

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאטר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי: GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב-*r*:
ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:

$\Psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\theta(\theta)\phi(\varphi)$
המשוואה ל- $\theta(\theta)$:

$$\frac{1}{\theta(\theta)}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\theta(\theta)}{\partial\theta}\right)+l(l+1)\sin^2\theta=m^2$$

משוואה ל- $\phi(\varphi)$:
פתרון ל- $\theta(\theta)$ ו- $\phi(\varphi)$:

$Y_l^m(\theta,\varphi)=\theta(\theta)\phi(\varphi)=$
 $=\varepsilon\sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$
 $\varepsilon=\begin{cases}(-1)^m & m>0 \\ 1 & m\leq 0\end{cases} \quad l\geq 0$
 $|m|\leq l$ ו- $|m|\leq l$ שלם.

$P_l^m(x)=(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|}P_l(x)$

$P_l(x)=\frac{1}{2^l l!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l(x^2-1)^l$

$Y_0^0=\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}; \quad Y_2^0=\left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(3\cos^2\theta-1)$

$Y_1^0=\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\theta; \quad Y_2^{\pm 1}=\mp\left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta\cos\theta e^{\pm i\phi}$

$Y_1^{\pm 1}=\mp\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta e^{\pm i\phi};$

$Y_2^{\pm 2}=\left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta e^{\pm 2i\phi}$

$Y_3^0=\left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$

$Y_3^{\pm 1}=\mp\left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)e^{\pm i\phi}$

$Y_3^{\pm 2}=\left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta\cos\theta e^{\pm 2i\phi}$

$Y_3^{\pm 3}=\mp\left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^3\theta e^{\pm 3i\phi}$

$P_1^0=\cos\theta; \quad P_3^0=\frac{1}{2}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$

$P_1^1=\sin\theta; \quad P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$

$P_2^0=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$

$P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$

$P_2^1=3\sin\theta\cos\theta; \quad P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta(5\cos^2\theta-1)$

$P_2^2=3\sin^2\theta; \quad P_3^3=15\sin\theta(1-\cos^2\theta)$
אורתוגונליות:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^\pi[Y_l^m(\theta,\varphi)]^* [Y_l^{m'}(\theta,\varphi)]\sin\theta d\theta d\varphi=\delta_{ll'}\delta_{mm'}.$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$$\frac{1}{R(r)}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R(r)}{\partial r}\right)-\frac{2mr^2}{\hbar^2}(V(r)-E)=l(l+1)$$

 $R(r)=\frac{u(r)}{r}$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u(r)}{dr^2}+\left[V(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u(r)=Eu(r)$$

פתרון עבור אטום המימן
 $V(r)=\frac{ke^2}{r}$

$E_n=-\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}=\frac{E_1}{n^2}=-\frac{13.6eV}{n^2}$

$R_{nl}(r)=\sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3\frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}}e^{-\frac{r}{na}}\left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$

$a=\frac{\hbar^2}{kme^2}=0.529\cdot 10^{-10}m$
רדיוס בוהר:

$L_{l-p}^p(x)=(-1)^p\left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$

$L_q(x)=e^x\left(\frac{d}{dx}\right)^q(e^{-x}x^q)$

$R_{10}=2a^{-\frac{3}{2}}exp\left(-\frac{r}{a}\right)$

$R_{20}=\frac{1}{\sqrt{2}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{2}\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$

$R_{21}=\frac{1}{\sqrt{24}}a^{-\frac{3}{2}}\frac{r}{a}exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$
 $R_{30}=\frac{2}{\sqrt{27}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{2}{3}\frac{r}{a}+\frac{2}{27}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$
 $R_{31}=\frac{8}{27\sqrt{6}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{6}\frac{r}{a}\right)\left(\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$
 $R_{32}=\frac{4}{81\sqrt{30}}a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$
 $R_{40}=\frac{1}{4}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{3}{4}\frac{r}{a}+\frac{1}{8}\left(\frac{r}{a}\right)^2-\frac{1}{192}\left(\frac{r}{a}\right)^3\right)exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$
 $R_{41}=\frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{4}\frac{r}{a}+\frac{1}{80}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)\frac{r}{a}exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$
 $R_{42}=\frac{1}{64\sqrt{5}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{12}\frac{r}{a}\right)\left(\frac{r}{a}\right)^2exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$
 $R_{43}=\frac{1}{768\sqrt{35}}a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{a}\right)^3exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$

פתרון כללי:

$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi)=R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\varphi)$
 $0\leq l\leq n-1$ ו- $n=1,2,3,\dots$ שלמים, l ו- n
 $-l\leq m\leq l$ שלם ומקיים:
אורתוגונליות:

$$\int\psi_{nlm}^*\psi_{n'l'm'}r^2\sin\theta drd\theta d\phi=\delta_{nn'}\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק r מהגרעין):

$P_{nl}(r)=|R_{nl}|^2r^2$
התנע הזוויתי:
 $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}=(L_x,L_y,L_z)$
 $\hat{L}^2Y_l^m=l(l+1)\hbar^2Y_l^m$
 $|L|=\sqrt{l(l+1)}\hbar$

גודל התנאי יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר.
את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של L_z , משם אפשר למצא את $\cos\theta=\frac{L_z}{|L|}$

$\hat{L}_zY_l^m=m\hbar Y_l^m$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!
צפיפות המצבים: $g(n)=2n^2$ (ה-2 מגיע מהספין).
כללי מעבר: א. $n_i>n_f$ ב. $\Delta l=l_f-l_i=\pm 1$

ג. $\Delta m=m_f-m_i=0,\pm 1$
מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

$\vec{\tau}=\vec{\mu}\times\vec{B}$
מומנט כוח על דיפול מגנטי $\vec{\mu}$:
אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$U=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}$
כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$\vec{F}=(\vec{\mu}\cdot\nabla)\vec{B}$
מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין:

$\vec{\mu}=\frac{-\mu_B}{\hbar}\vec{L}$
המגנטון של בוהר: $\mu_B=\frac{eh}{2m_e}=5.788\cdot 10^{-5}eV/T$

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני: $U=\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{L}\cdot\vec{B}=\mu_B Bm$ כאשר m הוא המספר הקוונטי של L_z .
תוספת לשוניו באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות בעקבות אפקט זימן: $\Delta E_z=\mu_B B\Delta m$; $\Delta m=\pm 1,0$
התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושטרן גרלך:
תנאי כולל:
 $\vec{J}=\vec{L}+\vec{S}$
כאשר $\vec{L}$ תנאי מסילתי, $\vec{S}$ תנאי כתוצאה מהספין.

$S=\sqrt{s(s+1)}\hbar$
 S גדולה - גודל התנאי מהספין. s קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון $s=\frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי

$s=0,\frac{1}{2},1,\frac{3}{2},\dots$. חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם נקראים **פרימיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.

$S_z=m_s\hbar$
 $-s< m_s < s$ בקפיצות של 1

עבור אלקטרון:
 $m_s=-\frac{1}{2},\frac{1}{2}$

מומנט מגנטי מהספין:
 $\vec{\mu}_s=-g\frac{\mu_B}{\hbar}\vec{S}$

פקטור g, עבור אלקטרון $g\approx 2.0023\dots$
אטומים מורכבים והטבלה המחזורית:

כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי המספרים הקוונטים: n, l, m_l, m_s . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- n וגם ב- l .

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים: n, l, m_l, m_s .

ככל ש- l גדל (יש יותר תנאי מסילתי) האנרגיה גדלה.
תנאי מסילתי והספין:

התנאי בקואורדינטות כדוריות:
 $\hat{L}_z=(-i\hbar)\frac{\partial}{\partial\varphi}$
 $\hat{L}_x=-i\hbar\left(-\sin\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}-\cos\varphi\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$
 $\hat{L}_y=-i\hbar\left(\cos\varphi\frac{\partial}{\partial\theta}-\sin\varphi\cot\theta\frac{\partial}{\partial\varphi}\right)$
 $\hat{L}^2=-\hbar^2\left(\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right)$
 $\hat{L}_\pm=\hat{L}_x\pm i\hat{L}_y$
 $\hat{L}_+\hat{L}_-=\hat{L}_x^2+\hat{L}_y^2+\hbar\hat{L}_z$
 $\hat{L}_-\hat{L}_+=\hat{L}_x^2+\hat{L}_y^2-\hbar\hat{L}_z$

יחסי החילוף של התנאי המסילתי:
 $[\hat{L}_x,\hat{L}_y]=i\hbar\hat{L}_z$; $[\hat{L}_y,\hat{L}_z]=i\hbar\hat{L}_x$
 $[\hat{L}_z,\hat{L}_x]=i\hbar\hat{L}_y$; $[\hat{L}_+,\hat{L}_-]=2\hbar\hat{L}_z$
 $[\hat{L}_z,\hat{L}_\pm]=\pm\hbar\hat{L}_\pm$; $[\hat{L}^2,\hat{L}_\pm]=0$
 $[\hat{L}^2,\hat{L}_z]=[\hat{L}^2,\hat{L}_y]=[\hat{L}^2,\hat{L}_x]=0$

$L_\pm Y_l^m=\hbar\sqrt{l(l+1)-m(m\pm 1)}Y_l^{m\pm 1}$
מטריצות התנאי עבור $l=1$:

$\hat{L}_x=\frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$; $\hat{L}_y=\frac{\hbar}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}0 & i & 0 \\ -i & 0 & i \\ 0 & -i & 0\end{pmatrix}$; $\hat{L}^2=\hbar^2\begin{pmatrix}1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$
ספין - אותם יחסי חילוף כמו התנאי:

$\hat{S}_z f=\hbar m_s f$
 $\hat{S}^2 f=\hbar^2 S(S+1)f$

$-S\leq m_s\leq S$ - קפיצות של 1
 m_s, S יכולים להיות חצי שלמים.

S קבוע ותלוי רק בסוג החלקיק. פרימיונים - חצי שלם, בוזונים - ספין שלם.

ספין חצי:
 $S=\frac{1}{2}$; $m_s=\pm\frac{1}{2}$

$|x_+\rangle=\left|\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right\rangle\equiv|\uparrow\rangle$; $|x_-\rangle=\left|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right\rangle\equiv|\downarrow\rangle$

$\hat{S}_z=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & -1\end{pmatrix}$; $\hat{S}_x=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0 & 1 \\ 1 & 0\end{pmatrix}$

$\hat{S}_y=\frac{\hbar}{2}\begin{pmatrix}0 & -i \\ i & 0\end{pmatrix}$; $\hat{S}^2=\frac{3}{4}\hbar^2\begin{pmatrix}1 & 0 \\ 0 & 1\end{pmatrix}$

$\hat{S}_\pm=\hat{S}_x\pm i\hat{S}_y$

$\hat{S}_\pm|s,m_s\rangle=\hbar\sqrt{s(s+1)-m_s(m_s\pm 1)}|s,m_s\pm 1\rangle$

פונקציית ספין כללית:
 $|x\rangle=\alpha|x_+\rangle+\beta|x_-\rangle$
המילטוניון פריק:

$\hat{H}(\hat{X},\hat{P},\hat{S})=\hat{H}_0(\hat{X},\hat{P})+\hat{H}_S(\hat{S})$
במקרה זה ניתן לפתור את משוואת שרדינגר לספין ולמרחב בנפרד.

נקיפת לרמור:
ערך התוחלת של S עבור ספין חצי בשדה מגנטי עוושה נקיפה (פרסציה) מסביב לשדה בתדירות $\omega=\gamma B_0$ ובוזוית α ביחס לשדה כאשר $\gamma=g\frac{-e}{2m_e}$.

g הוא היחס הגיירו מגנטי. α נקבעת מתנאי התחלה.
פונקציית הגל:

$\chi(t)=\left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}},\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)e^{-\frac{\gamma B_0 t}{2}}\right)$

חיבור תנאי:
 $|S_1-S_2|\leq S<S_1+S_2$
 S הוא של כל המערכת והוא לא קבוע בניגוד לחלקיק בודד.
 $-S\leq m_S\leq S$

$|S,m_S\rangle$ עבור שני חלקיקים עם ספין חצי:
 $|1,-1\rangle\rightarrow|\downarrow\downarrow\rangle$
 $|1,1\rangle\rightarrow|\uparrow\uparrow\rangle$; $|1,0\rangle\rightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle+|\downarrow\uparrow\rangle)$

$|0,0\rangle\rightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle-|\downarrow\uparrow\rangle)$
מצב סינגלט:

$\hat{J}=\hat{\vec{L}}+\hat{\vec{S}}$
תנאי כולל:
אותם יחסי חילוף כמו של התנאי המסילתי והספין.

$\hat{J}_z f=\hbar m_J f$; $\hat{J}^2 f=\hbar^2 j(j+1)f$
 $m_J=m_l+m_s$; $|l-S|\leq j\leq l+S$

אינטראקציית ספין מסלול:

$U=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}=-\frac{e^2\cdot\vec{S}\cdot\vec{L}}{8\pi\epsilon_0m_e^2c^2r^3}$

$\vec{B}=\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\cdot\frac{e}{m_e c^2 r^3}\vec{L}$

הע"י של $\hat{S} \cdot \hat{L}$:

$$\frac{1}{2}\hbar^2(j(j+1)-S(S+1)-l(l+1))$$

תורת ההפרעות ללא תלות בזמן וללא ניוון:

עבור המילטוניאן מהצורה $H = H_0 + H'$,

כאשר $H' \ll H_0$.

$E_n^{(0)}$ ו- $\psi_n^{(0)}$ הן האנרגיות ופונקציות הגל של H_0 .

$$E_n^{(1)} = \left\langle \psi_n^{(0)} \left| H' \right| \psi_n^{(0)} \right\rangle$$

$$\psi_n^{(1)} = \sum_{m \neq n} \frac{\left\langle \psi_m^{(0)} \left| H' \right| \psi_n^{(0)} \right\rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \psi_m^{(0)}$$

$$E_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{\left| \left\langle \psi_m^{(0)} \left| H' \right| \psi_n^{(0)} \right\rangle \right|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$