

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען ציפה: נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x , y , z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

GOOL

פוטנציאל

הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ או $\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\varphi$

מתח: $V = \Delta\varphi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$

עבודה לחזוי מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q\Delta\varphi$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

- במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

- במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).

2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\varphi = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)

GOOL

דיפול חשמלי

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.

מומנט דיפול: $\vec{p} = q\vec{d}$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{E} = -\vec{\nabla} U$$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי בקואורדינטות).

GOOL

מציאת התפלגות מטען

למצא צפיפות נפחית נעשה:

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

למצא צפיפות משטחית:

$$\sigma = \epsilon_0 \Delta_\perp U$$

כאשר $\Delta_\perp$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

GOOL

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

$U = \sum \frac{1}{2} \varphi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

- בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

- בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z- והזווית θ עם ציר x במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z} ; \hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{z} ; \hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{\theta}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

דיברגנט div בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial(rF_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial(F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z- והזווית θ עם ציר x זהויות של אופרטורים:

$$\vec{\nabla}(f+g) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla})\vec{A}$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot g) = (\vec{\nabla}f) \cdot g + (\vec{\nabla}g) \cdot f$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) = f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}f)$$

קבועים

מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:

$$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} kg ; m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} kg$$

מטען הפרוטון והאלקטרון:

$$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} C = e = -q_e$$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו- k :

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} ; \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

GOOL

חוק קולון

כוח קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

$\hat{r}$ וקטור מ- q_1 אל q_2 , $|\vec{r}| = r$ ו- $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחק:

GOOL

מבוא מתמטי

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$dl = dr / r d\theta$ (טבעת)

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

(גליל מלא או קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

(מעטפת כדור) $ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$

(כדור מלא או קליפה כדורית עבה)

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V} ; \sigma = \frac{M}{S} ; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$

$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$$

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין

שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפרוטנציל שהם נמצאים בו.
 - בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

חומרים דיאלקטרים
חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.
 $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).
 ϵ_r או ϵ_r - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדר"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$
צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$$

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_T$$

צפיפות המטען הכוללת:
צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקישור של הדיפולים.
 $\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$

פ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:
 $\vec{P} = N \vec{p}_1$
 $\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.
 N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.
מומנט הדיפול הכולל בחומר:
 $\vec{p} = \int \vec{P} dV$
הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.
אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית
בתוך החומר:
 $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$
וקטור העתקה:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים (בדר"כ בשאלות):
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
חומר איזוטרופי:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$
מגדלי זרם ישר

זרם:
 $I = \frac{dq}{dt}$
 - כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.
חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם **בנגד**:
 $V = IR$
חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:
 $R_T = R_1 + R_2$
 כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.
 $V_T = V_1 + V_2$
 $I_T = I_1 = I_2$
 כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.
חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:
 $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$
 $I_T = I_1 + I_2$
 $V_T = V_1 = V_2$

- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיות באופן דומה:
 בטור: $R_T = \sum R_i$, $V_T = \sum V_i$, $I_T = I_i$
 במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$, $I_T = \sum I_i$, $V_T = V_i$
מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.
החספק בנגד:
 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$
 $P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.
נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.
קצר - מצב בו אין התנגדות
מקור מתח לא אידיאלי:
 $V = \epsilon - Ir$
 V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
 r - ההתנגדות הפנימית.
חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
 - נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
 - נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
 - נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
 - נפתור את מערכת המשוואות.

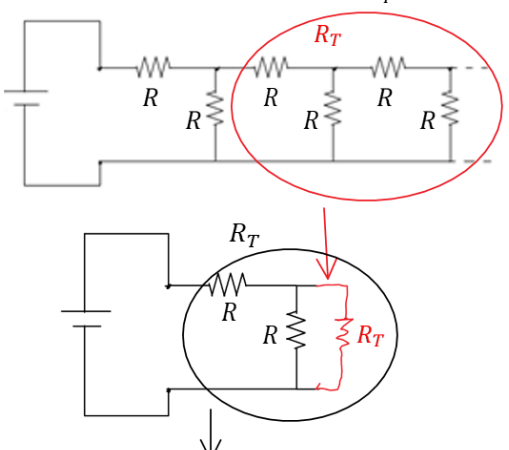
שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):
 $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$
 Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרעות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

 $3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$
 $2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$
 $4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$
 Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:
 1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:
 2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.
 עבור מעגל 1 בדוגמה:
 $5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$
 3. נפתור את מערכת המשוואות
מעגלים אינסופיים:
 נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.
 נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל ב R_T
 - נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו R_T

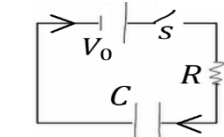
מגדלי זרם ישר


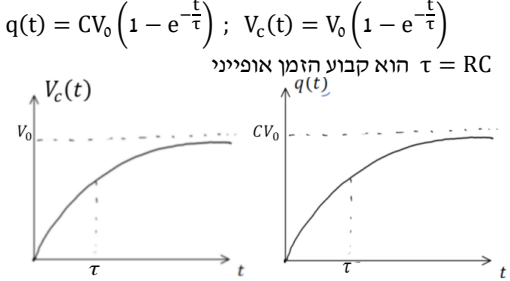
$$R_T = R + \frac{R \cdot R_T}{R + R_T}$$

חומרים דיאלקטרים
הגדרת הקיבול:
 $C = \frac{|q|}{|V|}$
 הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).
קיבול של קבל לוחות:
 $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.
שדה בתוך קבל לוחות:
 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$
 σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.
 V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.
קיבול של קבל גלילי:
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$
 a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.
 L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.
הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:
 $C' = kC_0$ (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.
חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):
 $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
 כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$
חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):
 $C_T = C_1 + C_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$
שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:
 א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
 ב. נחשב את השדה בין הלוחות.
 ג. נחשב את המתח בין הלוחות.
 ד. נציב בנוסחה (בדר"כ Q יצטמצם)
שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:
 א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל.
 ב. נחשב את הקיבול של כל אחד.
 ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות.

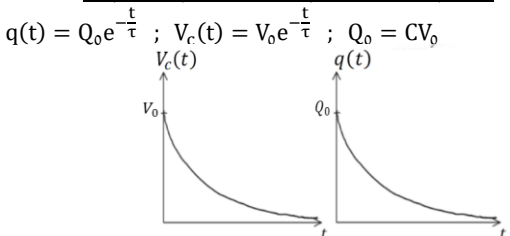
אנרגיה האגורה בקבל:
 $U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$
העבודה שמבצעת הסוללה:
 $W_S = \Delta q V_S = -2\Delta U_C$
 Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוהי המטען שקיבל הקבל)
כוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:
 $F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$
 הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל
מעגל טעינה:

משוואות המתחים:
 $V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = \frac{dq}{dt}$
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):
 $q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$; $V_C(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$
 $\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



הזרם כתלות בזמן:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.
לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:
משוואות המתחים:
 $\frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = -\frac{dq}{dt}$
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):
 $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $Q_0 = CV_0$



הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
מעגלים אינסופיים בקבלים: ראו מעגלים אינסופיים במעגלי זרם ישר.

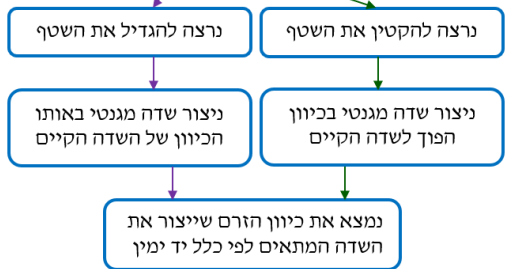
מבנה הנגד וצפיפות זרם
תלות של ההתנגדות במבנה הנגד:
 $R = \rho \frac{L}{S}$
 ρ - ההתנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
 L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
 S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב ההתנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

GOOL

חוק פאראדיי

חוק פאראדיי: $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
 הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.

האם השטף גדל או קטן?



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\epsilon = BLv \sin \alpha$
 כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.
 כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

GOOL

אפקט הול

בפועל רק אלקטרונים זזים במוליך כשיש זרם. כתוצאה מהתנועה הזו הם מרגישים כוח (אם יש שדה מגנטי) שדוחף אותם לדופן המוליך ונוצרת הפרדת מטענים הגורמת לשדה חשמלי לרוחב המוליך. בשינוי משקל הכוח החשמלי שווה למגנטי. מהשוויון ניתן לחשב את השדה החשמלי ו-
המתח הנוצר לרוחב המוליך: $V = \frac{IdB_{\perp}}{nqA} = \frac{2IB_{\perp}}{nq\pi R}$

V - המתח בין הקצוות של המוליך שמאונכות לכיוון הזרם וכיוון השדה המגנטי. I - הזרם במוליך.
 $B_{\perp}$ - הרכיב של השדה המגנטי שמאונך לזרם.
 n - מספר האלקטרונים ליחידת נפח במוליך.
 q - מטען האלקטרון. d - הרוחב של המוליך שמצדדיו נמדד המתח. A - שטח החתך של המוליך (מאונך לזרם) השוויון השני למקרה של מוליך גלילי, R רדיוס הגליל.

GOOL שדות משתנים בזמן זרם העתקה

ממשוואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשנתה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.
אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז: נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פאראדיי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר בד"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$
אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז: נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר רק שבמקום זרם יש $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$ (או במקום צפיפות זרם $\epsilon_0 \frac{dE}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

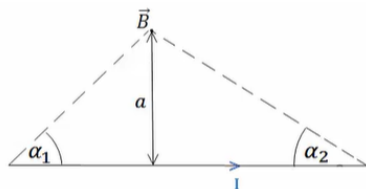
GOOL

מומנט דיפול מגנטי

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.
מומנט הדיפול המגנטי $\vec{\mu}$ לפעמים מסומן ב- $\vec{m}$: $\vec{\mu} = I\vec{A}$
 I - הזרם בלולאה. $\vec{A}$ - השטח הסגור על ידי הלולאה. כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם. השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדי $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]$
הדיפול:
 מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
חיצוני:
 האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$
חיצוני:
השראות

ההשראות ברכיב: $L = \frac{\Phi_B}{I}$
 Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.
 - ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בד"כ קבועה.
חישוב השראות לפי הגדרה:
 1. נניח שזרם זרם I ברכיב.
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
 4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.
השראות של סליל: $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$
 N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת
כא"מ ברכיב עם השראות L : $\epsilon = -L\dot{I}$
 האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

במרכז - התיל $B =$



שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$
 (L אורך התיל), $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{L}{2})^2 + a^2)^{3/2}}$

כיוון השדה לפי כלל הבורג:
כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:
 $\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$
 הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

GOOL

חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$
 - כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
 - הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. **המקרים הנפוצים של חוק אמפר:**
 1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
 2. מישור אינסופי.
 3. סליל אינסופי / טורואיד.
שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
 כאשר r הוא המרחק מהתיל.

כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
שדה של מישור אינסופי:
 עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .
שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:
 כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
 - כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.

טורואיד: $B = \frac{\mu_0 IN}{2\pi r}$
 N - מספר הליפופים הכולל.
 r - המרחק ממרכז הטורואיד.
מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי): $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה): $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$
 כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\Delta \vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$
בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$ בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C קבוע כלשהו. נווה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{C2\pi}{\mu_0}$

GOOL מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מציאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי): $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה): $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$
 כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\Delta \vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$
בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$ בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C קבוע כלשהו. נווה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל $I = \frac{C2\pi}{\mu_0}$

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית): $\sigma = \frac{1}{\rho}$
צפיפות הזרם ליחידת שטח: $\vec{j} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$
 כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{j}$.
 - אם $\vec{j}$ אחידה אז: $I = JS$
חוק אוהם הדיפרנציאלי: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
 כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה: $\vec{j} = \rho \vec{v}$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.
צפיפות הזרם ליחידת אורך: $I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$
 כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז: $I = kl$
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה: $\vec{k} = \sigma \vec{v}$
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I = \lambda v$

GOOL

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשני דרכים.
 - דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).
 - דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:
 - שימו לב שאתם עם יד ימין!
 - כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
 - לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:
 $R = \frac{mv}{qB}$
 אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:
 $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$

אם $v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה. עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

GOOL

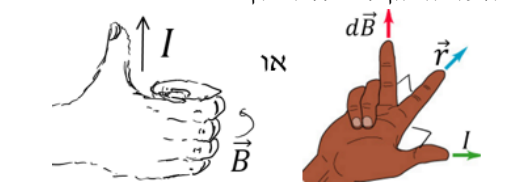
הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי B הוא: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
 - אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:
 $F = BIL \sin \alpha$
 את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.
 הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
 הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוו הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

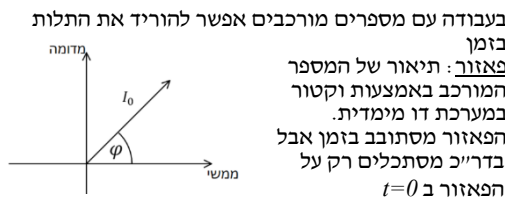
GOOL

חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:
השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$
השדה של תיל סופי:



השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$
השדה של תיל סופי:



בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן
פאזור: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית. הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרי"כ מסתכלים רק על הפאזור ב $t=0$
עכבה Impedance: תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע). הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב:
 $\varphi_z = \varphi_v - \varphi_I$
 הגודל של העכבה:
 $|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$

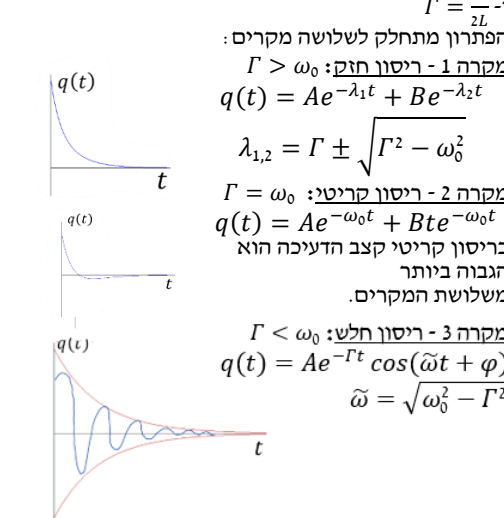
הרכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	$i\omega L$	בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$
קבל	$\frac{1}{i\omega C}$	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את העכבה הכוללת של המעגל:
 $\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$
 $\tilde{I}_s$ ו- $\tilde{V}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (ביוצג המורכב).
ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):
 $I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} ; V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$
הספק רגעי:
 $P(t) = V(t)I(t)$
 לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.
הספק ממוצע:
 $\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \varphi$
 $V_{RMS} I_{RMS} \cos \varphi$
 כאשר φ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.
 $\cos \varphi$ הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

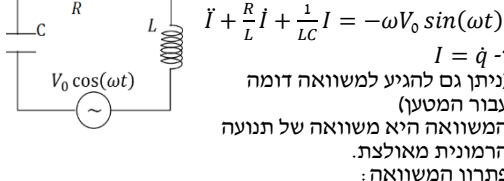
מבוא לגלים

גלים רוחביים: ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות (מיתר) **גלים אורכיים**: ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות (קול) **תנוד**: החומר בו מתקדמת ההפרעה
פונקציית הגל: $f(x \pm vt)$, כאשר v היא מהירות הגל. אנרגיה של גל: $E \propto A^2$, A היא האמפליטודה (משרעת) **משוואת הגלים במימד אחד**:
 $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$
 כל פונקציה מהצורה $f(x \pm vt)$ היא פתרון של משוואת הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני הפתרונות אותה מהירות גל.
התאבכות: סכימה של גלים שנפגשים
חזית גל: אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן **גלים מחזוריים**:
 $\lambda = v \cdot T$
 λ - אורך הגל; T - זמן המחזור; v - מהירות הגל
תדירות (מספר המחזורים בשנייה):
 $f = \frac{1}{T}$
גל הרמוני:
 $y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$
מספר הגל:
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$
קשרים בין הגדלים השונים:
 $\omega = vk = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
גל עומד: מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים מנוגדים
 $y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} \sin(kx - (\omega t + \varphi)) + \frac{A}{2} \sin(kx + (\omega t + \varphi))$
נקודות צומת (node): נקודות שלא זזות. אין מהירות גל. **נקודת טבור (antinode)**: אמפליטודה מקסימאלית. **פעילות**: בפעמיות אנהנו מחברים שני גלים בעלי אותה אמפליטודה ומקבלים גל בתוך מעטפת (פעמיה).
 $\Psi_1(t) = A \cos(\omega_1 t) \text{ \& } \Psi_2(t) = A \cos(\omega_2 t)$
 $\Psi_T(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t) = 2A \cos(\omega t) \cos(\Delta \omega t)$

פתרון: $q(t) = A \cos(\omega t + \varphi) ; \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
האנרגיה האגורה במעגל:
 (האנרגיה הכוללת נשמרת)
מעגל RLC:
משוואת המעגל:
 $I = -\dot{q} - \frac{R}{L} \dot{q} + \frac{1}{LC} q = 0$
 (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
 $\Gamma = \frac{R}{2L}$
 הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:
מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$
 $\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$
מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$
 בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.
מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \varphi)$
 $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$



כל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:
 (בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)
מעגלים עם מקור מתח חילופני:
משוואת המעגל:
 $\ddot{I} + \frac{R}{L} \dot{I} + \frac{1}{LC} I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$
 $I = \dot{q}$
 (ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.
פתרון המשוואה:

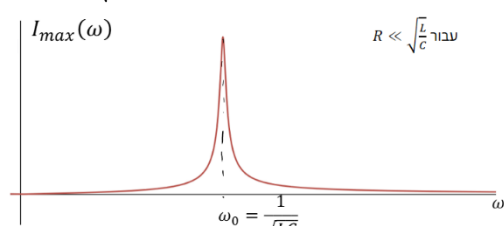


פתרון הומוגני $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \varphi)$
 הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.
 הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בדרי"כ מתייחסים רק אליו.

$$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$$

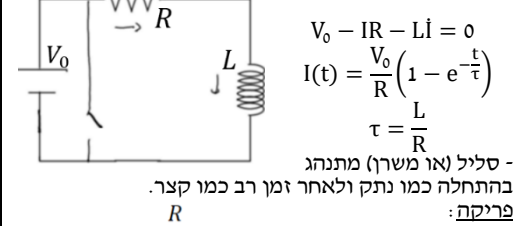
$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

תהודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.
 - שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.
 - בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לגזור את I_{max} לפי ω ולהשוות לאפס. עבור $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
פתרון עם מספרים מורכבים:
 אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \varphi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:
 $I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$
 $\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$
 (בדרי"כ לא רושמים את הגל)

$U_L = \frac{1}{2} LI^2$
 $U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$
האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:
 - את האינטגרל עושים על כל המרחב.
 - זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).
 - ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).
המתח על סליל (משרן) במעגל:
 $V_L = LI \dot{I}$
 הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.
מעגלי RL
טעינה:

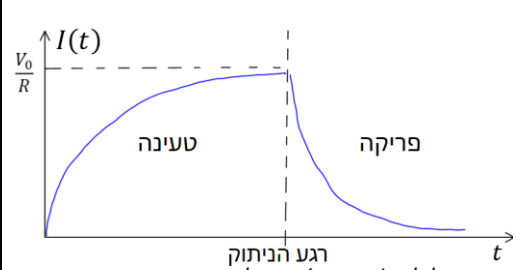


$$V_0 - IR - LI \dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- סליל (או משרן) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.
פריקה:
 $-IR - LI \dot{I} = 0$
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:
 בטור: $L_T = L_1 + L_2 + \dots$
 כאשר $V_T = V_1 + V_2 + \dots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \dots$
 במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$
 כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

השראות הדדית

השראות הדדית:
חישוב השראות הדדית:
 1. נניח שזרם I_2 ברכיב 2.
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
 4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.
 - השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$
 ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).
יחס המתחים בשנאי:
 $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$
 N הוא מספר הליפופים בכל צד.

משוואות מקסוול

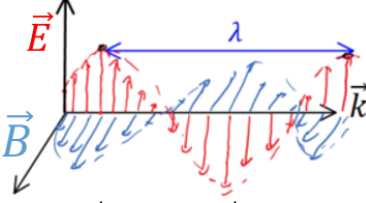
הצורה הדיפרנציאלית: **הצורה האינטגרלית**:
 1. חוק גאוס $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho dV$
 2. $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
 השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.
 3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$
 מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\varepsilon = -\dot{\phi}_B$
 4. $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$
 חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)
מעגלי זרם חילופני

מעגל LC:
משוואת המעגל:
 $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$
 $I = -\dot{q}$
 (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.



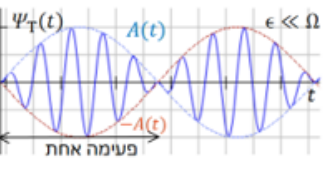
- קצה סגור $\psi = 0$ (כמו קצה קשור במיתר)
 - קצה פתוח $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \Rightarrow \psi_p = 0$ (כמו קצה חופשי במיתר)
 ערך RMS של פונקציית סינוס/קוסינוס הוא הערך המקסימלי חלקי $\sqrt{2}$
 מטריצת מומנט ההתמד:
 $L_{ij} = \sum_j I_{ij} \omega_j$
 $I_{ij} = \sum_k m_k (r_k^2 \delta_{ij} + i \cdot j)$
 כאשר i, j, k מקבלים את הערכים x, y, z
GOOL **גלים אלקטרומגנטיים**

משוואות הגלים בריק ($\rho = I = 0$):
 $\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$
 c היא מהירות האור כאשר $\mu_0 \epsilon_0 = \frac{1}{c^2}$
 - למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.
 - המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:
 $\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow$
 $\Rightarrow \vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2}$; $\vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2}$; כנל z
 - תזכורת לאפליסאן:
 $\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$
 פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:
 $E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$
 $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.
 $\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ היא התדירות הזוויתית
 כאשר f היא התדירות בהרץ ו- T הוא זמן המחזור.
 - הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .
 איך למצא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:
 $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{k} \times \vec{E}$; $\vec{E} = c \vec{B} \times \vec{k}$

צורת הגל במרחב:

 - השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.
 $|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$: הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא).
יחס הדיספרסיה:
 $\omega = c|k|$: היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואות הגלים.
 פתרון נוסף (עם פלוס): $E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$
 במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל- $\vec{k}$
GOOL **וקטור פוינטינג והאנרגיה האגורה בשדות**
 אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:
 $U = \int \left(\frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0} \right) dv$
 צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח): $u_{em} = \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{\vec{B}^2}{2\mu_0}$
וקטור פוינטינג:
 $\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$
 שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.
 הקשר בין האנרגיה לוקטור פוינטינג בריק:
 $\oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = -\frac{dU}{dt}$
 בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פוינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.
 הקשר הדיפרנציאלי בריק:
 $\vec{\nabla} \cdot \vec{s} = -\frac{du_{em}}{dt}$

קצה חופשי:
 $\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow \psi(x, t) = C \cos(kx) \cos(\omega t + \phi)$
מיתר סופי:
 $\psi(x=0, t) = \psi(x=L, t) = 0$: 2 קצוות קשורות
 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$; $k_n = \frac{\pi n}{L}$; $n = 0, 1, 2, 3 \dots$; $f_n = \frac{v n}{2L}$
 $\psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \phi_n)$
 קצה קשור וקצה חופשי:
 $\psi(x=0, t) = 0, \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$
 $k_n = \frac{\pi}{L} \left(n + \frac{1}{2} \right)$; $n = 0, 1, 2, 3 \dots$
 $\lambda_n = \frac{2L}{(n+\frac{1}{2})}$; $f_n = \frac{v}{2L} (n + \frac{1}{2})$
 $\psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \phi_n)$
מיתר סופי עם 2 קצוות חופשיים:
 $\frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \frac{\partial \psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$
 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$; $f_n = \frac{v n}{2L}$; $k_n = \frac{\pi n}{L}$; $n = 0, 1, 2, 3 \dots$
 $\psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(k_n x) \sin(\omega_n t + \phi_n)$

GOOL **גלי קול בצינור**
 גל אורכי: תנועת המולקולות בכיוון ההתקדמות הגל
 $\psi(x, t)$ - פונקציית ההעתק של מולקולות הגז משיווי משקל. x מציינ את מיקום המולקולות בשיווי משקל ולא את המיקום שלהן כתלות בזמן.
 $\psi_p(x, t)$ - פונקציית הלחץ העודף access pressure.
 $\Delta p(x, t)$ - פונקציית השינוי בצפיפות.
 - נקי צומת בפונקציית ההעתק היא נקי טבור בפונקציות הצפיפות והלחץ ולהפך.
 $PV^\gamma = const$: גז אידיאלי בתהליך אדיאבטי.
 P - לחץ. V - נפח. γ - קבוע הקשור לסוג הגז.
 הקשר בין פונקציית ההעתק לפונקציית הלחץ:
 $\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma P_0} \psi_p$ (P_0 - הלחץ בשיווי משקל)
מקדם האלסטיות של הגז:
 $B_a = \gamma P_0$
 $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \rho_0 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$
משוואת הגלים:
 אותה המשוואה מתקיימת גם עבור ψ_p ו- Δp .
מהירות הגלים (מהירות הקול, לפעמים כתובה באות c):
 $v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$
 - באוויר בתנאים סטנדרטיים:
 $v \approx 340 \text{ m/s}$
הקשר בין הצפיפות לפונקציית ההעתק:
 $\Delta p = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$
עכבה של גל קול מישורי ליחידת שטח:
 $\frac{Z}{A} = \rho_0 v$
 ρ_0 - צפיפות המסה בשיווי משקל. A - שטח החתך של הצינור. v - מהירות הקול בחומר.
האנרגיה הכוללת ליחידת אורך:
 $\epsilon(x, t) = \frac{1}{2} A \rho_0 \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] = A \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$
 השוויון האחרון הוא עבור גלים נעים בלבד.
אנרגיה פוטנציאלית וקינטית ממוצעת בזמן ליחידת אורך:
 $\bar{U}_{dx} = \bar{E}_{k_{dx}} = \frac{1}{4} \rho_0 A \omega^2 \psi_{max}^2$
אנרגיה כוללת ממוצעת בזמן ליחידת אורך:
 $\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \rho_0 A \omega^2 \psi_{max}^2$
 ψ_{max} - האמפליטודה של פונקציית ההעתק - קבוע.
 ω - התדירות הזוויתית.
הספק של גל קול נע (כמה אנרגיה עוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן) בכיוון החיובי/שלילי:
 ולא לבלבל עם P של לחץ)
עוצמה של הגל (ההספק ליחידת שטח):
 $P(x, t) = \pm v \epsilon(x, t)$
 $I(x, t) = \frac{|P(x, t)|}{A} = v \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$
עוצמה ממוצעת בזמן:
 $\bar{I} = \frac{1}{2} v \rho_0 \omega^2 \psi_{max}^2$
מידת עוצמה בסולם לוגריתמי:
 $I_a = I_0 \cdot 10^a$
 a - היא העוצמה ב B (בל). $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$.
 $1B = 10 \text{ dB}$ (זה דציבל)
עוצמה בגל כדורי:
 $I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$
תנאי שפה בצינור:

$\epsilon = \frac{\omega_f - \omega_s}{2}$
 $\Omega = \frac{\omega_f + \omega_s}{2}$
 תדירות הפעימה היא 2ϵ
גלים רוחביים במיתר


GOOL
משוואת הגלים:
 T - המתוחות במיתר, ρ - צפיפות המסה ליחידת אורך, ψ - פונקציית הגל, ההעתק הרוחבי של כל חתיכה במיתר.
מהירות הגל:
 $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$
פתרון המשוואה:
 $\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t) + B \sin(kx - \omega t) + C \cos(kx + \omega t) + D \sin(kx + \omega t)$
 - אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזהויות טריגונומטריות)
 $\psi(x, t) = A_1 \cos(kx - \omega t + \phi_1) + A_2 \cos(kx - \omega t + \phi_2) = B_1 \cos kx \cos \omega t + B_2 \cos kx \sin \omega t + B_3 \sin kx \cos \omega t + B_4 \sin kx \sin \omega t = C_1 \cos kx \cos(\omega t + \phi_1) + C_2 \sin kx \cos(\omega t + \phi_2)$
 שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.
יחס הדיספרסיה:
 $\omega = v \cdot k$

GOOL **החזרה והעברה**
 תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב- $x=0$:
 1. רציפות הפונקציה: $\psi_L(0, t) = \psi_R(0, t)$
 2. רציפות הכוח: $F_L = F_R$
 אם המתוחות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הגזרות:
 $\frac{\partial \psi_L}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \psi_R}{\partial x} \Big|_{x=0}$
 $\psi_L(x, t) = \psi_r(x, t) + \psi(x, t)$; $\psi_R(x, t) = \psi_t(x, t)$
 $\psi_r(x, t) = r\psi(-x, t)$
 $\psi_t(x, t) = t\psi\left(\frac{v_1}{v_2}x, t\right)$; $v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_1}}$, $v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$
מקדם החזרה:
 $r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_2} + \sqrt{\rho_1}}$
מקדם העברה:
 $t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}}$
 הערה: את הנוסחאות של מקדם העברה והחזרה נרשום בנושא הבא בצורה יותר כללית עם שימוש בעכבות.
עכבה
עכבה (impedance):
 $Z = \sqrt{\rho T} = \frac{T}{v}$
 T - מתוחות. V - מהירות הגל
 $|Z| = \frac{|F_y|}{|V_y(t)|}$
 F_y - הכוח על אלמנט מסה
 $V_y(t)$ - מהירות אלמנט מסה (מהירות החומר)
 מקדמי העברה והחזרה בפגיעה של גל מתנוון 1 ל-2:
 $r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$ מקדם החזרה.
 $t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$ מקדם העברה
תאום עכבות: $z_1 = z_2 \Leftrightarrow t = 1 \rightarrow r = 0$
אנרגיה הספק ותנע
אנרגיה ליחידת אורך של גל נע במיתר:
 $\epsilon(x, t) = \rho \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 = \rho v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2$
אנרגיה ממוצעת בזמן:
 $\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 |A|^2$
הספק רגעי בנקודה, כמה עבודה עושה החלק השמאלי על החלק הימני ביחידת זמן:
 $P^\pm = \pm Z \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 = \pm v \epsilon(x, t)$
 $P^\pm$ הוא הספק רגעי של גל הנע בכיוון החיובי/שלילי
ההספק הממוצע בזמן:
 $\bar{P}^\pm = \pm \frac{1}{2} Z \omega^2 |A|^2$
מקדם החזרה של האנרגיה:
 $R = \frac{P_1^-}{P_1^+} = r^2 = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)^2$
מקדם העברה של האנרגיה:
 $T = \frac{P_2^+}{P_1^+} = \frac{z_2}{z_1} t^2 = \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2}$
 $R + T = 1$
תנע: התנע הוא אפס.
גלים עומדים
מיתר חצי אינסופי:
 קצה קשור:
 $\psi(x=0, t) = 0 \Rightarrow \psi(x, t) = C \sin(kx) \sin(\omega t + \phi)$