומה מוסיפים רק כאשר הצופה נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:
$-\vec{m}\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{אמיתיים} = m\vec{a}'$	
	$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף ביחס לצופה .
	$\Sigma \vec{F}_{אמיתיים}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
	" $-\vec{m}\vec{a}_0$ " - הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.
	הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:
$\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$	הכוח הצנטריפוגלי:
$\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$	או בצורה יותר כללית
$\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$	כוח קוריאוליס:
	כאשר $\vec{v}'$ הוא הונוסחאות ω הוא של הצופה (ולא של הגוף) ו- $\vec{v}'$ מהירות הגוף ביחס לצופה.
	$\vec{r}$ - וקטור המיקום של הגוף
GOOL	עבודה ואנרגיה
	עבודה של כוח קבוע:
$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$	כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
	העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
	אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
	הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
$W_{EF} = \Delta E_k$	העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף
$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	אנרגיה קינטית
	כוח משמר:
	העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$
גוף קשיח
GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
תנ"ז:
 גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$
 - תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר
 - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$
אנרגיה קינטית סיבובית:
 - סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$
 - תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
 $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$
 - תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):
 $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$
 כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר. השימוש בנוסחה מאוד נדיר (*).
 טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

בלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$
 - בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.
איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור
 בודקים מה נשמר:
 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.
 דרך כוחות ומומנטים
 עושים:
 1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

GOOL

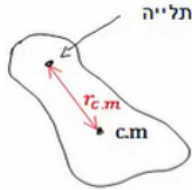
תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$
 ו- k הם קבועים **חיוביים** כלשהם.
 x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
 x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
 $\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.
 חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$
 x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
 A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.
 ω - תדירות זוויתית $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.
 ϕ - פאזה.
מציאת הקבועים בפתרון:
 x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

של המקדם $\frac{x}{\ddot{x}}$
 של המקדם $\frac{\dot{x}(0)}{x(0)}$
 ϕ, A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.
 נוסחה למהירות המקסימאלית: $v_{max} = \omega A$

מטוטלת פיזיקאלית:



גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהיא

$$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

 I_0 - מומנט ההתמד בנקודת התליה

האנרגיה: $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2 = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$
 - האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.

- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.
בור פוטנציאל: כאשר גוף נע בסביבה קרובה מאוד למינימום של הפוטנציאל (האנרגיה הכללית שלו גדולה רק במעט מהאנרגיה הפוטנציאלית במינימום) אז הוא מבצע תנועה הרמונית בתדירות:

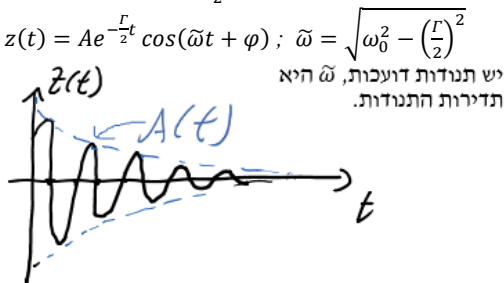
$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''(x_0)}{m}}$
 x_0 - מיקום נק' המינימום, ו- $U''(x_0)$ נגזרת שניה בנקודה.
תנועה הרמונית מרוסנת
GOOL
 בנוסף לכוח הקפיץ נוסף **כוח מרוסן** מהצורה: $F = -\lambda v$
 v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = 0$
 כאשר $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:
מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$
 אין תנודות

$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} \right)$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 $z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$
 $z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \phi)$; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$
 יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.



תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת
GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ והמרוסן נוסף **כוח מאלץ** מהצורה: $\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$
 Ω ו- F_0 קבועים כלשהם

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma\dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$
פתרון משוואת התנועה:
 $x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{הומוגני}(t)$
 $x_{הומוגני}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...
 - במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזניח את הפתרון ההומוגני.

$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$
 $\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$
תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\omega_0 \ll \Gamma$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרוסן)