

## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

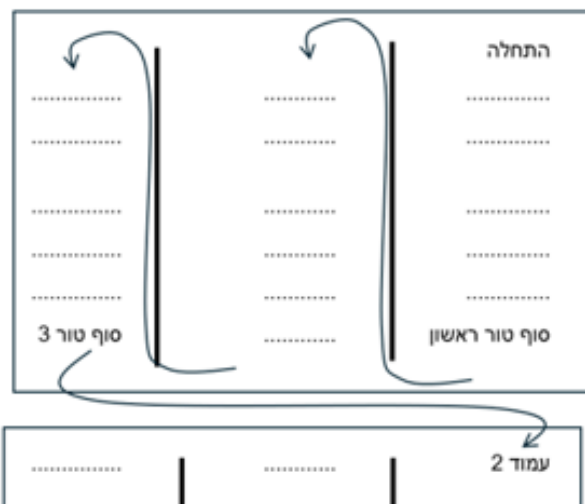
### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

### מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

**תדירות סף** ( $W_0$  - פונקצית העבודה של המתכת):  $hf_0 = W_0$   
**אנרגיה קינטית מקסי** של האלקטרונים:  $E_k = hf - W_0$   
**מתח עצירה**:  $eV_0 = E_{kmax}$

**השוואה לתורה הגלית:**  
**לפי התורה הפוטונית**  
 1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם.  
 הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלק' הנפלטים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.  
 2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.  
 3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.  
**לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית**  
 1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.  
 2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

**אנרגיה מסה ותנע של פוטון:**  
**אנרגיה של פוטון יחיד:**  $E = hf$   
**תנע של פוטון:**  $p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$   
**מסת מנוחה של פוטון:**  $m = 0$   
**אפקט קומפטון:**  
**הסתת קומפטון:**  $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$   
 $\lambda$  - אורך הגל של הקרן הפוגעת.  $\lambda'$  - אורך הגל של הקרן המפוזרת.  $\theta$  - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

**אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:**  
**תנאים ביצירת זוגות:**  
 1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מסען  
 2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק  $mc^2$ .  
 3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף ב"כד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.  
 4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.  
**דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:**  
 אורך גל דה ברוילי של חלקיק:  $\lambda = \frac{h}{p}$   
 $p = mv$  לא יחסותי,  $p = m\gamma v$  יחסותי

**מודלים מוקדמים של האטום:**  
**אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן:**  $\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$   
**קבוע Rydberg:**  $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$

**בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:**  
 1. מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.  
 2. אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

**מודל האטום של בוהר:**  
**הנחות המודל:**  
 1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.  
 2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.  
**אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:**  
 $hf = E_U - E_L$   
**הנחה על התנע הזוויתי** ( $n=1,2,3...$ ):  $L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$   
**הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים):**  $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$   
 $r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$   
**אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה-n:**  $E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 eV}{n^2}$

**קבוע:**  $FT[1] = \delta(k)$   
**נוסחת הכפל באקספוננט, קוסינוס או סינוס (מודולציה):**  
 $FT[f(x)e^{iCx}] = F(k - C)$   
 $FT[f(x) \cos(Cx)] = \frac{F(k - C) + F(k + C)}{2}$   
 $FT[f(x) \sin(Cx)] = \frac{F(k - C) - F(k + C)}{2i}$   
**נוסחת הכינון והזזה:**  $FT[f(ax + b)] = \frac{1}{|a|} e^{i \frac{kb}{a}} F\left(\frac{k}{a}\right)$   
**נוסחת הנגזרת:** אם  $f(x) \in G$  ו-  $f'(x) \in G$  אז:  $\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$   
**אז:**  $FT[f'(x)] = ikF(k)$   
**נוסחת המומנט:** אם  $xf(x) \in G$  אז  $F(k) \in G$  ו-  $FT[xf(x)] = i \frac{d}{dk} F(k)$

**מבוא לגלים**  
**גלים רוחביים:** ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות (מיתר)  
**גלים אורכיים:** ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות (קול)  
**תווך:** החומר בו מתקדמת ההפרעה  
**פונקציית הגל:**  $f(x \pm vt)$ , כאשר  $v$  היא מהירות הגל.  
**אנרגיה של גל:**  $E \propto A^2$ ,  $A$  היא האמפליטודה (משרעת)  
**משוואת הגלים במימד אחד:**  $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$   
 כל פונקציה מהצורה  $f(x \pm vt)$  היא פתרון של משוואת הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני הפתרונות אותה מהירות גל.  
**התאבכות:** סכימה של גלים שנפגשים  
**חזית גל:** אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן  
**גלים מחזוריים:**  
 $\lambda$  - אורך הגל;  $T$  - זמן המחזור;  $v$  - מהירות הגל

**תדירות (מספר המחזורים בשנייה):**  $f = \frac{1}{T}$   
**גל הרמוני:**  $y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \phi)$   
**מספר הגל:**  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$   
**קשרים בין הגדלים השונים:**  $\omega = vk = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$   
**גל עומד:** מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים מנוגדים  
 $y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \phi) = \frac{A}{2} \sin(kx - (\omega t + \phi)) + \frac{A}{2} \sin(kx + (\omega t + \phi))$   
**נקודות צומת (node):** נקודות שלא זוזות. אין מהירות גל.  
**נקודת טבור (antinode):** אמפליטודה מקסימאלית.  
**פעילות:** בפעמיות אחת מחברים שני גלים בעלי אותה אמפליטודה ומקבלים גל בתוך מעטפת (פעימה).  
 $\Psi_1(t) = A \cos(\omega_1 t)$  &  $\Psi_2(t) = A \cos(\omega_2 t)$   
 $\Psi_T(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t) = 2A \cos(\epsilon t) \cos(\Omega t)$   
 $\epsilon = \frac{\omega_f - \omega_s}{2}$   
 $\Omega = \frac{\omega_f + \omega_s}{2}$

**תדירות הפעימה היא 2ε**  
**תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:**  
**חוק וויין:**  $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$   
 $\lambda_p$  - אורך הגל בשיא.  $T$  - הטמפרטורה בקלווין  
**נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:**  $I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$

**קבוע בולצמן:**  $k = 1.38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$   
**קבוע פלאנק:**  $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$   
**ההנחה הקוונטית של פלאנק:** האנרגיה המינימלית של מסען בתנועה הרמונית באטום היא **אנרגיית המסען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי:**  $E = nhf$   
 כאשר  $n$  הוא המספר הקוונטי  $n = 1, 2, 3, ...$   
**התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:**  
**אנרגיה של פוטון יחיד (f- תדירות האור):**  $E = hf$   
**הניסוי הפוטואלקטרי:**

**אנליזה פורייה**  
**GOOL**  
 $f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ A_n \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) + B_n \sin\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) \right]$   
 כאשר  $L$  הוא המחזור של הפונקציה (אפשרי גם שהמחזור של הפונקציה יהיה קטן מ  $L$  אבל לא גדול ממנו).  
 הפונקציה צריכה להיות מחזורית ובמרחב  $L_2$ .  
 $A_0 = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx$   
 $A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) dx$   
 $B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) dx$   
**מכפלה פנימית:**  $\int_0^L f(x) g(x) dx$   
**פונקציות אורתוגונליות:**  
 $\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi m x}{L}\right) dx = 0$   
 $\int_0^L \cos\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi m x}{L}\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{nm}$   
 $\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi m x}{L}\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{nm}$   
 אפשר לתאר באמצעות אותן נוסחאות של טור פורייה גם קטע מתוך פונקציה שאינה מחזורית או פונקציה המוגבלת לתחום מסוים. צריך לזכור שהטור מתאר רק את הקטע המסוים ובשאר המרחב הוא מתאר שכיפול של הקטע ולא את הפונקציה המקורית.  
**טור סינוסים וקוסינוסים לתיאור פונקציה בקטע סופי:**

$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right)$   
 $B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) dx$   
 $f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right)$   
 $A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right) dx$   
**טור אקספוננטים:**  $f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i \frac{2\pi n}{L} x}$   
 $C_0 = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) dx$ ,  $C_n = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) e^{-i \frac{2\pi n}{L} x} dx$   
**הקשר בין המקדמים בטור אקספוננטים לטור סינוסים וקוסינוסים:**  
 $A_n = C_n + C_{-n}$ ;  $B_n = i(C_n - C_{-n})$ ;  $\frac{A_0}{2} = C_0$   
 $C_n = \frac{1}{2}(B_n - iA_n)$ ;  $C_{-n} = \frac{1}{2}(B_n + iA_n)$   
**תופעת גיבס:**  
 קרוב לנקודת האי רציפות של הפונקציה המקורית. נראה תנודתיות בפונקציה המתוארת על ידי הטור. תנודתיות זו חולכת וקטנה ככל שמספר האיברים בטור גדל והיא נעלמת לגמרי עבור אינסוף איברים.  
 בבקורת אי הרציפות אנחנו נראה סטייה של 0.9% מערך הקפיצה בפונקציה, סטייה זו היא קבועה ואינה קטנה ככל שמגדילים את מספר האיברים (החל ממספר איברים מסוים).

**התמרת (טרנספורם) פורייה:**  
 $f(k) = FT[f(x)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$   
**התמרת הפוכה:**  $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(k) e^{ikx} dx$   
**תכונות:**  
 $FT[\alpha f(x) + \beta g(x)] = \alpha FT[f(x)] + \beta FT[g(x)]$   
 אם  $f(x) \in G$  אז  $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx \neq \infty$   
 אם  $f(x) \in G$  אז  $F(k) \in G$   
 אם  $f(x) \in G$  אז  $\lim_{k \rightarrow \pm \infty} F(k) = 0$   
 אם  $f(x)$  זוגית אז  $F(k) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} f(x) \cos(kx) dx$   
 אם  $f(x)$  אי-זוגית אז:  $F(k) = -\frac{i}{\pi} \int_0^{\infty} f(x) \sin(kx) dx$   
 אם  $f(x)$  ממשיית אז  $\overline{F(k)} = F(-k)$   
**התמרות של פונקציות מיוחדות:**  
**גאוסיאן:**  $FT[Ae^{-ax^2}] = \frac{Ae^{-\frac{k^2}{4a}}}{2\sqrt{\pi a}}$   
**אקספוננט:**  $FT[Ae^{-a|x|}] = \frac{aA}{\pi(a^2 + k^2)}$   
**לורנציאן:**  $FT\left[\frac{a}{a^2 + x^2}\right] = \frac{1}{2} e^{-a|k|}$   
**פונקציית דלתא:**  $FT[\delta(x)] = \frac{1}{2\pi}$

עבור:  $E, V(x) = +a\delta(x)$  חייב להיות גדול מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר  $E > 0$ .

**פוטנציאלים תלת מימדיים**  
**GOOL**  
 תיבה תלת מימדית בגודל  $a \times b \times c$ :

$$\psi(x,y,z)=\sqrt{\frac{8}{abc}}\sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right)\sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2}+\frac{n_y^2}{b^2}+\frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימדי:

$$v(x,y,z)=\frac{1}{2}k_yx^2+\frac{1}{2}k_yy^2+\frac{1}{2}k_zz^2$$

$$E=\left(n_x-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x+\left(n_y-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y+\left(n_z-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z$$

נינון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).

דרגת הנייון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

**פונקציית הגל כתלות בזמן**  
**GOOL**

$$\Psi(x,t)=\sum_n\alpha_n\psi_n(x)e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}$$

כאשר  $\psi_n(x)$  הן פתרונות המצבים העמידים ו-  $E_n$  היא האנרגיה של כל מצב.

$|\alpha_n|^2$  הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

$$\alpha_n=\int_{-\infty}^{\infty}\psi_n^*(x)\Psi(x,0)dx$$

- אם  $\Psi(x,0)$  מנורמלת אז  $\Psi(x,t)$  מנורמלת לכל  $t$ .

**אופרטורים**  
**GOOL**

אם  $\hat{Q}\psi=\lambda\psi$  אז  $\psi$  היא פ"ע ו- $\lambda$  הוא ע"י.

פ"ע של אופרטור התנע:

$$\psi(x)=Ae^{ikx}$$

הע"ע של אופרטור התנע:

$$\hbar k$$

פ"ע של אופרטור המיקום:

$$\psi(x)=\delta(x-a)$$

וע"ע:  $a$  (המיקום עצמו).

אופרטור ההמילטוניאן (מודד את האנרגיה):

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)$$

**אופרטורים הרמיטיים**  
**GOOL**  
 גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי. כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה:  $(\hat{A}\psi)^*=\psi^*\hat{A}$  לכל הפונקציות במרחב,

או  $\int_{-\infty}^{\infty}\psi_1^*\hat{A}\psi_2dx=\int_{-\infty}^{\infty}(\hat{A}\psi_1)^*\psi_2dx$

תכונות של אופרטור הרמיטי:

- ערך התוחלת של אופרטור הרמיטי תמיד ממשי.
- הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי הן אורתוגונליות.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

**הפירוש הסטטיסטי המוכלל**  
**GOOL**

אם  $\lambda_n$ -ו  $\phi_n$  הן הפ"ע וע"ע של האופרטור  $\hat{A}$  אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

$$\Psi(x,t)=\sum\alpha_n\phi_n$$

$|\alpha_n|^2$  זה ההסתברות להיות במצב  $\phi_n$  או ההסתברות למדוד את הערך  $\lambda_n$ . הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

$$\alpha_n=\int_{-\infty}^{\infty}\phi_n^*\Psi(x,t)dx$$

במקרה הרציף:

$$|\alpha_n|^2\rightarrow|\alpha(k,t)|^2dk;\lambda_n\rightarrow\lambda(k);\phi_n\rightarrow\phi(k)$$

$$\Psi(x,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\alpha(k,t)\phi(k)dk$$

$$\alpha(k,t)=\int\phi(k)\Psi(x,t)dx$$

**יחס החילוף**  
**GOOL**

$[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$

יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו. אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).

**יחס החילוף של המיקום עם התנע:**  $\langle[\hat{x},\hat{p}_x]\rangle=i\hbar$

אם"ם האופרטורים  $\hat{A}$  ו- $\hat{B}$  מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.

אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.

אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות בניהם לפי:

$$\Delta A\Delta B\geq\frac{1}{2}|\langle[\hat{A},\hat{B}]\rangle|$$

פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. **עקרונות לציור פונקציית גל:**

- ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
- עבור המצב  $n$ - ציירו גל עם  $n-1$  נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
- ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחפך).
- פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
- פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שהחפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

**מנהור (tunneling):**  
**GOOL**

מקדם ההעברה עבור  $1\ll T$  (ההסתברות לעבור):

$$T\approx16\frac{E}{U_0}\left(1-\frac{E}{U_0}\right)e^{-2a\alpha}$$

$U_0>E$  גובה אורך המחסום,  $l$ - אורך המחסום,  $\alpha=\frac{\sqrt{2m(U_0-E)}}{\hbar}$

הפוטנציאל במחסום.

מקדם החזרה:

$$R=1-T$$

**אוסילטור הרמוני:**  
**GOOL**

**פונקציות הגל:**  $\psi_1(x)=(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}}e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$   $b=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$$\psi_2(x)=\sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}}\frac{x}{b}e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x)=8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}}\left(1-\frac{2x^2}{b^2}\right)e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

רמות האנרגיה,  $n$  שלם שמתחיל מ-1:  $E_n=\left(n-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$

או שאפשר להתחיל את  $n$  מאפס וזא  $E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$

**מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה**  
**מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):**

$$v_{ph}=\frac{\omega}{k}$$

$$v_g=\frac{d\omega}{dk}$$

**מהירות החבורה:**

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין  $\omega$  ל- $k$

**GOOL**  
**פיזור**

מקדם העברה (ההסתברות לעבור):

$$T=\frac{|C|^2}{|A|^2}$$

אם  $k_2$  בתחום הימני שונה מ- $k_1$  בתחום השמאלי אז:

$$T=\frac{|C|^2k_2}{|A|^2k_1}$$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה:

$$R=\frac{|B|^2}{|A|^2}$$

- עבור מדרגת פוטנציאל  $E>U_0$  וכאשר  $T=\frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2}$  ו- $R=\left(\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}\right)^2$

- כאשר  $E<U(\pm\infty)$  נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

- כאשר  $E>U(\pm\infty)$  נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

**פונקציית דלתא של דיראק**  
**GOOL**

**הגדרות הפונקציה:**

$$\delta(x)=\begin{cases}0,&x\neq0\\ \infty,&x=0\end{cases}$$

או  $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)dx=1$  או  $\delta_a(x)=\frac{1}{a\sqrt{\pi}}e^{-x^2/a^2}$

כאשר  $a$  הולך לאפס.

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(x-a)dx=f(a)$$

**פיזור מפונקציית דלתא:**

עבור  $E<0$  ו- $V(x)=-a\delta(x)$

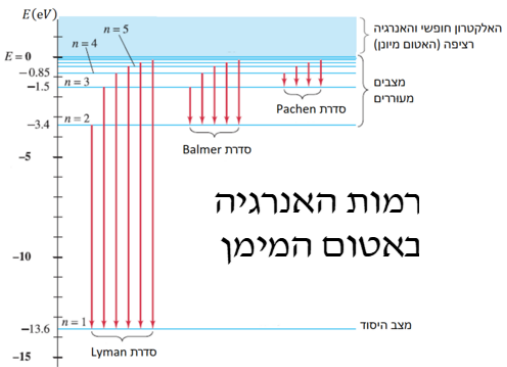
נקבל  $\psi(x)=\frac{\sqrt{am}}{\hbar}e^{-\frac{am}{\hbar^2}|x|}$  ו- $E=-\frac{a^2m}{2\hbar^2}$

מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- $a$  (גודל הבור).

אם  $E>0$ :

$$R=\frac{|B|^2}{|A|^2}=\frac{\beta^2}{1+\beta^2}$$

$$T=\frac{|C|^2}{|A|^2}\frac{1}{1+\beta^2},\beta=\frac{am}{\hbar^2k},k=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$



**בעיית שני הגופים ומסה מצומצמת:**  
**GOOL**  
 מעבר למשתנים החדשים והמעבר ההפוך:

$$\vec{r}_{rel}=\vec{r}_2-\vec{r}_1;\quad\vec{r}_{c.m.}=\frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$$

$$\vec{r}_2=\vec{r}_{c.m.}+\frac{m_1\vec{r}_{rel}}{m_1+m_2};\quad\vec{r}_1=\vec{r}_{c.m.}-\frac{m_2\vec{r}_{rel}}{m_1+m_2}$$

**האנרגיה במשתנים החדשים:**

$$E=\frac{1}{2}(m_1+m_2)v_{c.m.}^2+\frac{1}{2}\mu v_{rel}^2+U(r_{rel})$$

$\mu=\frac{m_1m_2}{m_1+m_2}$  מסה מצומצמת:

בהנחה שאין כוחות חיצוניים אז החלק הראשון קבוע והאנרגיה תלויה רק ב- $r_{rel}$  והנגזרת שלו כמו במימד אחד.

**תנ"צ:**

$$\vec{L}=\vec{r}_{c.m.}\times\vec{p}_{c.m.}+\vec{L}_{c.m.};\quad\vec{L}_{c.m.}=\mu\vec{r}_{rel}\times\vec{v}_{rel}$$

**פונקציית הגל של החומר:**  
**GOOL**

ההסתברות שחלקיק נמצא בין  $x_1$  ל- $x_2$  היא:

$$\int_{x_1}^{x_2}|\psi(x)|^2dx$$

**נרמול:**

$$\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x)|^2dx=1$$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

**מיקום ממוצע:**

$$\langle x\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}x|\psi(x)|^2dx$$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות  $|\psi(x)|^2$  (ניתן למצא אותו על ידי נגזרת).

**שונות:**

$$\sigma^2=\langle x^2\rangle-\langle x\rangle^2$$

כאשר -

$$\langle x^2\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}x^2|\psi(x)|^2dx$$

**עקרון אי הודאות של הייזנברג:**  
**GOOL**

אי ודאות מיקום תנע:

$$\Delta x\Delta p_x\geq\frac{\hbar}{2}$$

$$\hbar=\frac{h}{2\pi}=1.055\cdot10^{-34}J\cdot S$$

- אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
- אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
- אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב- $X$  והמיקום ב- $Y$  בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה:

$$\Delta E\Delta t\geq\frac{\hbar}{2}$$

- ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.
- האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי:

$$\Delta L_z\Delta\theta\geq\frac{\hbar}{2}$$

**משוואת שרדינגר:**  
**GOOL**

**משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:**

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+U(x,t)\Psi(x,t)$$

- **תנאים נוספים:** 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

**בתלת מימד:**

$$i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\Psi+U\Psi$$

**משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:**

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+U(x)\psi=E\psi$$

כאשר:

$$\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

**חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי:**  
**GOOL**

**פונקציית הגל, חלקיק חופשי:**

$$\psi(x)=A\sin(kx)$$

**חבילת גלים:**

$$\psi(x)=\sum_nA_n\sin(k_nx)+B_n\cos(k_nx)$$

**בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l:**

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right)$$

$$E_n=\frac{\hbar^2}{8ml^2}n^2,n=1,2,3..$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה

$$\frac{d}{dt}\langle Q \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{Q}] \rangle + \left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right\rangle$$

אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*)$$

- זרם ההסתברות מתאפס כשפונקציות גל ממשיות.

- קבוע עבור מצבים יציבים.