

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

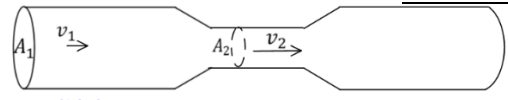
עקרון ברנולי: לחץ הפוך למהירות הזורם
משוואת ברנולי:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 + P_2$$

או

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + P = \text{const}$$

הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למימית ובמצב יציב. 2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות) חוק טוריציילי: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בגובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה $v = \sqrt{2gh}$
צינור ונטורי:



עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

- אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:

$$W_{EF} = \Delta E_k$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

כוח משמר:

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

- העבודה במסלול סגור מתאפסת.

$$W_c = -\Delta U$$

$$U_g = mgh$$

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

- חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

$$E = E_k + U$$

- U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

$$E_i + W_{NC} = E_f$$

משפט עבודה אנרגיה:

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים

חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה בדי-מימ: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$.

הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) אדי בדקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.

נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודות שיווי משקל מתקיימות כאשר: $\vec{\nabla} \Phi = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתווה קטנה): $U''_x > 0$

שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווה קטנה): $U''_x < 0$

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

הספק ונצילות

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

הספק ממוצע:

$$P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$$

הספק רגעי:

$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות:

$$\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$$

כאשר P_{out} מציינ את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- P_{in} מציינ את כל מה שמושקע.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או ההספק ממוצע:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

היחידה הסטנדרטית של ההספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.

$$1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$$

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

נוסחה נוספת להספק:

בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור בתוך נוזל**:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

הידרוסטטיקה

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח):

$$\rho = \frac{M}{V}$$

מוצקים

צפיפות (kg/m³)

נוזלים

אלומיניום

ברזל ופלדה

נחושת

עופרת

זהב

בטון

גרניט

עץ (טיפוס)

זכוכית רגילה

קרח (H2O)

עצם

פחמן דו-חמצני (CO2)

אדי מים (100°C)

לחץ:

$$P = \frac{F}{A}$$

F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.

- הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI: $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N/m}^2$

- זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.

- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.

- אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן, רכיב מקביל לדופן גררם לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל (בעל צפיפות אחידה): $P = \rho gh$

*הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:

$$P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

לחץ אטמוספרי:

$$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 101.3 \text{ kPa} = 1 \text{ atm}$$

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa}$$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): $P = P_0 + P_G$

P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.

עקרון פסקל: אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.

מערכת הידראולית:

$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

$$F_b = \rho_l V g$$

ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

הידרונימיקה

זרימה למימית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי.

איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$$Q_m = \frac{dm}{dt} = \rho A v$$

ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$$Q_V = \frac{dV}{dt} = A v$$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה $A_1 v_1 = A_2 v_2$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

המהירות שמודד מד לייזר:

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{\dot{x} \cdot \hat{x} + \dot{y} \cdot \hat{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{d}{dt} |\vec{r}|$$

- מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

קפיצים

חוק הוק - הכוח של קפיץ:

$$\vec{F} = -k(x - x_0)$$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

$$k_{eff} = k_1 + k_2$$

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

$$S = \Delta \theta \cdot R$$

- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

-כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

מהירות זוויתית:

f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:

$$v = \omega R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_r = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$$

תאוצה זוויתית:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה):

$$a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$$

הגובה במעגל אנכי:

$$h = R(1 - \cos \theta)$$

- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

$$F_r = m \omega^2 R$$

- בכיוון החוצה מהמעגל.

שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום:

$$\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$$

הקשר בכללי בין המהירות לזוויתית:

$$\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:

$$\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$$

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף.

החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$-m\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{אמיתיים} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.

אמיתיים $\Sigma \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $-\vec{a}_0$ " - הוא הכוח המדומה כאשר $\vec{a}_0$ היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

$$\vec{F} = m \omega^2 r \hat{r}$$

או בצורה יותר כללית

$$\vec{F} = -m \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$$

כוח קוריאוליס:

$$\vec{F}_c = -2m \vec{\omega} \times \vec{v}'$$

כאשר $\vec{v}'$ בשתי הנוסחאות ω הוא של הצופה (ולא של הגוף)

$\vec{v}'$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.

$\vec{r}$ - וקטור המיקום של הגוף

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה:

$$\vec{F} = -k \vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$ תנ"י:

גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

תנ"י גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$ כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר - תנ"י של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"י ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$ אנרגיה קינטית סיבובית:

סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$ תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$ תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$ כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$ בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

דרך כוחות ומומנטים

עושים:

- חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
- משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
- קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

בודקים מה נשמר:

- אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
- תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
- תנ"י אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$	גוף נקודתי	גליל חלול
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$	טבעת (חלולה)	
דיסקה/ גליל מלא במרכזו מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$		
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$		
מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$		
מוט בקצה $I = \frac{1}{3}mL^2$		
כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$		
תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$		

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$ אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$ מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$ כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

גוף קשיח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$ כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון) גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$ כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"י)

תנ"י: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$ $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"י לפי: $|\vec{L}| = mvd$ כאשר d הוא המרחק האפקטיבי.

המהירות v הקשר בין תנ"י למומנט כוח: $\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$ חוק שימור התנע הזוויתי: אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר תנ"י של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$ כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"י של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

מתקף ותנע

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$ הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ המתקף של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$ המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו: $\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$ חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה משימור תנע: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$ בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד. התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1u_1^2 + m_2u_2^2$ אם ההתנגשות חזיתית (במידה אחת) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$ התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות. התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$ בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה. התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע. התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$ בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית. התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונתחשב גם בו.

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$ ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x: $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$ מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$ תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$ עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית. תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים: $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$ אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות. בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$x_{c.m.} = \int x dm$

כנ"ל לגבי y ו- z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי. מערכת מרכז המסה: $\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$ ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה. מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גלילי. במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במדידה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשמר.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית) מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$ משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$ כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$