

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאחר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

הולכת וקטנה ככל שמספר האיברים בטור גדל והיא נעלמת לגמרי עבור אינסוף איברים.
 בנקודת אי הרציפות אנחנו נראה סטייה של 0.9% מערך הקפיצה בפונקציה, סטייה זו היא קבועה ואינה קטנה ככל שמגדילים את מספר האיברים (החל ממספר איברים מסוים).

התמרת (טרנספורם) פורייה:

$$f(k) = FT[f(x)] = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-ikx} dx$$

התמרה הפוכה:

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(k) e^{ikx} dx$$

תכונות:

$$FT[\alpha f(x) + \beta g(x)] = \alpha FT[f(x)] + \beta FT[g(x)]$$

אם $f(x) \in G$ אז $\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)| dx \neq \infty$

אם $f(x) \in G$ אז $F(k)$ רציפה.

אם $f(x) \in G$ אז $\lim_{k \rightarrow \pm\infty} F(k) = 0$ רימן-לבג

אם $f(x)$ זוגית אז $F(k) = \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} f(x) \cos(kx) dx$

אם $f(x)$ אי-זוגית אז:

$$F(k) = -\frac{i}{\pi} \int_0^{\infty} f(x) \sin(kx) dx$$

אם $f(x)$ ממשיית אז $\overline{F(k)} = F(-k)$

התמרות של פונקציות מיוחדות:

גאוסיאן:

$$FT[Ae^{-ax^2}] = \frac{Ae^{-\frac{k^2}{4a}}}{\sqrt{2\pi a}}$$

אקספוננט:

$$FT[Ae^{-a|x|}] = \frac{aA}{\pi(a^2 + k^2)}$$

לורנציאן:

$$FT\left[\frac{a}{a^2 + x^2}\right] = \frac{1}{2} e^{-a|k|}$$

פונקציית דלתא:

$$FT[\delta(x)] = \frac{1}{2\pi}$$

קבוע:

$$FT[1] = \delta(k)$$

נוסחת הכפל באקספוננט, קוסינוס או סינוס (מודולציה):

$$FT[f(x)e^{iCx}] = F(k - C)$$

$$FT[f(x) \cos(Cx)] = \frac{F(k - C) + F(k + C)}{2}$$

$$FT[f(x) \sin(Cx)] = \frac{F(k - C) - F(k + C)}{2i}$$

נוסחת הכינון והזזת:

$$FT[f(ax + b)] = \frac{1}{|a|} e^{i\frac{kb}{a}} F\left(\frac{k}{a}\right)$$

נוסחת הנגזרת: אם $f(x) \in G$, $f'(x) \in G$ ו- $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ אז:

$$FT[f'(x)] = ikF(k)$$

נוסחת המומנט: אם $f(x) \in G$ אז $F(k) \in G$ גזירה ברציפות ו-

$$FT[xf(x)] = i \frac{d}{dk} F(k)$$

GOOL מבוא לגלים

גלים רוחביים: ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות (מיתר)

גלים אורכיים: ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות (קול)

תווך: החומר בו מתקדמת ההפרעה

פונקציית הגל: $f(x \pm vt)$, כאשר v היא מהירות הגל.

אנרגיה של גל: $A, E \propto A^2$ היא האמפליטודה (משרעת)

משוואת הגלים במימד אחד:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

כל פונקציה מהצורה $f(x \pm vt)$ היא פתרון של משוואת הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני הפתרונות אותה מהירות גל.

התאבכות: סכימה של גלים שנפגשים

חזית גל: אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן

גלים מחזוריים:

$$\lambda = v \cdot T$$

λ - אורך הגל; T - זמן המחזור; v - מהירות הגל

תדירות (מספר המחזורים בשנייה):

$$f = \frac{1}{T}$$

גל הרמוני:

$$y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \phi)$$

מספר הגל:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

קשרים בין הגדלים השונים:

$$\omega = vk = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

גל עומד: מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים מנוגדים

$$y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \phi) = \frac{A}{2} \sin(kx - (\omega t + \phi)) + \frac{A}{2} \sin(kx + (\omega t + \phi))$$

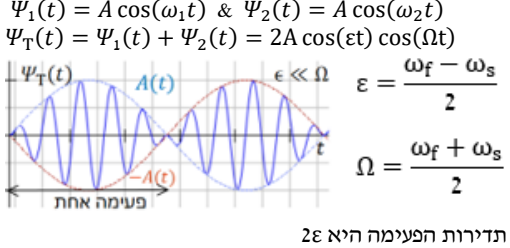
נקודות צומת (node): נקודות שלא זזות. אין מהירות גל.

נקודת טבור (antinode): אמפליטודה מקסימאלית.

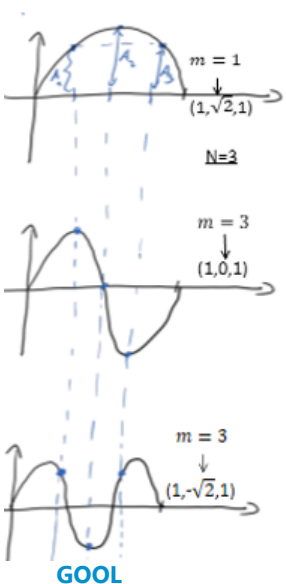
פעילות: בפעמיות אנחנו מחברים שני גלים בעלי אותה אמפליטודה ומקבלים גל בתוך מעטפת (פעמה).

$\Psi_1(t) = A \cos(\omega_1 t)$ & $\Psi_2(t) = A \cos(\omega_2 t)$

$\Psi_T(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t) = 2A \cos(\epsilon t) \cos(\Omega t)$



תדירות הפעימה היא 2ϵ



GOOL משתנה רציף

$$\rho \frac{\partial^2 \Psi(z, t)}{\partial t^2} = E \frac{\partial^2 \Psi(z, t)}{\partial z^2}$$

z - מיקום המסה; Ψ - העתק משיווי משקל

$\rho = \frac{m}{\Delta z}$ - צפיפות המסה של המערכת, כאשר Δz הוא המרווח בין שתי מסות בשיווי משקל (הולך לאפס)

$E = k\Delta z$ - מודול האלסטיות.

GOOL אנליזה פורייה

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left[A_n \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) + B_n \sin\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) \right]$$

כאשר L הוא המחזור של הפונקציה (אפשרי גם שהמחזור של הפונקציה יהיה קטן מ- L אבל לא גדול ממנו).

הפונקציה צריכה להיות מחזורית ובמרחב L_2 .

$$A_0 = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) dx$$

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) dx$$

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{2\pi n}{L} x\right) dx$$

$$\int_0^L f(x) g(x) dx$$

מכפלה פנימית:

פונקציות אורתוגונליות:

$$\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi m x}{L}\right) dx = 0$$

$$\int_0^L \cos\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \cos\left(\frac{2\pi m x}{L}\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{nm}$$

$$\int_0^L \sin\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \sin\left(\frac{2\pi m x}{L}\right) dx = \frac{L}{2} \delta_{nm}$$

אפשר לתאר באמצעות אותן נוסחאות של טור פורייה גם קטע מתוך פונקציה שאינה מחזורית או פונקציה המוגבלת לתחום מסוים. צריך לזכור שהטור מתאר רק את הקטע המסוים ובשאר המרחב הוא מתאר שכפול של הקטע ולא את הפונקציה המקורית.

טור סינוסים וקוסינוסים לתיאור פונקציה בקטע סופי:

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right)$$

$$B_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \sin\left(\frac{\pi n}{L} x\right) dx$$

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right)$$

$$A_n = \frac{2}{L} \int_0^L f(x) \cos\left(\frac{\pi n}{L} x\right) dx$$

טור אקספוננציים:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n e^{i\frac{2\pi n}{L} x}$$

$$C_0 = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) dx, \quad C_n = \frac{1}{L} \int_0^L f(x) e^{-i\frac{2\pi n}{L} x} dx$$

הקשר בין המקדמים בטור אקספוננציים לטור סינוסים וקוסינוסים:

$$A_n = C_n + C_{-n}; \quad B_n = i(C_n - C_{-n}); \quad \frac{A_0}{2} = C_0$$

$$C_n = \frac{1}{2}(B_n - iA_n); \quad C_{-n} = \frac{1}{2}(B_n + iA_n)$$

תופעת גיבס:

קרוב לנקודת האי רציפות של הפונקציה המקורית. נראה תנודתיות בפונקציה המתוארת על ידי הטור. תנודתיות זו

GOOL מערכת של שתי מסות

משוואות התנועה:

$$-k_1 x_L - k_2(x_L - x_R) = m \ddot{x}_L$$

$$-k_1 x_R - k_2(x_R - x_L) = m \ddot{x}_R$$

$x_s = x_L + x_R$; $x_f = x_L - x_R$

החלפת משתנים:

פתרון (מודים עצמיים):

$$x_s(t) = A_s \cos(\omega_s t + \phi_s)$$

$$x_f(t) = A_f \cos(\omega_f t + \phi_f)$$

כאשר -

$$\omega_s = \sqrt{\frac{k_1}{m}}, \quad \omega_f = \sqrt{\frac{k_1 + 2k_2}{m}}$$

פעילות:

עבור:

$$x_L(0) = \dot{x}_L(0) = \dot{x}_R(0) = 0; \quad x_R(0) = R$$

מקבלים:

$$x_L(t) = A \sin(\epsilon t) \sin(\Omega t)$$

$$x_R(t) = A \cos(\epsilon t) \cos(\Omega t)$$

$\epsilon = \frac{\omega_f - \omega_s}{2}$

$$\Omega = \frac{\omega_f + \omega_s}{2}$$

תדירות הפעימה: 2ϵ

כוח מרסן ומאלץ:

המשוואות והפתרונות עבור x_s ו- x_f הן אלו של תנועה הרמונית מרוסנת ומאלוצת

במקרה $\omega \ll 2\omega$ $\Gamma \ll 2\omega$ הכוח המאלץ, Γ מקדם הכוח המרסן)

אם $\omega \approx \omega_s$ אז $A_f \gg A_s$ ו- $x_L \approx x_R$ כלומר רק המוד (1,1) מתעורר

אם $\omega \approx \omega_f$ אז $A_s \gg A_f$ ו- $x_L \approx -x_R$ כלומר רק המוד (1,-1) מתעורר.

GOOL מערכת של שלוש מסות

המשוואות:

$$-k x_1 - k(x_1 - x_2) = m \ddot{x}_1$$

$$-k(x_2 - x_1) - k(x_2 - x_3) = m \ddot{x}_2$$

$$-k x_3 - k(x_3 - x_2) = m \ddot{x}_3$$

פתרון (לאחר אלגברה עם מטריצה):

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = A_m \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix} \cos(\omega_m t + \phi_m) + A_f \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} \cos(\omega_f t + \phi_f) + A_s \begin{pmatrix} 1 \\ \sqrt{2} \\ 1 \end{pmatrix} \cos(\omega_s t + \phi_s)$$

כאשר -

$$\omega_s = \sqrt{2}, \quad \omega_f = \sqrt{2 + \sqrt{2}}, \quad \omega_m = \sqrt{2} \omega_0$$

$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}; \quad \sqrt{2 - \sqrt{2}} \omega_0$

GOOL מערכת N מסות

המשוואות:

$$-k(x_n - x_{n-1}) - k(x_n - x_{n+1}) = m \ddot{x}_n$$

פתרון כללי:

$$x_n(t) = (A \cos(n\theta) + B \sin(n\theta)) e^{i\omega t} = C_1 \cos(n\theta) \cos(\omega t + \phi_1) + C_2 \sin(n\theta) \cos(\omega t + \phi_2)$$

כאשר $\theta = \cos^{-1} \left(\frac{2\omega_0^2 - \omega^2}{2\omega_0^2} \right)$ ו- ω נקבע מתנאי השפה

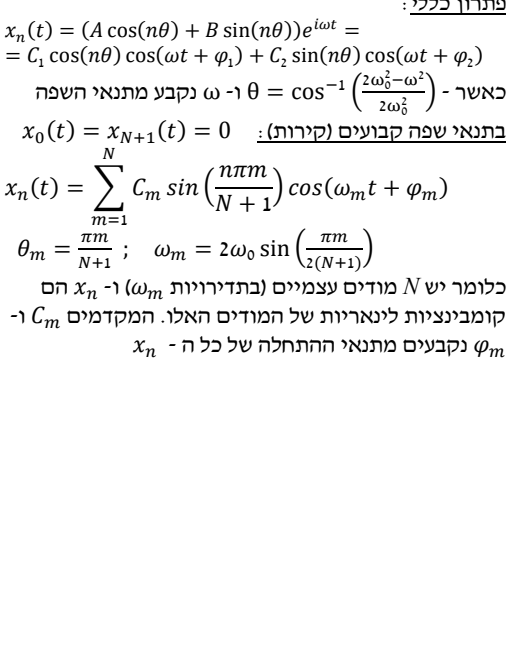
בתנאי שפה קבועים (קירות):

$$x_0(t) = x_{N+1}(t) = 0$$

$$x_n(t) = \sum_{m=1}^N C_m \sin\left(\frac{n\pi m}{N+1}\right) \cos(\omega_m t + \phi_m)$$

$\theta_m = \frac{\pi m}{N+1}; \quad \omega_m = 2\omega_0 \sin\left(\frac{\pi m}{2(N+1)}\right)$

כלומר יש N מודים עצמיים (בתדירויות ω_m) ו- x_n הם קומבינציות לינאריות של המודים האלו. המקדמים C_m ו- ϕ_m נקבעים מתנאי ההתחלה של כל ה- x_n



גלים רוחביים במיתר

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\rho}{T} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$$

משוואת הגלים:
 T – המתוחות במיתר, ρ – צפיפות המסה ליחידת אורך, ψ – פונקציית הגל, ההעתק הרוחבי של כל חתיכה במיתר.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

מהירות הגל:

פתרון המשוואה:

$$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t) + B \sin(kx - \omega t) + C \cos(kx + \omega t) + D \sin(kx + \omega t)$$

- אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזוויות טריגונומטריות)

$$\psi(x,t) = A_1 \cos(kx - \omega t + \phi_1) + A_2 \cos(kx - \omega t + \phi_2) = B_1 \cos kx \cos \omega t + B_2 \cos kx \sin \omega t + B_3 \sin kx \cos \omega t + B_4 \sin kx \sin \omega t = C_1 \cos kx \cos(\omega t + \phi_1) + C_2 \sin kx \cos(\omega t + \phi_2)$$

שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.

פתרון במספרים מרוכבים:

$$\psi(x,t) = A_1 e^{i(kx + \omega t)} + A_2 e^{i(kx - \omega t)} + A_3 e^{-i(kx + \omega t)} + A_4 e^{-i(kx - \omega t)}$$

אם הפונקציה ממשית, אז $A_4 = A_3^*$, והפתרון מתכנס לחלק הממשי של

$$\psi(x,t) = A e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)}$$

יחס הדיספרסיה:
פתרון באמצעות נוסחת ד'אלמבר:

$$\psi(x,t) = \frac{1}{2} [\psi(x - vt, 0) + \psi(x + vt, 0)] + \frac{1}{2v} \int_{x-vt}^{x+vt} \psi(x', 0) dx'$$

החזרה והעברה

תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב- $x=0$:

- רציפות הפונקציה: $\psi_L(0,t) = \psi_R(0,t)$
- רציפות הכוח: $F_L = F_R$

אם המתוחות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הגזרות:

$$\frac{\partial \psi_L}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \psi_R}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$\psi_L(x,t) = \psi_r(x,t) + \psi(x,t); \quad \psi_R(x,t) = \psi_t(x,t)$$

$$\psi_t(x,t) = t\psi\left(\frac{v_1}{v_2}x, t\right); \quad v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_1}}v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$$

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_2} + \sqrt{\rho_1}}$$

$$t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}$$

הערה: את הנוסחאות של מקדם ההעברה וההחזרה נרשום בנושא הבא בצורה יותר כללית עם שימוש בעכבות.

עכבה

$$Z = \sqrt{\rho T} = \frac{T}{v}$$

עכבה (impedance):
 T – מתוחות. V – מהירות הגל

$$|Z| = \frac{|F_y|}{|V_y(t)|}$$

$$F_y - \text{הכוח על אלמנט מסה}$$

$$V_y(t) - \text{מהירות אלמנט מסה (מהירות החומר)}$$

$$t = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$$

$$r = \frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2}$$

$$r = 0 \rightarrow t = 1 \leftarrow z_1 = z_2$$

אנרגיה הספק ותנע

$$\varepsilon(x,t) = \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 = \rho v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 |A|^2$$

$$\bar{P}^\pm = \pm \frac{1}{2} Z \omega^2 |A|^2$$

$$R = \frac{P_1^-}{P_1^+} = r^2 = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)^2$$

$$T = \frac{P_2^+}{P_1^+} = \frac{z_2}{z_1} t^2 = \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2}$$

$$R + T = 1$$

תנע: התנע הוא אפס.

גלים עומדים

$$\psi(x=0,t) = 0 \Rightarrow \psi(x,t) = C \sin(kx) \sin(\omega t + \varphi)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow \psi(x,t) = C \cos(kx) \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\psi(x=0,t) = \psi(x=L,t) = 0$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}; \quad k_n = \frac{\pi n}{L}; \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots; \quad f_n = \frac{vn}{2L}$$

$$\psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

$$\psi(x=0,t) = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$$

$$k_n = \frac{\pi}{L} \left(n + \frac{1}{2} \right); \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{(n + \frac{1}{2})}; \quad f_n = \frac{v}{2L} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}; \quad f_n = \frac{vn}{2L}; \quad k_n = \frac{\pi n}{L}; \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$\psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

קווי תמסורת ללא הפסדים

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -L_0 \frac{\partial I}{\partial t}; \quad \frac{\partial I}{\partial x} = -C_0 \frac{\partial V}{\partial t}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 V}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = L_0 C_0 \frac{\partial^2 I}{\partial t^2}$$

$$Z = \frac{V}{I}$$

$$\frac{V^+(x,t)}{I^+(x,t)} = -\frac{V^-(x,t)}{I^-(x,t)} = Z_0 = \sqrt{\frac{L_0}{C_0}}$$

$$V^-(x_0,t) = -rV^+(x_0,t); \quad I^-(x_0,t) = rI^+(x_0,t)$$

$$V_L^+(x_0,t) = tV^+(x_0,t); \quad I_L^+(x_0,t) = tI^+(x_0,t)$$

$$t = \frac{2Z_0}{Z_L + Z_0}; \quad r = \frac{Z_0 - Z_L}{Z_L + Z_0}$$

$$Z_L = 0$$

$$Z = \frac{V}{I}$$

$$\Delta p(x,t) - \text{פונקציית השינוי בצפיפות.}$$

$$PV^\gamma = \text{const}$$

$$P - \text{לחץ. } V - \text{נפח. } \gamma - \text{קבוע הקשור לסוג הגז.}$$

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma P_0} \psi_p$$

$$B_a = \gamma P_0$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

$$\Delta p(x,t) - \text{פונקציית השינוי בצפיפות.}$$

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

$$\Delta p = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

$$\frac{Z}{A} = \rho_0 v$$

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2} A \rho_0 \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] = A \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$$

השוויון האחרון הוא עבור גלים נעים בלבד.

$$\bar{U}_{dx} = \bar{E}_{k_{dx}} = \frac{1}{4} \rho_0 A \omega^2 \psi_{max}^2$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho_0 A \omega^2 \psi_{max}^2$$

$$\psi_{max} - \text{האמפליטודה של פונקציית ההעתק} - \text{קבוע.}$$

$$\omega - \text{התדירות הזוויתית.}$$

$$P(x,t) = \pm v \varepsilon(x,t)$$

$$I(x,t) = \frac{|P(x,t)|}{A} = v \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$$

$$\bar{I} = \frac{1}{2} v \rho_0 \omega^2 \psi_{max}^2$$

$$I_a = I_0 \cdot 10^a$$

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$$

$$\psi = 0$$

$$\psi_p = 0 \Rightarrow \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0$$

$$L_i = \sum_j I_{ij} \omega_j$$

$$I_{ij} = \sum_k m_k (r_k^2 \delta_{ij} + i \cdot j)$$

$$x, y, z$$

$$A(k) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \psi(x,0) e^{-ikx} dx$$

$$v_\varphi(k) = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g(k) = \frac{\partial \omega}{\partial k}$$

$$\sigma^2(t) = \frac{\sigma^4 + 4\beta^2 t^2}{\sigma^2}$$

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \omega}{\partial k^2} \Big|_{k_0}$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

$$p = \hbar k$$

$$\omega^2 = \left[gk + \frac{\sigma}{\rho} k^3 \right] \tan h(kH)$$

$$\sigma - \text{קבוע מתח הפנים, } H - \text{עומק הנוזל, } g - \text{תאוצת הכובד}$$

$$\lambda \ll \lambda_c \sim 2cm$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\sigma k^3}{\rho}}$$

$$\omega = \sqrt{gHk}, \quad \lambda \gg H \gg \lambda_c$$

$$\frac{T}{\rho} \left(\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} \right) = \frac{\partial^2 z}{\partial t^2}$$

$$z(x,y,t) = A e^{i(k_x x + k_y y - \omega t)}, \quad \vec{k} = (k_x, k_y)$$

$$\lambda = \frac{2\pi}{|\vec{k}|}$$

$$\omega^2 = \frac{T}{\rho} (k_x^2 + k_y^2) = v^2 \cdot |\vec{k}|^2$$

$$z(x,y,t) = \sum_{m,n} A_{m,n} \sin\left(\frac{\pi x}{L_x}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{L_y}\right) \cos(\omega_{m,n} t + \varphi_{m,n})$$

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2} A \rho_0 \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] = A \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$$

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2} A \rho_0 \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] = A \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$$

מעבר של יותר מתווך אחד: נציב את תנאי השפה עבור כל נקודת מעבר.

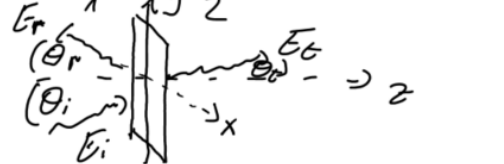
GOOL מבוא לאופטיקה

חוק סנל:
 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
כאשר n הם מקדמי השבירה של התווך ו- θ הן הזוויות בין הקרן שפוגעת/מוחזרת לבין האנך למשטח.

$B_{2\perp} = B_{1\perp}$; $D_{2\perp} - D_{1\perp} = \sigma_{free}$
 $H_{2\parallel} - H_{1\parallel} = k_{free}$; $E_{2\parallel} = E_{1\parallel}$
 σ_{free} - צפיפות המטען המשטחית והחופשית על השפה.
 k_{free} - צפיפות הזרם המשטחי והחופשי על השפה.
בפגיעה ישירה (או פגיעה בניצב) יש לשני השדות רכיב מקביל לשפה בלבד.

בתווך דיאלקטרי:
 $\sigma_{free} = k_{free} = 0$
הקשר בין האמפליטודות:
 $\frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{2n_1}{n_1 + n_2}$; $\frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 - \eta_1}{\eta_2 + \eta_1} = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2}$
השוויון השני נכון רק אם: $\mu_1 = \mu_2$ (זה המצב ברוב המקרים). לא לבלבל בין n ל- η .
מקדם העברה: $\tau = \frac{E_t}{E_0}$. מקדם החזרה: $\Gamma = \frac{E_r}{E_0}$
בפגיעה ישירה בתווך דיאלקטרי:
 $1 + \Gamma = \tau$
GOOL פגיעה בזווית בתווך דיאלקטרי:

מישור השפה בין החומרים (מישור xy באיור).
מישור הפגיעה הוא המישור של וקטורי הגל (מישור yz באיור).



משיקולי סימטריה k_y זהה לכל הגלים ו- $\theta_i = \theta_r$
חוק סנל:
 $\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{u_t}{u_i} = \frac{n_i}{n_t}$
אם $n_i > n_t$ אז קיימת זווית קריטית.
אם זווית הפגיעה גדולה מהזווית הקריטית אז לא יהיה גל עובר (תהיה החזרה מלאה): $\theta_c = \text{shiftsin}(\frac{n_t}{n_i})$
משוואות פרנל עבור פגיעה בזווית עם קיטוב אנכי (השדה החשמלי מאונך למישור הפגיעה):

$$\Gamma^\perp = \frac{E_{r0}^\perp}{E_{i0}^\perp} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} = \frac{n_1 \cos \theta_i - \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{n_1 \cos \theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$
$$\tau^\perp = \frac{E_{t0}^\perp}{E_{i0}^\perp} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} = \frac{2n_1 \cos \theta_i}{n_1 \cos \theta_i + \frac{\mu_1}{\mu_2} \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$
$$1 + \Gamma^\perp = \tau^\perp$$

עבור פגיעה בזווית עם קיטוב מקבילי (השדה החשמלי מקביל למישור הפגיעה):

$$\Gamma^\parallel = \frac{E_{r0}^\parallel}{E_{i0}^\parallel} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} = \frac{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos \theta_i - n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos \theta_i + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$
$$\tau^\parallel = \frac{E_{t0}^\parallel}{E_{i0}^\parallel} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} = \frac{2n_1 n_2 \cos \theta_i}{\frac{\mu_1}{\mu_2} n_2^2 \cos \theta_i + n_1 \sqrt{n_2^2 - n_1^2 \sin^2 \theta_i}}$$
$$1 + \Gamma^\parallel = \tau^\parallel$$

זווית ברוסטר הזווית שבה יש העברה מלאה (ואין החזרה).
זווית ברוסטר בקיטוב מקבילי:

$$\sin^2 \theta_B^\parallel = \frac{1 - \frac{\mu_t \epsilon_i}{\mu_i \epsilon_t}}{1 - \left(\epsilon_t / \epsilon_i\right)^2}$$

אם $\mu_2 \approx \mu_1$ אז: $\tan \theta_B^\parallel = \frac{n_t}{n_i}$; $\sin \theta_B^\parallel = \frac{1}{1 + \epsilon_i / \epsilon_t}$

- בקייטוב אנכי (מאוד נדיר בטבע):

$$\sin^2 \theta_B^\perp = \frac{1 - \frac{\mu_i \epsilon_t}{\mu_t \epsilon_i}}{1 - \left(\mu_i / \mu_t\right)^2}$$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$; $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$; $\vec{\nabla} \times \vec{H} = -\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$
בחומר איזוטרופי ולינארי מתקיים: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \vec{H}$
משוואת הגלים עבור השדה החשמלי והמגנטי:

$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$; $(u = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}})$
בריק:
 $u = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} = c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
- המשוואה היא עבור כל רכיב בנפרד.
- המשוואה זהה לשדה המגנטי.
- אינדקס השבירה (מהירות האור בריק חלקי מהירות האור בחומר):
 $n = \frac{c}{u} = \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$
- תמיד גדול מאחד (מהירות האור בחומר תמיד קטנה מהמהירות בריק).
- פתרון למשוואת הגלים במימד אחד:

$$E_x(x, t) = A \cos(kx - \omega t)$$
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad \omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

מעבר לייצוג קופלקסי:
 $\cos(kx - \omega t) = \text{Re}[e^{i(kx - \omega t)}]$
- כשעובדים עם הייצוג הקומפלקסי ניתן לעבוד רק עם החלק התלוי במרחב (או השדה ב- $t = 0$) ובסוף להכפיל את הפונקציה ב- $e^{-i\omega t}$ בשביל לקבל את התלות בזמן.
יחס הדיספרסיה: $\omega = uk$
- אם היחס לא לינארי אז צריך להבדיל בין מהירות הפאזה למהירות החבורה:
 $u_{ph} = \frac{\omega}{k}, u_g = \frac{d\omega}{dk}$
GOOL גל אלקטרומגנטי מישורי:
הצורה הכללית של הפתרון ההרמוני:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \cdot \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

כאשר $\vec{k} = k_x \hat{x} + k_y \hat{y} + k_z \hat{z}$
וקטור הגל:
- הערות – תמיד אפשר להוסיף גם פאזה.

יחס הדיספרסיה בגל: $\omega = u|k| = u \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$
- כיוון $\vec{k}$ בכיוון התקדמות הגל, בגל מישורי תמיד $\vec{E} \perp \vec{k}$.
- כיוון $\vec{E}$ (מסומן בדו"כ ב- $\hat{h}$) נקרא כיוון הקיטוב של הגל.
- כיוון השדה המגנטי מאונך לשדה החשמלי ולכיוון התקדמות הגל.
- התלות בזמן ובמרחב של השדה המגנטי זהה לזו של השדה החשמלי (אותו קוסינוס עם אותו ארגומנט).

$$\vec{B} = \frac{1}{u} \hat{k} \times \vec{E} = \frac{\vec{k} \times \vec{E}}{\omega}$$

העכבה של התווך:
 $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon}}$
בריק:
 $\eta = \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} = \eta_0 = 120\pi$
 $\vec{H} = \frac{1}{\eta} \hat{k} \times \vec{E}$; $\vec{E} = -\eta \hat{k} \times \vec{H}$
וקטור פוינטינג (כמות אנרגיה ליחידת שטח ליחידת זמן):
 $\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}$
- בנוסחה מציבים את הביטוי הממשי של השדות.
- הכיוון של $\vec{S}$ הוא בכיוון של $\hat{k}$ (כיוון התקדמות הגל).
- ממוצע הוקטור פוינטינג בזמן (נקרא העוצמה של הגל):

$$\vec{S}_{Avg} = \langle \vec{S} \rangle = \text{Re} \left\{ \frac{\vec{E} \times \vec{H}^*}{2} \right\}$$

$\vec{E}$ ו- $\vec{H}$ הם הייצוג הקומפלקסי של השדות.

המרה של הנגזרות בזמן ובמרחב: $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow -i\omega$, $\vec{\nabla} \rightarrow i\vec{k}$
GOOL קיטוב מעגלי ואליפטי:
הקיטוב של הגל נקבע על ידי כיוון השדה החשמלי (לא לבלבל עם כיוון הגל).
מקטב: מודד את הקיטוב של הגל.
קיטוב לינארי: כיוון השדה קבוע.
קיטוב מעגלי ימני: רכיב y מפגר אחרי רכיב x ב- 90° (הפאזה של רכיב y פחות הפאזה של רכיב x שווה $\varphi = \frac{\pi}{2}$)
- השדה מסתובב נגד השעון או בהתאם לכלל יד ימין ביחס לציר z -.
קיטוב מעגלי שמאלי: רכיב y מקדים את רכיב x ב- 90° .
($\varphi = -\frac{\pi}{2}$)
- השדה מסתובב עם השעון או הפוך לכלל יד ימין ביחס לציר z -.)

קיטוב אליפטי: מתקבל כאשר הפרש הפאזה שונה מ- 90° או אם האמפליטודה של הרכיבים שונה.
GOOL פגיעה ישירה בתווך דיאלקטרי:
כאשר גל הנוע בתווך אחד פוגע בשפה של תווך אחר נקבל גל עובר וגל מוחזר.
תדירות כל הגלים זהה ושווה לתדירות המקור.
אמפליטודות הגל העובר והגל המוחזר נקבל מתנאי השפה: