

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

וקטורים

GOOL

פירוק לרכיבים:

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.
 תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

האם וקטורים מאונכים:
 פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}; \quad \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:
 דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:
 גודל המכפלה הוא:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!
 בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x

GOOL

תנועה בקו ישר (מימד אחד)

מהירות רגעית:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

מהירות ממוצעת:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

תאוצה רגעית:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$$

תאוצה ממוצעת:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

קשרים הפוכים:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2; \quad v(t) = v_0 + a t$$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).

- השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

$$\vec{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר s זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$. סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצוא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|v|}$$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי):

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2; \quad \vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2; \quad \vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_0$ ו- $\vec{r}_1$ יוצאים מהראשית לפי האיפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

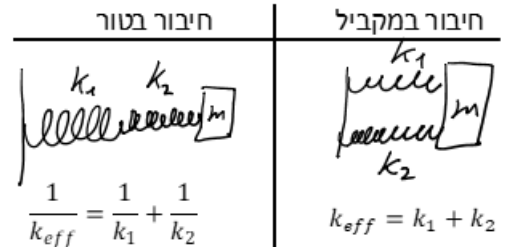
$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים

$$\vec{F} = -k(x - x_0)$$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.



תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

$$S = \Delta \theta \cdot R$$

הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$

כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

מהירות זוויתית: f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):

$$\Sigma F_r = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$$

הכוחות למרכז המעגל:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

תאוצה זוויתית:

$$a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה):

$$h = R(1 - \cos \theta)$$

הגובה במעגל אנכי: כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

$$F_r = m \omega^2 R$$

הכוח הצנטריפוגלי: בכיוון החוצה מהמעגל.

שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

$$\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$$

וקטור המיקום:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:

$$\vec{a}_\theta = \vec{a} \times \vec{r}$$

קואורדינטות פולריות

$$x = r \cos \theta; \quad y = r \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}; \quad \tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}; \quad \hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$$

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = r\hat{r}; \quad \vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$$

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$-\vec{m}\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{אמיתיים} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.

אמיתיים $\Sigma \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $-\vec{m}\vec{a}_0$ " - הוא הכוח המדומה כאשר $\vec{a}_0$ היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

כוח גרר וכוח ציפה

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כוח גרר הוא כוח מהצורה:

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **בדור** בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

כוח ציפה - פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

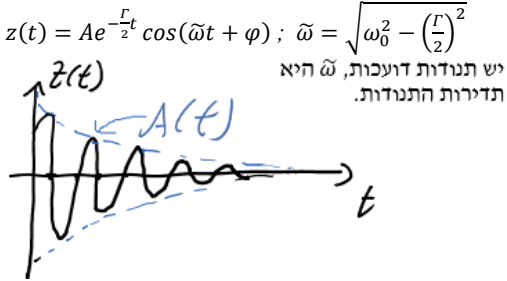
העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:

$$W_{EF} = \Delta E_k$$

העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף



מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה להתאמת.
מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:
 $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$
אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.
בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m.} = \int x dm$$

כ"ל לגבי y ו-z, לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי.
מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M \vec{v}_{c.m.}$
ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.
מערכת מרכז המסה היא מערכת שזוהי ביחד עם נקודת מרכז המסה.
בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמציות גליליי.
במערכת מרכז המסה **התנע הכולל של המערכת הוא אפס** ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$
משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. תערה: משפט שטיינר פועל רק **לצירים מקבילים**, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

	גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
	דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
	מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:
 $\vec{J}_{\Sigma F} = \Delta \vec{p}$
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$
אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$
בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה:
 $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$
k ו m הם קבועים חיוביים כלשהם.
x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
- \ddot{x} - נגזרת שניה של המשתנה.
חיובי להיות מינוס לפני k.
פתרון המשוואה:
 $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$
x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - תדירות זוויתית
 ϕ - פאזה.
מציאת הקבועים בפתרון:
x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

תנועה הרמונית פשוטה

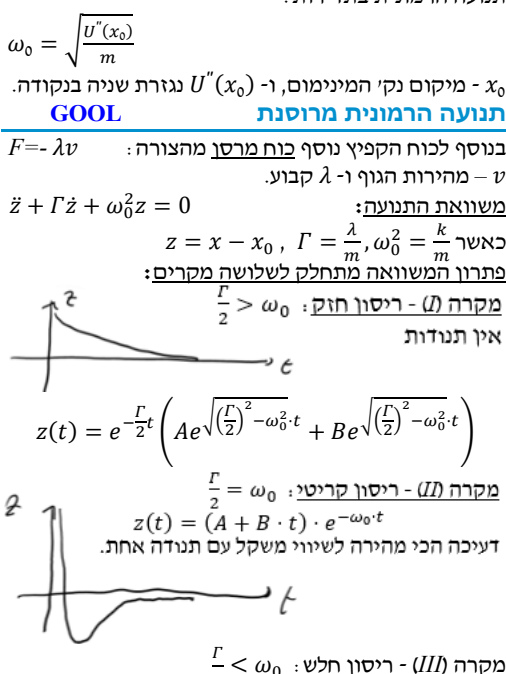
של המקדם $\frac{x}{\ddot{x}}$ של המקדם $\frac{\ddot{x}}{x}$
 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
מוצאים מתנאי התחלה x(0) ו- \dot{x}(0).
נוסחה למהירות המקסימאלית:
 $v_{max} = \omega A$
האנרגיה:
 $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$
- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.
- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי' בקצות והקינטית בשיווי משקל.
בור פוטנציאלי: כאשר גוף נע בסביבה קרובה מאוד למינימום של הפוטנציאל (האנרגיה הכללית שלו גדולה רק במעט מהאנרגיה הפוטנציאלית במינימום) אז הוא מבצע תנועה הרמונית בתדירות:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''(x_0)}{m}}$$

x_0 - מיקום נק' המינימום, ו- U''(x_0) נגזרת שניה בנקודה.

תנועה הרמונית מרוסנת

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף **כוח מרוסן** מהצורה: $F = -\lambda v$
v - מהירות הגוף ו- \lambda קבוע.
משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$
כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:
מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$
אין תנודות
מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 $z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$
דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.
מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$



$E_k = \frac{1}{2} m v^2$ אנרגיה קינטית
כוח משמר:
- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.
- העבודה במסלול סגור מתאפסת.
- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_c = -\Delta U$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_g = mgh$
 $U_{el} = \frac{1}{2} k x^2$
כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.
- חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות
אנרגיה (מכאנית) כללית: $E = E_k + U$
- סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$
העבודה של כל הכוחות הלא משמרים W_{NC} חוק שימור האנרגיה:
אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת **העבודה של כוח לא קבוע:**

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
דוגמה בוד-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx - נגזרת dy. בדוגמה $dy = 5x^4 dx$. הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.
נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
תערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.
נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_x > 0$
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_x < 0$
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס
חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת
 $\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x$ וגם $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ וגם $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$
שלב 1 - נעשה $U = -\int F_x dx + g(y, z)$
כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב y, z.
דוגמה: $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$
 $U = -\int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2 yz + g(y, z)$
שלב 2 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ ומשם נמצא את $g(y, z)$
באמצעות אינטגרל על y ונוסיף h(z). בדוגמה:
נציב $U = -x^2 yz + g(y, z)$: $\frac{\partial U}{\partial y} = -(zx^2 + 3)$
נעשה אינטגרל ונוסיף h(z): $h(z) = -3y + g(y, z)$
עכשיו $U = -x^2 yz - 3y + h(z)$
שלב 3 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:

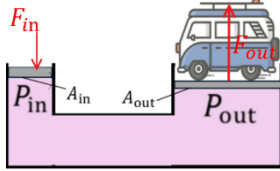
נציב $U = -x^2 yz - 3y + h(z)$: $\frac{\partial U}{\partial z} = -yx^2$
נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע: $h(z) = C$
קבלנו: $U = -x^2 yz - 3y + C$
שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין תנאי נשאיר את C.
- אם אין תלות ב- z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.
הספק ונצילות

הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 $\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{E_{in}}$
כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.

מתקף ותנע

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.
 עקרון פסקל: אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז
 הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.
 מערכת הידראולית:



$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

$$F_b = \rho_l V g$$

ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

GOOL

הידרודינמיקה

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$$

חתך ביחידת זמן): ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v$$

ביחידת זמן): במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

משוואת הרציפות: עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה $A_1 v_1 = A_2 v_2$

עקרון ברנולי: הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = \text{const}$$

או

הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב.

2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טוריציילי: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית

של מיכל מלא בגובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה

$$v = \sqrt{2gh}$$

חופשית מאותו הגובה

צינור ונטורי:



מוט בקצה

$$I = \frac{1}{3} m L^2$$

כדור מלא במרכז מסה

$$I_{c.m.} = \frac{2}{5} m R^2$$

תיבה או לוח במרכז מסה

$$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$

אם $I_x = I_y$ (בדיר"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z : מומנט ההתמד של

הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy .

לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה

ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס

הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא

מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל

הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או

באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

הידרוסטטיקה

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח): $\rho = \frac{M}{V}$

מוצקים

אלומיניום 2.70×10^3 kg/m^3 מים 1.00×10^3 kg/m^3 (4°C)

ברזל ופלדה 7.8×10^3 kg/m^3 פלזמת דם 1.03×10^3 kg/m^3

נחושת 8.9×10^3 kg/m^3 דם מלא 1.05×10^3 kg/m^3

עופרת 11.3×10^3 kg/m^3 מי ים 1.025×10^3 kg/m^3

זהב 19.3×10^3 kg/m^3 כספית 13.6×10^3 kg/m^3

אתנול 0.79×10^3 kg/m^3 (אלכוהול אתילי)

בטון 2.3×10^3 kg/m^3

גרניט 2.7×10^3 kg/m^3 בנזין 0.68×10^3 kg/m^3

עץ (טיפוסים) $0.3-0.9 \times 10^3$ kg/m^3 גזים

זכוכית רגילה $2.4-2.8 \times 10^3$ kg/m^3 אוויר 1.29 kg/m^3

קרח (H_2O) 0.917×10^3 kg/m^3 הליום 0.179 kg/m^3

עצם $1.7-2.0 \times 10^3$ kg/m^3 פחמן דו-חמצני 1.98 kg/m^3

אדי מים 0.598 kg/m^3 (100°C)

לחץ: $P = \frac{F}{A}$

F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.

הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI : $1Pa = 1N/m^2$

- זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.

- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.

- אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן,

- רכיב מקביל לדופן יגרם לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל/בעל צפיפות אחידה: $P = \rho g h$

*הניסוחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ

המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:

$$P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

לחץ אטמוספרי:

$$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1atm$$

$$1bar = 10^5 Pa$$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): $P = P_0 + P_G$