

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

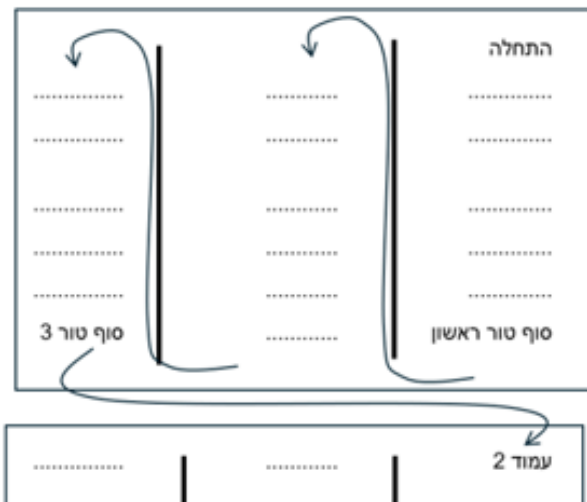
את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כולות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
וקטור ההעתק: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$
 - וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול
וקטור התאוצה הממוצעת: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$
וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$
 גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

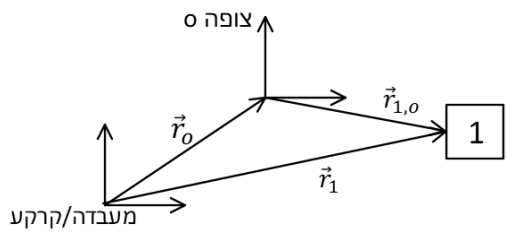
משוואות מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
 סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצוא את המשוואה באמצעות ביטול משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|} \vec{v}$
 - התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.
תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$
 $|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$
 - התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.
רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי) GOOL

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:
 $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$
 הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאיים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.
- נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.
- נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):
 $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$
 γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):
 $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
 γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

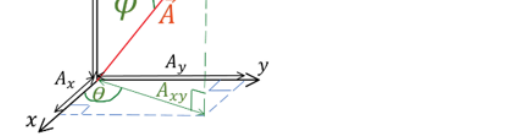
קפיצים GOOL

חוק הוק - הכוח של קפיץ: $\vec{F} = -k(x - x_0)$
 כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.
חיבור במקביל
 $\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
חיבור בטור
 $k_{eff} = k_1 + k_2$
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
 $F_b = \rho_l V g$
 כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

כוח גרר וכוח ציפה GOOL

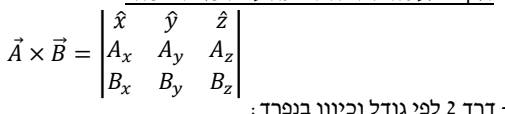
כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$
 $(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$
 $\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$
זווית בין שני וקטורים:
וקטור יחידה:
וקטור בשלושה מימדים:
 $0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$
פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
מכפלה וקטורית: $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$
דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$
דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:
 גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$
 וכיוון לפי כלל יד ימין:



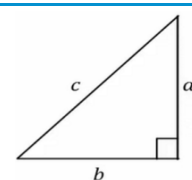
שימו לב שאתם עם יד ימין!!
 - בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!
גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$
גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$
בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$
רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$
 בגליליות:
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$
 בכדוריות (*):
 $\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$

שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הו הזווית θ עם ציר x
תנועה בקו ישר (מימד אחד) GOOL

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$
מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$
תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$
תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$
קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$
 $v(t) = \int a(t) dt$
 - את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:
 $x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$; $v(t) = v_0 + at$
שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן

מבוא מתמטי GOOL

ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$
ניצב ליד: $\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$
 $a^2 + b^2 = c^2$



$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה: $y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

$$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים - מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים - מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

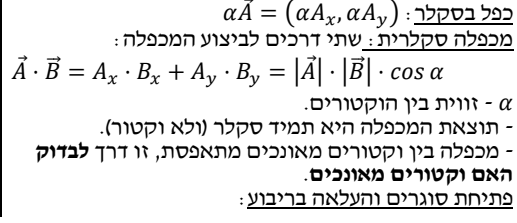
$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:
 $dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

וקטורים - ראו קואורדינטות

פירוק לרכיבים: GOOL

פירוק לרכיבים:
 $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$
כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$
 α - זווית בין הוקטורים.
 - תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
 - מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.
פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:



מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
 כוח סטוסקס - כוח גרר שפועל על **כדור בתוך נוזל**:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור
תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)
הדרך בתנועה מעגלית:
 $S = \Delta\theta \cdot R$
 הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיוסים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):
 $v(t) = \frac{ds}{dt}$
 בכיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית:
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $v = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
 $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל:
 $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$

תאוצה זוויתית:
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קבועה):
 $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$
הגובה במעגל אנכי:
 $h = R(1 - \cos \theta)$
 כאשר θ - נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי:
 $F_r = m\omega^2 R$
 בכיוון החוצה מהמעגל.
 שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום:
 $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
 $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta\vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta\vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$
 כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
 העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
 אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
 $\Delta E_k = W_{\Sigma F}$ העבודה של **כל הכוחות** שפועלים על הגוף
 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית
כוח משמר:
העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.
 - העבודה במסלול סגור מתאפסת.
 - יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:
 $W_c = -\Delta U$
 האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:
 $U_g = mgh$
 האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:
 $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$
 כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.
 חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות
אנרגיה (מכאנית) כללית:
 $E = E_k + U$
 סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה:
 $E_i + W_{NC} = E_f$
 W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים חוק שימור האנרגיה:
 אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת
העבודה של כוח לא קבוע:
 $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
 דוגמה בדו-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$.
 הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר:
 אם ורק אם $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.
 נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
 הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.
נקודות שיווי משקל מתקיימות כאשר: $\vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
 שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_x > 0$
 שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_x < 0$
 שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
 - אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
 שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
 שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
 אוסף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

הספק ונצילות

הספק ממוצע:
 $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי:
 $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 $\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
נצילות:
 $\eta = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$
 כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מציין את כל מה שמושקע.

הספק ונצילות

התנע של גוף:
 $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:
 $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח:
 $\vec{J} = \int \vec{F} dt$
 המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
 המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$
 חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
 הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
 בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוספי למשוואות התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$
 אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:
 $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$
 בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
 התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה:
 $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
 בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונתחשב גם בו.

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה:
 $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$
 k ו- m הם קבועים **חיוביים** כלשהם.
 x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
 x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
 $\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.
 חייב להיות מינוס לפני k .
פתרון המשוואה:
 $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$
 x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
 A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - תדירות זוויתית
 ϕ - פאזה.
מציאת הקבועים בפתרון:
 x_0 אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

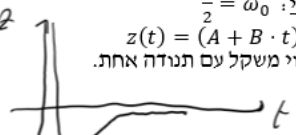
$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$ של המקדם $\frac{x}{\ddot{x}}$
 ϕ , A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.
נוסחה למהירות המקסימאלית:
 $v_{max} = \omega A$
האנרגיה:
 $E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}k(x - x_0)^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$
 - האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.
 - חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.
תנועה הרמונית מרוסנת

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרוסן מהצורה:
 $F = -\lambda v$
 v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.
משוואת התנועה:
 $\ddot{x} + \Gamma \dot{x} + \omega_0^2 x = 0$
 כאשר $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

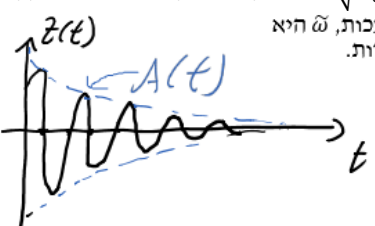
מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות


$$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2}t} \right)$$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 $z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.


מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

$z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \phi)$; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$
 יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.


תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת

בנוסף לכוח הקפיץ והמרוסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:
 $\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$
 Ω ו- F_0 קבועים כלשהם
משוואת התנועה:
 $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$
פתרון משוואת התנועה:

$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$
 $x_{\text{הומוגני}}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...
 - במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזיח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\omega_0 \ll \Gamma$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרוסן)

מבוא מתמטי

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)
 $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $dl = dr/r d\theta$ (טבעת) / dz (קליפה גלילית דקה) / $rd\theta dz$ (דיסקה) / $dr dz$ (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)
 $dv = r d\theta dr dz$
קואורדינטות כדוריות: (r, θ, ϕ)
 $z = r \cos \phi$
 $x = r \sin \phi \cos \theta$
 $y = r \sin \phi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $\cos \phi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 $dl = dr/r \sin \phi d\theta / r d\phi$
 $ds = r^2 \sin \phi d\theta d\phi$ (מעטפת כדור) / $dv = r^2 \sin \phi d\theta d\phi dr$ (קליפה כדורית עבה)
צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:
 $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$
 V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

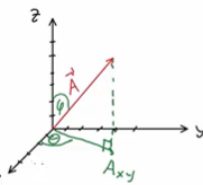
וקטור יחידה:
 $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$
מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$
 α - זווית בין הוקטורים.
 - תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים:
וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$



$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
 $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$
 פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

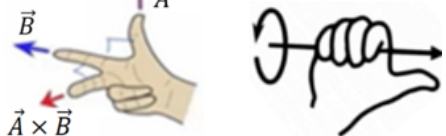
זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$
 מכפלה וקטורית:
 דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \quad \hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{\varphi}; \quad \hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{\theta}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

דיברגנט div בקרטזיות: $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

div בגליליות: $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

$$\vec{\nabla}(f+g) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} - \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) - \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot g) = (\vec{\nabla}f) \cdot g + (\vec{\nabla}g) \cdot f$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) = f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}f)$$

קבועים

מסת הפרוטון, נויטרון ואלקטרון:

$$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg; \quad m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$$

מטען הפרוטון והאלקטרון:

$$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} C = e = -q_e$$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו-k:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}; \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

חוק קולון

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מ- q_1 ל- q_2 , $|\vec{r}| = r$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r} = \frac{k q}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

הכוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl = \sigma ds = \rho dv$$

כאשר dv - ו- ds הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל

תגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$ או $\phi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q \phi$

מתח: $V = \Delta \phi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q \Delta \phi$

עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q \Delta \phi$

פוטנציאל של מטען נקודתי: $\phi = \frac{k q}{r}$

מוליכים:

המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז. במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל. שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בדרך"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).

2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\phi = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על כל בחוק קולון)

דיפול חשמלי

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפך הנמצאים במרחק d זה מזה.

מומנט הדיפול: $\vec{p} = q \vec{d}$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\phi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מציאת התפלגות מטען

למצא צפיפות נפחית נעשה: $\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$

למצא צפיפות משטחית: $\sigma = \epsilon_0 \Delta \phi$

כאשר $\Delta \phi$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi \epsilon_0 \alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \phi$

(הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

משוואת פואסון ולאפלאס

$$\vec{\nabla}^2 \phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\vec{\nabla}^2 \phi = 0$$

משוואת לפלס:

הפלסיאן ($\vec{\nabla}^2 \phi$ או $\Delta \phi$) של פונקציה סקלרית בקרטזיות:

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

בגליליות:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$$

בכדוריות:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \varphi} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\sin \varphi \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \varphi} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2}$$

כאשר φ היא הזווית עם ציר z.

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

$$U = \frac{1}{2} \sum_i \phi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$$

הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.

בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית

חומרים דיאלקטרים

חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לנארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.

$\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

ϵ_r א-כא - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרך"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$

ϵ - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta \phi_{free}$$

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta \phi_T$$

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I = \lambda v$
משוואת הרציפות

משוואת הרציפות:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{J} = -\frac{d\rho}{dt}$$

$\vec{\nabla} \cdot \vec{J}$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח.
 ρ - צפיפות המטען הנפחית
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{J}$ זה כמות המטען שיוצאת ביחידת זמן מכל הכיוונים של קובייה בנפח dv ושווה לשינוי המטען בקובייה $-\frac{d\rho}{dt}$

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשני דרכים.
דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).
דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$
כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!
- כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
- לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדח).
תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I
הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:
$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

- אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:
$$F = BIL \sin \alpha$$

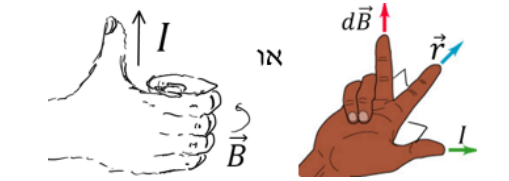
את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.
- הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לזה הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

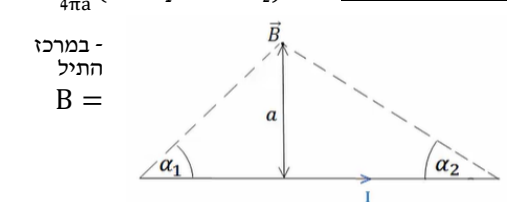
חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

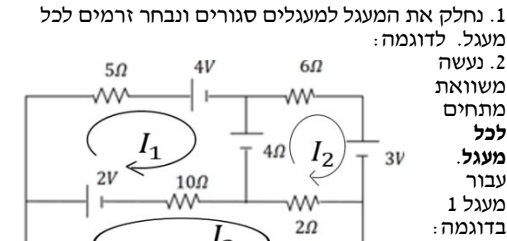
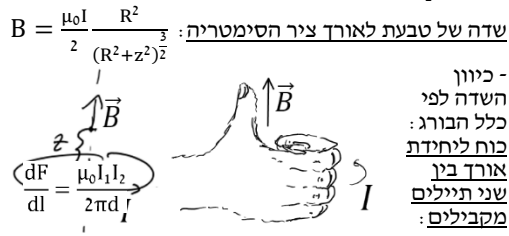
 $\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.
 $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי:
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$$



השדה לפי כלל הבורג:
כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:
$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$



1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:
2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.
3. נפתור את מערכת המשוואות

חומרים דיאלקטרים

הגדרת הקיבול:
$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).
קיבול של קבל לוחות:
$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.
שדה בתוך קבל לוחות:
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$

 σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.
V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:
$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

a ו-b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.
L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:
$$C' = kC_0$$

k (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.
 C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.
חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):
$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$
חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):
$$C_T = C_1 + C_2$$

כאשר $V_T = V_1 = V_2$ ו- $Q_T = Q_1 + Q_2$
שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:
א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
ב. נחשב את השדה בין הלוחות.
ג. נחשב את המתח בין הלוחות.
ד. נציב בנוסחה (בדרי"כ יצטמצם)
שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:
א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל
ב. נחשב את הקיבול של כל אחד
ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:
$$U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:
$$R = \rho \frac{L}{S}$$

 ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
הערה: **שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד**, במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):
$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

צפיפות הזרם ליחידת שטח:
$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.
אם $\vec{J}$ אחידה אז: $I = JS$
 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$
חוק אוהם הדיפרנציאלי:
כאשר σ היא המוליכות ו-E השדה החשמלי.
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:
$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו-q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

צפיפות הזרם ליחידת אורך:
$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז:
$$I = kl$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:
$$\vec{k} = \sigma \vec{v}$$

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $[\frac{1}{m^3}]$.
מומנט הדיפול הכולל בחומר:
$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:
$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.
אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית
בתוך החומר:
$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

וקטור העתקה:
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

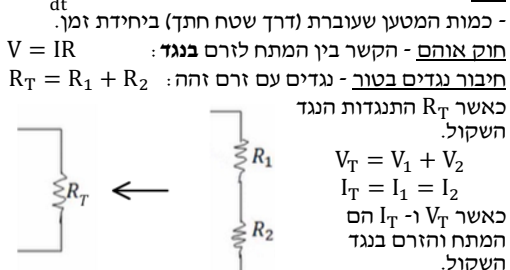
חוק גאוס למטען החופשי:
$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים (בדרי"כ בשאלות):
חומר איזוטרופי:
$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}$$

מעגלי זרם ישר

זרם:
- כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.
חוק אוהם: הקשר בין המתח לזרם בנגד: $V = IR$
חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:
$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.



חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

כאשר $V_T = V_1 = V_2$ ו- $I_T = I_1 + I_2$
חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:
$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

כאשר $V_T = V_1 = V_2$ ו- $I_T = I_1 + I_2$

- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיות באופן דומה:
בטור: $R_T = \sum R_i$, $V_T = \sum V_i$, $I_T = I_i$
במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$, $I_T = \sum I_i$, $V_T = V_i$
מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

החספק בנגד:
$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

($P = IV$) נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד).
נתן - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.
קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:
$$V = \epsilon - Ir$$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.
 ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):
$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

 Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:
$$\begin{cases} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3 \end{cases}$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה i בעמודות התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:
$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

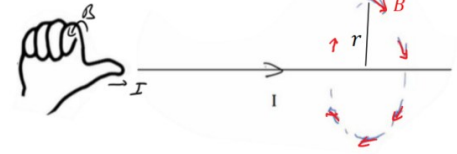
כוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

GOOL

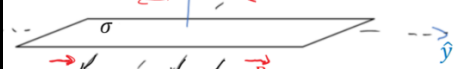
חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$
- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכי נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.
המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי.
3. סליל אינסופי / טורואיד.

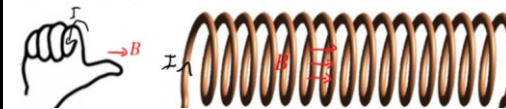
שדה של תיל אינסופי:
 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
שדה של מישור אינסופי:
 $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$
עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v.



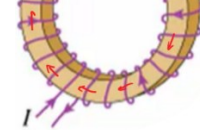
שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:
 $B = \mu_0 n I$
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



טורואיד:
 $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.



מציאת צפיפות זרם משה מגנטי נתון GOOL

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):
 $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):
 $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$
כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\vec{B}_1, \vec{B}_2$ שדה המהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$

בוקאורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C
קבוע כלשהו. נשווה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל
 $I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$

GOOL

חוק פאראדי

חוק פאראדי:
 $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

האם השטף גדל או קטן?



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:
 $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:
 $\epsilon = BLv \sin \alpha$
כאשר α היא המהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.
כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

GOOL

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:
1. חוק גאוס: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$
2. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$; $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$
השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.
3. $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$; $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$
מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\epsilon = -\phi_B$
4. $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$;

$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$
חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)
וקטור פוינטינג והאנרגיה האגורה בשדות:

אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:
 $U = \int \left(\frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \right) dv$
צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח):
 $u_{em} = \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$
וקטור פוינטינג:
 $\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$
שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.
הקשר בין האנרגיה לוקטור פוינטינג בריק:
 $\oint \vec{s} \cdot d\vec{l} = -\frac{dU}{dt}$
בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פוינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בבפח הכלוא במשטח.

הקשר הדיפרנציאלי בריק:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{s} = -\frac{du_{em}}{dt}$

GOOL

מעגלי זרם חילופין

מעגל LC:
משוואת המעגל:
 $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$
ו- $I = -\dot{q}$
(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הפאזה)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון:
 $q(t) = A \cos(\omega t + \phi)$; $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
האנרגיה האגורה במעגל:
 $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} L I^2$
(האנרגיה הכוללת נשמרת)

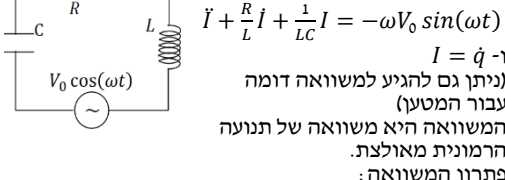
מעגל RLC:
משוואת המעגל:
 $I = -\dot{q}$ ו- $\ddot{q} + \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$
(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הפאזה)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
ו- $\Gamma = \frac{R}{2L}$
הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה 1- ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$
 $\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$
מקרה 2- ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$
בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.

מקרה 3- ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \phi)$
 $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$

בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:
 $E \propto e^{-2\Gamma t}$
(בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)

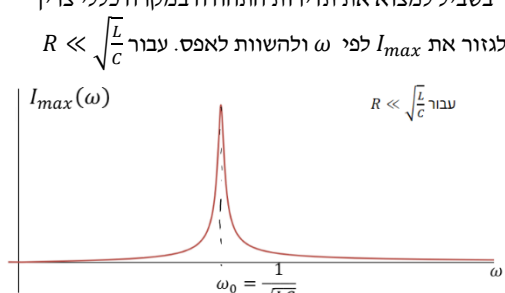
מעגלים עם מקור מתח חילופין:
משוואת המעגל:
 $\ddot{I} + \frac{R}{L} \dot{I} + \frac{1}{LC} I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$
ו- $I = \dot{q}$
(ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.
פתרון המשוואה:



פתרון הומוגני $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \phi)$
- הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.
- הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בד"כ מתייחסים רק אליו.

$$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$$
$$\tan \phi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

תהודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.
- שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.
- בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לגזור את I_{max} לפי ω ולהשוות לאפס. עבור $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

פתרון עם מספרים מורכבים:
אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \phi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$$
$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi)}$$

(בדרכי לא רושמים את הגל)
בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן
פאזורים: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית. הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרכי מסתכלים רק על הפאזור ב $t=0$

עכבה Impedance:
זכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע). הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

רכיב:
 $\phi_z = \phi_v - \phi_I$
הגודל של העכבה:
 $|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$

הרכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	iωL	בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$
קבל	1/iωC	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את העכבה הכוללת של המעגל:
 $\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$
ו- $\tilde{I}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).
ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):
 $I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$; $V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$

הספק רגעי:
 $P(t) = V(t)I(t)$
לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

הספק ממוצע:
 $\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \phi = V_{RMS} I_{RMS} \cos \phi$

כאשר φ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.
 $\cos \varphi$ הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

חוק סנל **GOOL**

חוק סנל:
$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

כאשר n הם מקדמי השבירה של התווך ו- θ הן הזוויות בין הקרן שפוגעת/מוחזרת לבין האנך למשטח.