

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0

בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

a = g

נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0

בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.

עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.

מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש:

t_שיא גובה = v_0 / g ; y_שיא גובה = y_0 + v_0^2 / 2g

תנועה במישור - בליסטית

r = x i + y j = (x, y)

dr = dx i + dy j = (dx, dy)

v_avg = dr/dt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית theta (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(theta) t ; v_x(t) = v_0 cos(theta)

y(t) = y_0 + v_0 sin(theta) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(theta) + a_y t

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g = -a_y

יתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה (v_y(t) = 0) :

t_שיא גובה = v_0 sin(theta) / g

y_שיא גובה = y_0 + (v_0 sin(theta))^2 / 2g

R = v_0^2 sin(2theta) / g

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע):

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיכוך סטטי:

פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

f_s <= mu_s N או f_{s,max} = mu_s N

חיכוך קינטי:

פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים).

בניגוד לסטטי ושווה ל:

f_k = mu_k N

המישור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה mgsin(theta)

ובמאונך למישור mgcos(theta)

, שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

Sigma F = ma

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר

Sigma F_x = ma_x ; Sigma F_y = ma_y

בנפרד. כלומר: ma_x = Sigma F_x ; ma_y = Sigma F_y

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נסיק את הקשר בין התאוצות של הגופים.

ננסה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה:

v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

ננסה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה:

v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים:

התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.

הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = integral v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

a(t) = dv/dt ; v(t) = integral a(t) dt

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים

פירוק לרכיבים:

A_y = |A| sin theta

A_x = |A| cos theta

למצא גודל וזווית:

|A| = sqrt(A_x^2 + A_y^2) ; tan theta = A_y / A_x

חיבור וקטורים:

בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.

תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

B = alpha A = (alpha A_x, alpha A_y)

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A . B = A_x . B_x + A_y . B_y + A_z . B_z =

= |A| |B| cos alpha

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור)

מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos alpha = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

וקטור יחידה:

A_hat = A / |A|

וקטור בשלושה מימדים:

0 <= phi <= pi

0 <= theta <= 2pi

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

tan theta = A_y / A_x

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמוles

sin alpha = a/c

cos alpha = b/c

tan alpha = a/b

1/tan alpha = cot alpha = b/a

a^2 + b^2 = c^2

sin(90 - alpha) = cos alpha ; cos(90 - alpha) = sin alpha

tan(90 - alpha) = cot alpha ; cot(90 - alpha) = tan alpha

sin(90 + alpha) = cos alpha ; cos(90 + alpha) = -sin alpha

tan(90 + alpha) = -cot alpha ; cot(90 + alpha) = -tan alpha

sin(180 - alpha) = sin alpha ; cos(180 - alpha) = -cos alpha

tan(180 - alpha) = -tan alpha ; cot(180 - alpha) = -cot alpha

sin(-alpha) = -sin alpha ; cos(-alpha) = cos alpha

tan(-alpha) = -tan alpha ; cot(-alpha) = -cot alpha

sin 2alpha = 2 sin alpha cos alpha

cos 2alpha = cos^2 alpha - sin^2 alpha = 1 - 2 sin^2 alpha = 2 cos^2 alpha - 1

sin(alpha + beta) = sin alpha cos beta + cos alpha sin beta

cos(alpha + beta) = cos alpha cos beta - sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

cos(alpha - beta) = cos alpha cos beta + sin alpha sin beta

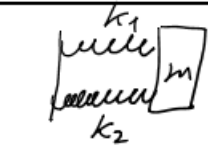
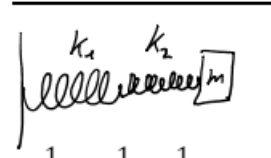
sin(alpha - beta) = sin alpha cos beta - cos alpha sin beta

- יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים

GOOL

קפיצים

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל	חיבור בטור
 $k_{eff} = k_1 + k_2$	 $\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

GOOL

כבידה והכוח הריבועי ההפוך

כוח הכבידה בין שני גופים בעלי מסה: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
- כאשר m_1 ו- m_2 הן שתי המסות ביניהם פועל הכוח.
- r הוא המרחק בין מרכזי הכובד של הגופים. מפה השם הכוח הריבועי ההפוך.
- G הוא קבוע הנקרא **קבוע הכבידה העולמי** (או קבוע הגריטציה העולמי או קבוע ניוטון), ערכו נמדד בניסויים והוא: $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg} = 6.67384 \cdot 10^{-8} \frac{cm^3}{s^2 gr}$

GOOL

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי

באנרגיה קינטית: $W_{SF} = \Delta E_k$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):
 $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 k הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)
האנרגיה הכוללת היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $W_{NC} = \Delta E$
 E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$h = l(1 - \cos \theta)$
 h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חוס (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
- כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 $Q = -W_{fk}$
- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע: $P = \frac{W}{\Delta t}$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שנייה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.
- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

GOOL

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.
מיקום הגוף: $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
הדרך (אורך הקשת שמול הזווית): $S = R \cdot \Delta \theta$

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.
מיקום הגוף: $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
הדרך (אורך הקשת שמול הזווית): $S = R \cdot \Delta \theta$

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.
מיקום הגוף: $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
הדרך (אורך הקשת שמול הזווית): $S = R \cdot \Delta \theta$

המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.
מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:

(ביחידות של רדיאן לשניה) $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור.
הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (לכון גם למהירויות שאינן קבוע): $|\vec{v}| = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
סכום הכוחות למרכז המעגל:

$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$

- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה X למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
- אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת: $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$
תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת: $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
(ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה): $a_\theta = \alpha R$
מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$
זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$

GOOL

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$
התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$

התנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$
 $\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות.
רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-
 $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.