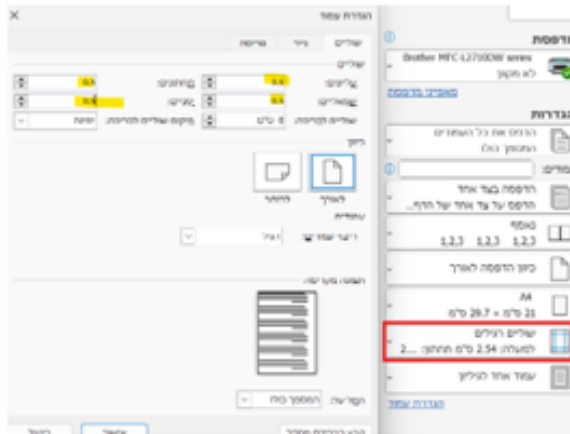


הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

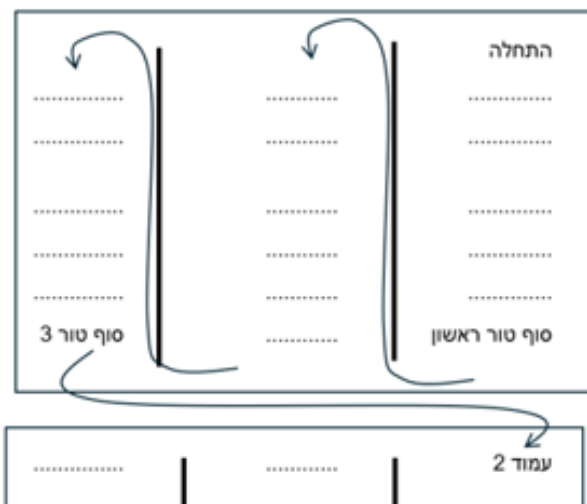
עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n
 λ - סדר קו המקסימום. אורך הגל.
 d - המרחק בין החריצים.
 קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווים-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$
 θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n
 ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .
 L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .
 λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.

נוסחת יאנג:
 $\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$
 ΔX - רוחב פס האור. L - מרחק האנך למסך מהחריצים.
 λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.
 קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n N \cdot \lambda$$
 θ_n - הזווית למקסימום מסדר n .
 d - המרחק בין שני חריצים צמודים. N - קבוע הסריג.
 קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$$
 θ_n - הזווית למינימום מסדר n .
 X_n - מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי.
 L_n - המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .
 w - רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע:

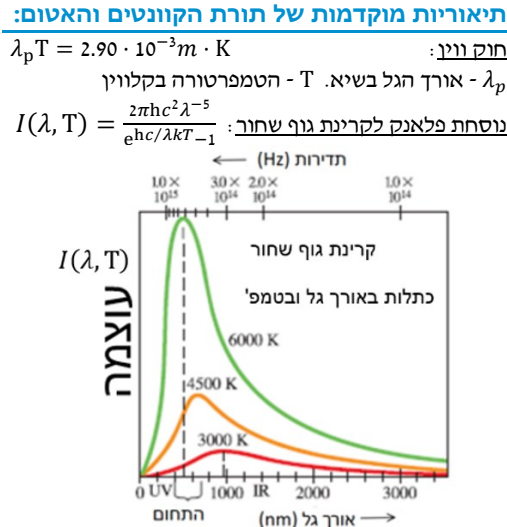
$$\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$$
 כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 - סף השמע של אדם.
 ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים

שונים α ו- β :

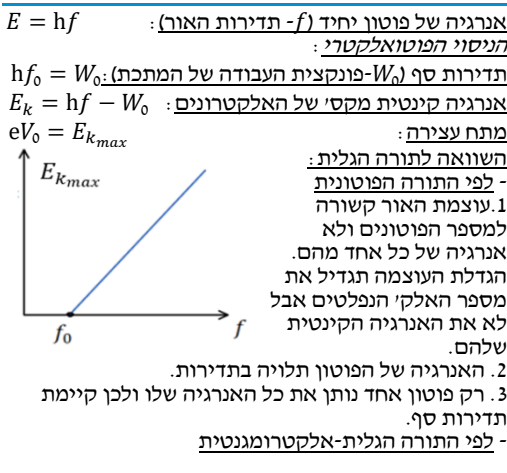
$$\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha - \beta}{10}\right)}$$
 האנרגיה של גל קול:
 $E = I \cdot S \cdot t$
 E - האנרגיה הכוללת של גל הקול. I - העוצמה בדציבל.
 S - שטח החתך בו הגל פוגע.
 t - משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

תיאורית מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:
 $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$ **חוק ויי:**
 λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$$
 נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$
קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$
אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי: $E = nhf$
 כאשר n הוא המספר הקוונטי $n = 1, 2, 3, \dots$
התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:
 $E = hf$ **אנרגיה של פוטון יחיד (f-תדירות האור):**
הניסוי הפוטואלקטרי:



התכונות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה
התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה
 $\Delta t = \gamma_0 \tau$
 $\tan \theta = \gamma_0 \tan \theta'$ **שינוי זווית במדידת אורך:**
 θ - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת העצמית
 θ' - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת אחרת.
אפקט דופלר היחסות:

זמן המחזור של הגל:

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tau$$
 אורך הגל:

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda'$$
 תדירות הגל:

$$f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f'$$

λ', f', τ - הזמן, התדירות ואורך הגל במערכת העצמית
טרנספורמציות לורנץ למהירויות:

$$v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

$$v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$
אברציה - שינוי זווית המהירות:

$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0 (\cos \theta - \frac{v_0}{c})}$
 שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות (כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.
כוחות ביחסות פרטית: $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\gamma^3 \vec{a}_{||} + m\gamma \vec{a}_{\perp}$
 $\vec{a}_{||}, \vec{a}_{\perp}$ הרכיב המאונך והמקביל של התאוצה למהירות
 גודל הרכיב המקביל של התאוצה:
 $a_{||} = \dot{v}$
טרנספורמציה של הכוחות:

$$F'_x = F_x - \frac{v_0(F_y v_y + F_z v_z)}{c^2 - v_0 v_x}$$

$$F'_y = \frac{F_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

$$F'_z = \frac{F_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$
טרנספורמציה הפוכה:

$$F_x = F'_x + \frac{v_0(F'_y v'_y + F'_z v'_z)}{c^2 + v_0 v'_x}$$

$$F_y = \frac{F'_y}{\gamma_0 \left(1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}\right)}$$

$$F_z = \frac{F'_z}{\gamma_0 \left(1 + \frac{v_0 v'_x}{c^2}\right)}$$
טרנספורמציות יחסות (לורנץ) לשדות

טרנספורמציה של השדות עבור צופה הנע במהירות $\vec{v}$
ביחס למעבדה: $\vec{E}'_{||} = \vec{E}_{||}$; $\vec{E}'_{\perp} = \gamma(\vec{E}_{\perp} + \vec{v} \times \vec{B}_{\perp})$
 $\vec{B}'_{||} = \vec{B}_{||}$; $\vec{B}'_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}_{\perp} - \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}_{\perp}\right)$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v}{c}\right)^2}}$
 $\vec{E}, \vec{B}$ - הם השדות במערכת המעבדה ו- $\vec{E}', \vec{B}'$ הם השדות במערכת הנעה.
הטרנס' ההפוכה: $\vec{E}_{||} = \vec{E}'_{||}$; $\vec{E}_{\perp} = \gamma(\vec{E}'_{\perp} - \vec{v} \times \vec{B}'_{\perp})$
 $\vec{B}_{||} = \vec{B}'_{||}$; $\vec{B}_{\perp} = \gamma\left(\vec{B}'_{\perp} + \frac{1}{c^2} \vec{v} \times \vec{E}'_{\perp}\right)$
טרנספורמציה של צפיפויות המטען:

$\lambda = \gamma \lambda_0$; $\sigma = \gamma \sigma_0$; $\rho = \gamma \rho_0$
 כאשר $\lambda_0, \sigma_0, \rho_0$ הן צפיפויות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.
 - הסיבה לטרנספורמציה היא שסך המטען זהה בשתי המערכות אבל האורך משתנה.
נוסחאות לצפיפויות הזרם:
 $\vec{J} = \gamma \rho_0 \vec{v}$; $\vec{K} = \gamma \sigma_0 \vec{v}$; $I = \gamma \lambda_0 v$
 כאשר $\lambda_0, \sigma_0, \rho_0$ הן צפיפויות אורכית, משטחית ונפחית במערכת העצמית של הגוף.

גלים והתאבכות גלים **GOOL**
מהירות גל מחזורי:
 $v = \lambda f$
 λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.
חוק השבירה:
 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
 θ - הזווית בין הקרן הפוגעת/מוחזרת לאנך למשטח.
 n - מקדם השבירה של כל תווך.
 v - מהירות הגל בכל תווך.

ל עומד במיתר שקצותיו קשורים: $\ell = n \frac{\lambda}{2}$
 ℓ - אורך המיתר. n - מספר נקודות הקמר (מקס'/מיני)
 קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר)
 שווי-מופע:

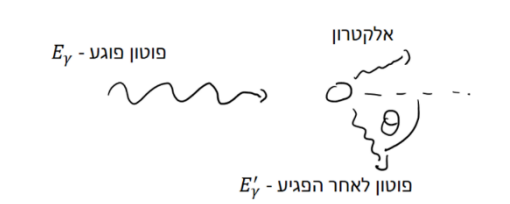
$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$$
 θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n
 ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .

תנע ואנרגיה יחסותיים: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$; $E = \gamma m c^2$
 הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות.
נוסחאות נוספות:

$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4$; $|p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot m c$
אנרגיית מנוחה: $E_0 = m c^2$
אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = m c^2 (\gamma - 1)$
 עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרינו) והאנרגיה הקינטית היא:
 $E = |p| c = h \nu$
 ν היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ קבוע פלאנק
טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$E' = \gamma_0 (E - v_0 p_x)$; $p'_x = \gamma_0 (p_x - v_0 E / c^2)$
 $p'_y = p_y$; $p'_z = p_z$
 $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c}\right)$
וקטור תנע אנרגיה:
"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות היחוס:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 = const$$
 הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.
 - עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$.
פיזור קומפטון:
 פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלס אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$
אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה E_γ
אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה E'_γ
מסת אלקטרון m_e
זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה. θ
יחידת האלקטרון וולט: $1 eV = 1.60 \cdot 10^{-19} J$
המרת מסת הגופים לאנרגיה:

$m_e | \approx 8.19 \cdot 10^{-14} J (\approx 511 keV)$
 $m_p | \approx 1.50 \cdot 10^{-10} J (\approx 938 MeV)$
 $m_{Uranium} \approx 3.55 \cdot 10^{-8} J (\approx 225 GeV)$
ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{E}{c}$
 כלומר הכמות (המספר) וזהה רק ביחידות נחלק ב c .
יחסות פרטית **GOOL**

תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:
 - חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
 - האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
 - מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
 - אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור.
 - בוואקום. מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
 - הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

פקטור גאמה: $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$; $\beta = \frac{v_0}{c}$
 γ_0 תמיד גדולה מ 1
טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן:
 $x' = \gamma_0 (x - v_0 t)$; $y' = y$; $z' = z$
 $t' = \gamma_0 \left(t - \frac{v_0 x}{c^2}\right)$; $\beta = \frac{v_0}{c}$; $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$
טרנספורמציה הפוכה:

$x = \gamma_0 (x' + v_0 t')$; $y = y'$; $z = z'$
 $t = \gamma_0 \left(t' + \frac{v_0 x'}{c^2}\right)$
 - הצירים של המערכות **חייבים** להיות מקבילים.
 - בזמן $t = t' = 0$ **חייבים** שהראשיות מתלכדות.
המערכת העצמית:
 מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.
זמן עצמי τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.
אורך עצמי l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

מהירות החבורה: $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל- k

פיזור

מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:

$$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה: $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$

- עבור מדרגת פוטנציאל $U(x)$ וכאשר $E > U_0$

$$T = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2} \right)^2$$

- כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

- כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

פונקציית דלתא של דיראק

הגדרות הפונקציה:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

או $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ או $\delta_a(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-x^2/a^2}$ כאשר a הולך לאפס.

פיזור מפונקציית דלתא:

עבור $V(x) = -a\delta(x)$ ו- $E < 0$

$$\psi(x) = \frac{\sqrt{am}}{\hbar} e^{-\frac{am}{\hbar^2}|x|}$$

נקבל

מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- a (גודל הבור).

אם $E > 0$:

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \frac{\beta^2}{1 + \beta^2}$$

$$T = \left| \frac{C}{A} \right|^2 \frac{1}{1 + \beta^2}, \quad \beta = \frac{am}{\hbar^2 k}, \quad k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

עבור: $V(x) = +a\delta(x)$, $E, V(x)$ חייב להיות גדול מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר $E > 0$.

פוטנציאלים תלת מימדים

תיבה תלת מימדית בגודל $a \times b \times c$:

$$\psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin\left(\frac{n_x \pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n_y \pi}{b} y\right) \sin\left(\frac{n_z \pi}{c} z\right)$$

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימדי:

$$v(x, y, z) = \frac{1}{2} k_x x^2 + \frac{1}{2} k_y y^2 + \frac{1}{2} k_z z^2$$

$$E = \left(n_x - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_x + \left(n_y - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_y + \left(n_z - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega_z$$

ניוו: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).

דרגת הניוו מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

פונקציית הגל כתלות בזמן

$$\Psi(x, t) = \sum_n \alpha_n \psi_n(x) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}$$

כאשר $\psi_n(x)$ הן פתרונות המצבים העמידים ו- E_n היא האנרגיה של כל מצב.

$|\alpha_n|^2$ הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

- אם $\Psi(x, 0)$ מנורמלת אז $\Psi(x, t)$ מנורמלת לכל t .

אופרטורים

אם $\hat{Q}\psi = \lambda\psi$ אז ψ היא פייג-ו- λ הוא עייע.

פייג של אופרטור התנע: $\psi(x) = Ae^{ikx}$

העייג של אופרטור התנע: $\hbar k$

פייג של אופרטור המיקום: $\psi(x) = \delta(x - a)$

ועייג: a (המיקום עצמו).

אופרטור ההמילטוניאן (מודד את האנרגיה):

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצא אותו על ידי נגזרת).

שונות: $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

כאשר - $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$

עקרון אי הוודאות של הייזנברג:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

אי ודאות מיקום תנע:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} J \cdot S$$

- אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
- אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
- אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב- X והמיקום ב- Y בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה: $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

- ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.
- האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי: $\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$

משוואת שרדינגר:

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x, t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x, t)}{\partial x^2} + U(x, t) \Psi(x, t)$$

- **תנאים נוספים:** 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד: $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \Psi + U\Psi$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x)\psi = E\psi$$

כאשר: $\psi(x, t) = \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי:

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$

חבילת גלים: $\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l :

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציר פונקציית גל:

- ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
- עבור המצב ה- n ציירו גל עם $n - 1$ נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
- ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
- פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
- פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling):

מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$$

$U_0 > E$ אורך המחסום, l - אורך הפוטנציאל במחסום.

מקדם החזרה: $R = 1 - T$

אוסילטור הרמוני:

פונקציות הגל: $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}, \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$$\psi_2(x) = \sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ-1: $E_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

או שאפשר להתחיל את n מאפס וזא $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה

מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

- עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.
- התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון:

אנרגיה של פוטון יחיד: $E = hf$

תנע של פוטון: $p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

מסת מנוחה של פוטון: $m = 0$

אפקט קומפטון:

הסתת קומפטון: $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.

אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:

תנאים ביצירת זוגות:

- חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען
- אנרגיית הפוטון שווה לאנרגית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .
- בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.
- התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

אורך גל דה ברולי של חלקיק: $\lambda = \frac{h}{p}$

$p = mv$ לא יחסותי, $p = mv\gamma$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום:

אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$

קבוע Rydberg: $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$

בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:

- מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.
- אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

מודל האטום של בוהר:

תנחות המודל:

- האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.
- האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.

אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

$$hf = E_U - E_L$$

נחנה על התנע הזוויתי ($n=1, 2, 3, \dots$): $L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$

הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים): $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$

$$r_1 = \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$$

אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה- n : $E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 eV}{n^2}$

רמות האנרגיה באטום המימן

פונקציית הגל של החומר:

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

נרמול: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

מיקום ממוצע: $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$

- כתיב נוסף:

$$\langle \psi_1 | \hat{Q} | \psi_2 \rangle = \langle \psi_1 | \hat{Q} \psi_2 \rangle$$

$$\langle \hat{Q} \psi | = (\hat{Q} | \psi \rangle)^\dagger = \langle \psi | \hat{Q}^\dagger$$

$$A^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{מטריצה משוחלפת:}$$

צמד הרמיטי:

$$A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{21}^* & \dots & A_{n1}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & \dots & A_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n}^* & A_{2n}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$$

מטריצת יחידה:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sum |\phi_n\rangle \langle \phi_n|$$

$$C = A \cdot B \Rightarrow C_{mn} = \sum A_{mi} B_{in} \quad \text{כפל מטריצות:}$$

$$AB \neq BA$$

כפל מטריצות הוא לא חילופי:

$$[A, B] = AB - BA$$

יחס חילוף בין מטריצות:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

מטריצה ההופכית:

$$U^\dagger = U^{-1}$$

מטריצה אוניטרית:

זהויות:

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger; \quad (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

$$(A^\dagger)^\dagger = A; \quad (\langle \psi_1 | \hat{A} | \psi_2 \rangle)^* = \langle \psi_2 | \hat{A} | \psi_1 \rangle$$

$$(AB)^T = B^T A^T; \quad \langle \psi_1 | \hat{A} \psi_2 \rangle = \langle \hat{A}^\dagger \psi_1 | \psi_2 \rangle$$

- הגודל של ע"ע של אופרטור אוניטרי הוא תמיד 1.

אופרטורים הרמיטים ואוניטרים הם אופרטורים

$$[A, A^\dagger] = 0. \quad \text{נורמלים, כלומר:}$$

אופרטור העלאה והורדה באוסילטור הרמוני:

אופרטור ההורדה (או השמדה):

$$\hat{a} |\psi_n\rangle = \sqrt{n} |\psi_{n-1}\rangle; \quad \hat{a} = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega} \hat{p}\right)$$

אופרטור ההעלאה (או יצירה):

$$\hat{a}^\dagger = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega} \hat{p}\right)$$

$$\hat{a}^\dagger |\psi_n\rangle = \sqrt{n+1} |\psi_{n+1}\rangle$$

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega \left(\hat{a} \hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\right)$$

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1; \quad E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n \psi_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} H_n \left[\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} x\right]$$

$$H_0(y) = 1; \quad H_2(y) = -2(1 - 2y^2)$$

$$H_1(y) = 2y; \quad H_3(y) = -12\left(y - \frac{2}{3}y^3\right)$$

GOOL

תנ"ז מסילתי והספין:

$$\hat{L}_z = (-i\hbar) \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad \text{התנ"ז בקואורדינטות כדוריות:}$$

$$\hat{L}_x = -i\hbar \left(-\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos \varphi \cot \theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\hat{L}_y = -i\hbar \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \sin \varphi \cot \theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$$

$$\hat{L}_+ \hat{L}_- = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hbar \hat{L}_z$$

$$\hat{L}_- \hat{L}_+ = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 - \hbar \hat{L}_z$$

יחסי החילוף של התנ"ז המסילתי:

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z; \quad [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$$

$$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar \hat{L}_y; \quad [\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar \hat{L}_z$$

$$[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \pm \hbar \hat{L}_\pm; \quad [\hat{L}^2, \hat{L}_\pm] = 0$$

$$[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_y] = [\hat{L}^2, \hat{L}_x] = 0$$

$$L_\pm Y_l^m = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_l^{m \pm 1}$$

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{מטריצות התנ"ז עבור } l = 1$$

$$\hat{L}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}^2 = \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ספין - אותם יחסי חילוף כמו התנ"ז:

$$\hat{S}_z f = \hbar m_s f$$

$$\hat{S}^2 f = \hbar^2 S(S+1) f$$

$$-S \leq m_s \leq S \quad \text{קפיצות של 1}$$

m_s, S יכולים להיות חצי שלמים.

S קבוע ותלוי רק בסוג החלקיק. פרמיונים - חצי שלם, בוזונים - ספין שלם.

$$S = \frac{1}{2} \quad m_s = \pm \frac{1}{2} \quad \text{ספין חצי:}$$

$$|x_+\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \equiv |\uparrow\rangle; \quad |x_-\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} \equiv |\downarrow\rangle$$

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}^2 = \frac{3}{4} \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$$

$$\hat{S}_\pm |s, m_s\rangle = \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s \pm 1)} |s, m_s \pm 1\rangle$$

$$|x\rangle = \alpha |x_+\rangle + \beta |x_-\rangle \quad \text{פונקציית ספין כללית:}$$

המילטוניו פריק:

$$\hat{H}(\hat{X}, \hat{P}, \hat{S}) = \hat{H}_0(\hat{X}, \hat{P}) + \hat{H}_S(\hat{S})$$

במקרה זה ניתן לפתור את משוואת שרדינגר לספין ולמרחב בנפרד.

נקיפת לרמור:

ערך התוחלת של S עבור ספין חצי בשדה מגנטי עושה

$$\omega = \gamma B_0 \quad \text{(פרסציה) מסביב לשדה בתדירות}$$

$$\gamma = g \frac{-e}{2m_e} \quad \text{בזווית } \alpha \text{ ביחס לשדה כאשר}$$

$$g \text{ הוא היחס הגיירו מגנטי. } \alpha \text{ נקבעת מתנאי התחלה.}$$

פונקציית הגל:

$$\chi(t) = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}}, \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}} \right)$$

חיבור תנ"ז:

$$|S_1 - S_2| \leq S < S_1 + S_2 \quad \text{חיבור שני ספינים:}$$

S הוא של כל המערכת והוא לא קבוע בניגוד לחלקיק בודד.

$$-S \leq m_s \leq S$$

$$|S, m_s\rangle \quad \text{עבור שני חלקיקים עם ספין חצי:}$$

$$|1, -1\rangle \rightarrow |\downarrow\downarrow\rangle \quad \text{מצבי טריפלט:}$$

$$|1, 1\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow\rangle; \quad |1, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$|0, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad \text{מצב סינגלט:}$$

$$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S} \quad \text{תנ"ז כולל:}$$

אותם יחסי חילוף כמו של התנ"ז המסילתי והספין.

$$\hat{J}_z f = \hbar m_j f; \quad \hat{J}^2 f = \hbar^2 j(j+1) f$$

$$m_j = m_l + m_s; \quad |l - S| \leq j \leq l + S$$

אינטראקציית ספין מסלול:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{e^2 \cdot \vec{S} \cdot \vec{L}}{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^2 r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{m_e c^2 r^3} \vec{L}$$

הע"ע של $\hat{S} \cdot \hat{L}$:

$$\frac{1}{2} \hbar^2 (j(j+1) - S(S+1) - l(l+1))$$