

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

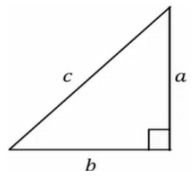
מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



$$\sin \alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$$

$$\tan \alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ניצב ליד}}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	180°
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$		2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$		
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$		$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

$$V, S, l \text{ הם נפח, שטח ואורך הגוף.}$$

GOOL

וקטורים

פירוק לרכיבים:

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

 α - זווית בין הווקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}; \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:

- שימו לב שאתם עם יד ימין!!
- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \cdot \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$$

$$|\vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \cdot \vec{v}|}{|\vec{v}|} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}; \vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$$

תאוצה משיקית: - התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

$$\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$$

$$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$$

- התאוצה הנורמאלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

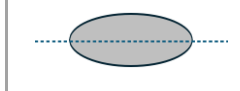
$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

$$R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$$

	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x -במישור הדיסקה
	$I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
	מוט במרכז המסה
	$I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$
	מוט בקצה
	$I = \frac{1}{3} mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה
	$I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה
	$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:
 $I_z = I_x + I_y$
 אם $I_x = I_y$ (בדור"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$
מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:
 $I = \int r^2 dm$
 כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

GOOL מומנט כוח

מומנט כוח:
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט:
 $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$
 כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

GOOL תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז:
 $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי
 עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}| = mvd$
 כאשר d זה המרחק האפקטיבי.
 v - המהירות.
הקשר בין תנ"ז:
 $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
 למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי:
 אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר
 תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב

מרכז מסה שנוע:
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

GOOL גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:
 $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
תנ"ז:
 - גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$
 - תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:
 $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר
 - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה):
 $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $I_{c.m.}\vec{\omega}$
אנרגיה קינטית סיבובית:

כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.

GOOL מתקף ותנע

התנע של גוף:
 $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:
 $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח:
 $\vec{J} = \int \vec{F} dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$
 בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוספי למשוואות התנע את המשוואות:
 $m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1u_1^2 + m_2u_2^2$
 אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:
 $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
 $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$
 בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה. התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה:
 $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
 בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו- 0 בפלסטיות.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

GOOL מרכז מסה

מיקום מרכז המסה:
 $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
 ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה:
 $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה:
 $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
 עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

GOOL מומנט התמד

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:
 $I = \sum m_i r_i^2$
משפט שטיינר:
 $I' = I_{c.m.} + md^2$
 כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.
 $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
 $I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:
 $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה
 $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$

תאוצה זוויתית:
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה):
 $a_{\theta} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי:
 $h = R(1 - \cos \theta)$
 כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

כוח הצנטריפוגלי:
 $F_r = m\omega^2 R$
 בכיוון החוצה מהמעגל.

- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום:
 $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
 $\vec{a}_{\theta} = \vec{a} \times \vec{r}$

GOOL כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר הצופה נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:
 $m\vec{a}' = \sum \vec{F}_{\text{ממיתיים}} - m\vec{a}_0$
א' היא תאוצת הגוף ביחס לצופה.

אמיתיים $\sum \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
 $m\vec{a}_0$ - "הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

GOOL עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$
 כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
 - העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
 - אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
 $\Delta E_k = W_{SF}$
 העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף
 $E_k = \frac{1}{2} mv^2$
 אנרגיה קינטית

כוח משמר:
 - **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול,** היא תלויה רק בנקודת ההתחלה והסיום של התנועה.
 - העבודה במסלול סגור מתאפסת.

- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:
 $W_c = -\Delta U$
 האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:
 $U_g = mgh$
 האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:
 $U_{el} = \frac{1}{2} kx^2$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.
 - חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית:
 $E = E_k + U$
 - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה:
 $E_i + W_{NC} = E_f$
העבודה של כל הכוחות הלא משמרים חוץ שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת
העבודה של כוח לא קבוע:
 $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
 דוגמה בדו-מימד: נתון $x(t) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב אינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$. בדוגמה (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{F} \cdot \vec{\nabla} = 0$, אז הכוח משמר.
 נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
 הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
 שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_x > 0$
 שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_x < 0$
 שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
 שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
 שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
 אופך-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

GOOL הספק ונצילות

הספק ממוצע:
 $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי:
 $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות:
 $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{E_{in}}$

שינוי זווית במדידת אורך: $\tan \theta = \gamma_0 \tan \theta'$
 θ' - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת העצמית
 θ - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת אחרת.
 אפקט דופלר היחסותי:

זמן המחזור של הגל: $T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tau$

אורך הגל: $\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda'$

תדירות הגל: $f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f'$

τ, f', λ' - הזמן, התדירות ואורך הגל במערכת העצמית
 טרנספורמציות לורנץ למהירויות: $v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}$

$v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2})}$; $v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2})}$
 אברציה - שינוי זווית המהירות:

$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0(\cos \theta - \frac{v_0}{c})}$
 שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות (כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.

תנע ואנרגיה יחסותיים: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$; $E = \gamma mc^2$
 - הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות. נוסחאות נוספות:

$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4$; $|p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$

אנרגיית מנוחה: $E_0 = mc^2$

אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$

עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרينو) והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = h\nu$
 ν היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ קבוע פלאנק טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$E' = \gamma_0(E - v_0 p_x)$; $p'_x = \gamma_0(p_x - v_0 E/c^2)$

$p'_y = p_y$; $p'_z = p_z$

וקטור תנע אנרגיה: $(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c})$

"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות היחוס:

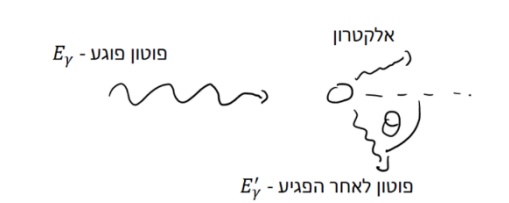
$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - (\frac{E}{c})^2 = \text{const}$

- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.

- עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$.

פיזור קומפטון:

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$

E_γ - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

E'_γ - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

m_e - מסת אלקטרון

θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

יחידת האלקטרון וולט: $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

המרת מסת הגופים לאנרגיה:

$m_e | \approx 8.19 \times 10^{-14} \text{ J} (\approx 511 \text{ keV})$

$m_p | \approx 1.50 \times 10^{-10} \text{ J} (\approx 938 \text{ MeV})$

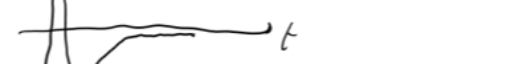
$m_{\text{Uranium}} \approx 3.55 \times 10^{-8} \text{ J} (\approx 225 \text{ GeV})$

- ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{\text{eV}}{c}$

כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב c.

$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{(\frac{\Gamma}{2})^2 - \omega_0^2}t} + B e^{\sqrt{(\frac{\Gamma}{2})^2 - \omega_0^2}t} \right)$

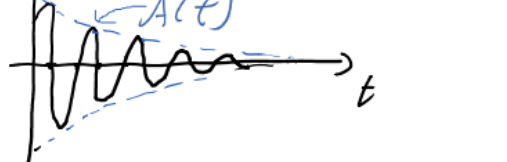
מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 $z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.



מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

$z(t) = A e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \phi)$; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - (\frac{\Gamma}{2})^2}$

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.



תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת

בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאולץ מהצורה:

$\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

Ω ו- F_0 קבועים כלשהם

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$

פתרון משוואת התנועה:

$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$

(t) הומוגני - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...

- במצב עמיד (לאחר זמן רב) נוניח את הפתרון ההומוגני.

$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$

$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאולץ עבורה

מקסימאלי. ניתן למצא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\Omega \ll \omega_0$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאולץ ומרסן)

יחסות פרטית

תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:

- חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.

- האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.

- מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.

- אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור.

- בואוקום. מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.

- הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

פקטור גאמה: $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v_0}{c})^2}}$; $\beta = \frac{v_0}{c}$

γ_0 תמיד גדולה מ 1

טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן:

$x' = \gamma_0(x - v_0 t)$; $y' = y$; $z' = z$

$t' = \gamma_0(t - \frac{v_0 x}{c^2})$; $\beta = \frac{v_0}{c}$; $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - (\frac{v_0}{c})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$

טרנספורמציה הפוכה:

$x = \gamma_0(x' + v_0 t')$; $y' = y$; $z' = z$

$t = \gamma_0(t' + \frac{v_0 x'}{c^2})$

- הצירים של המערכות חייבים להיות מקבילים.

- בזמן $t = t' = 0$ חייבים שהראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית:

מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

- זמן עצמי τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

- אורך עצמי l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכונות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה

(העצמית) למערכת נעה $l = \frac{l_0}{\gamma_0}$

התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה

$\Delta t = \gamma_0 \tau$

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,0} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,0}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $\omega R = v_{c.m.}$

- בגלייה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

בדקים מה נשמר: חוקי שימור

עושים: דרך כוחות ומומנטים

1. חוק $\Sigma F = m a_{c.m.}$

2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I \alpha$

3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

היחידות מתאפסות.

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m \ddot{x}$

m ו- k הם קבועים חיוביים כלשהם.

x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.

x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.

$\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.

חייב להיות מינוס לפני k.

פתרון המשוואה: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.

A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משווי המשקל.

ω - תדירות זוויתית $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

ϕ - פאזה.

מציאת הקבועים בפתרון:

x_0 - אפשר למצא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\text{של המקדם } x}{\text{של המקדם } \ddot{x}}}$

A, ϕ מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית: $v_{max} = \omega A$

מטוטלת פיזיקלית:

גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהי

$\omega = \sqrt{\frac{m g r_{c.m.}}{I_0}}$

I_0 - מומנט ההתמד בנקודת התליה

האנרגיה: $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2$

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.

- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, פוטנציאלית מקסי' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.

תנועה הרמונית מרוסנת

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרסן מהצורה: $F = -\lambda v$

v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות

