

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad \text{כאשר:}$$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: GOOL

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$
 חבילת גלים:

$$\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l :

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:
 1. ציור את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
 2. עבור המצב n - ציור גל עם $n - 1$ נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
 3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
 4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
 5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שהפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling): GOOL

מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$$

$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$, $-l$ אורך המחסום, $U_0 > E$ גובה הפוטנציאל במחסום.

מקדם החזרה: $R = 1 - T$

אוסילטור הרמוני: GOOL

פונקציות הגל: $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$ $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$$\psi_2(x) = \sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$$

רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ-1: $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

או שאפשר להתחיל את n מאפס ואז $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה

מהירות הפאזה (מהירות של אורך גל מסוים):

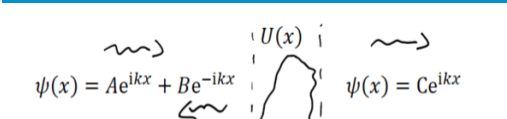
$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

מהירות החבורה:

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל- k

פיזור: GOOL



$$T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$$

מקדם העברה (ההסתברות לעבור):

אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:

$$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$$

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה:

- עבור מדרגת פוטנציאל

וכאשר $E > U_0$

$$T = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$$

- כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

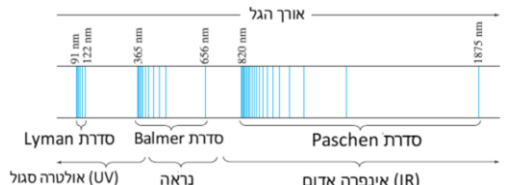
- כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

פונקציית דלתא של דיראק: GOOL

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

$$\delta_a(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-x^2/a^2} \quad \text{או} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$$

כאשר a הולך לאפס.



בעיות במודל הפלנטרי של ראתפורד:

- מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.
- אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

מודל האטום של בוהר: GOOL

הנחות המודל:

- האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.
- האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.
- אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

$$hf = E_U - E_L$$

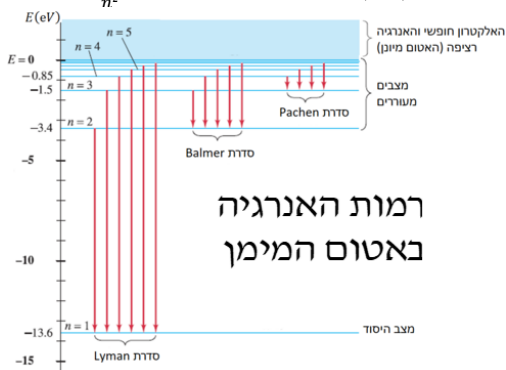
$$L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi} \quad (n=1,2,3\dots)$$

$$r_n = \frac{n^2}{Z} r_1 \quad (Z - \text{מספר הפרוטונים})$$

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$$

$$E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה- n :



פונקציית הגל של החומר: GOOL

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

נרמול: כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$$

מיקום ממוצע: המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$

(ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$$

שונות: **כאשר -**

עקרון אי הוודאות של הייזנברג: GOOL

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$$

1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.

2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.

3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

אי ודאות זמן אנרגיה:

1. ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.

2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הוודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

$$\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$$

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי:

משוואת שרדינגר: GOOL

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \Psi(x,t)$$

- **תנאים נוספים:** 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi$$

בתלת מימד: **משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:**

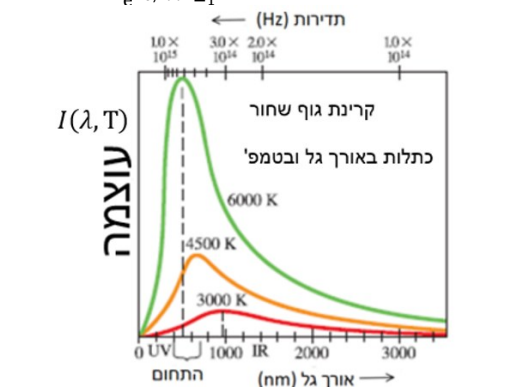
$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$$

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:

$$\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K} \quad \text{חוק ווין:}$$

λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi^5 \hbar^2 c^2 \lambda^{-5}}{15 \epsilon_0 k T} \quad \text{נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:}$$



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא

$$E_{min} = hf$$

- אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי:

$$E = nhf$$

כאשר n הוא המספר הקוונטי

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

$$E = hf$$

אנרגיה של פוטון יחיד (f - תדירות האור):

הניסוי הפוטואלקטרי:

תדירות סף (W_0 - פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$

אנרגיה קינטית מקסי' של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$

$$eV = E_{kmax}$$

משותף: **השוואה לתורה הגלית:**

- **לפי התורה הפוטונית**

1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא

אנרגיה של כל אחד מהם.

הגדלת העוצמה מגדיל את מספר האלק' הנפלטים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.

2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.

3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

- **לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית**

1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה מגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.

2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון: GOOL

$$E = hf$$

$$p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

$$m = 0$$

מסת מנוחה של פוטון:

אפקט קומפטון: GOOL

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.

אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות: GOOL

תנאים ביצירת זוגות:

1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען

2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .

3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.

4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

אורך גל דה ברויל של חלקיק:

$$p = mv$$

p לא יחסותי, $p = \gamma mv$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום: GOOL

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן: **קבוע Rydberg:** $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6eV}{n^2}$$

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$$

$$a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10}m$$

רדיוס בוהר:

$$L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$$

$$L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$$

$$R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{8} \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192} \left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי:

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\varphi)$$

n ו-*l* שלמים, *n*=1,2,3... ו-*l* ≤ *n* - 1 ו-*m* שלם ומקיים:

−
l
≤
m
≤
l

{\displaystyle -l\leq m\leq l}

אורתוגונליות:

$$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta \, dr d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק *r* מהגרעין):

$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$$

$$\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1) \hbar^2 Y_l^m$$

$$|L| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

גודל התני"ז יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר.

את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של *L*_z, משם אפשר למצא את

cos
⁡
θ

=

L

z

|
L
|

{\displaystyle \cos \theta ={\frac {L_{z}}{|L|}}}

$$\hat{L}_z Y_l^m = m \hbar Y_l^m$$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!

צפיפות המצבים:

g
(
n
)
=

2

n

2

{\displaystyle g(n)=2n^{2}}

 (2-ג מעי מהספין).

כללי מעבר: א. *n_f* > *n_i* . ב.

Δ

l

=

l

f

−

l

i

=
±
1

{\displaystyle \Delta l=l_{f}-l_{i}=\pm 1}

 . ג.

Δ

m

=

m

f

−

m

i

=
0
,
±
1

{\displaystyle \Delta m=m_{f}-m_{i}=0,\pm 1}

מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

מומנט כוח על דיפול מגנטי *μ̄*:

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין:

$$\vec{\mu} = \frac{-\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \, eV/T$$

המגנטון של בוהר:

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני:

U
=

μ

B

ℏ
⋅

B
→

=

μ

B

B
m

{\displaystyle U={\frac {\mu _{B}}{\hbar }}\cdot {\vec {B}}=\mu _{B}Bm}

 כאשר

m

{\displaystyle m}

 הוא המספר הקוונטי של

L

z

{\displaystyle L_{z}}

.

תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות בעקבות אפקט זימן:

Δ

E

z

=

μ

B

B
Δ

m

{\displaystyle \Delta E_{z}=\mu _{B}B\Delta m}

 ;

Δ

m

=
±
1
,
0
;
{\displaystyle \Delta m=\pm 1,0;}

התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושטרן גרלך:

GOOL

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

תני"ז כולל:

כאשר *L̄* תני"ז מסילתי, *S̄* תני"ז כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

S גדולה - גודל התני"ז מהספין. *s* קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון

s
=

1
2

{\displaystyle s={\frac {1}{2}}}

. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין קן כפולות שלמות של חצי

יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו.

אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).

יחס החילוף של המיקום עם התנע:

$$\langle [\hat{x},\hat{p}_x]\rangle = i\hbar$$

אם"ם האופרטורים *Â* ו-*B̂* מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.

אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.

אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות

$$\Delta A \Delta B \geq {\frac {1}{2}}|\langle [\hat{A},\hat{B}]\rangle|$$

בניהם לפי:

משפט ארנפט

GOOL

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle Q\rangle =\frac{\mathrm{i}}{\hbar }\langle [\hat{H},\hat{Q}]\rangle +\left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}\right\rangle$$

אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.

אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי: GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב-*r*:

ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:

$$\Psi (r,\theta ,\varphi)=R(r)\theta (\theta)\phi (\varphi)$$

המשוואה ל-*θ*(θ):

$$\frac{1}{\theta (\theta)}\sin \theta \frac{\partial }{\partial \theta }\left(\sin \theta \frac{\partial \theta (\theta)}{\partial \theta }\right)+l(l+1)\sin ^2\theta =m^2$$

משוואה ל-*φ*(φ):

$$\frac{\partial ^2\phi (\varphi)}{\partial \varphi ^2}=-m^2\phi (\varphi)$$

פתרון ל- *θ*(θ) ו-*φ*(φ):

$$Y_l^m(\theta ,\varphi)=\theta (\theta)\phi (\varphi)=$$

$$=\varepsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi (l+|m|)!}}P_l^m(\cos \theta)e^{im\varphi }$$

ε
=
{

(
−
1

)

m

m
>
0

1

m
≤
0

{\displaystyle \varepsilon =\left\{{\begin{matrix}(-1)^{m}&m>0\\1&m\leq 0\end{matrix}}\right.}

 ו-

|
m
|
≤
l

{\displaystyle |m|\leq l}

 שלם.

$$P_l^m(x)=(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|}P_l(x)$$

$$P_l(x)={1\over 2^ll!}\left({d\over dx}\right)^l(x^2-1)^l$$

$$Y_0^0=\left({1\over 4\pi }\right)^{\frac{1}{2}};\;Y_2^0=\left({5\over 16\pi }\right)^{\frac{1}{2}}(3\cos ^2\theta -1)$$

$$Y_1^0=\left({3\over 4\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\cos \theta ;\;Y_2^{\pm 1}=\mp \left({15\over 8\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi }$$

$$Y_1^{\pm 1}=\mp \left({3\over 8\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\sin \theta e^{\pm i\phi };\\$$

$$Y_2^{\pm 2}=\left({15\over 32\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\sin ^2\theta e^{\pm 2i\phi }$$

$$Y_3^0=\left({7\over 16\pi }\right)^{\frac{1}{2}}(5\cos ^3\theta -3\cos \theta)$$

$$Y_3^{\pm 1}=\mp \left({21\over 64\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\sin \theta (5\cos ^2\theta -1)e^{\pm i\phi }$$

$$Y_3^{\pm 2}=\left({105\over 32\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\sin ^2\theta \cos \theta e^{\pm 2i\phi }$$

$$Y_3^{\pm 3}=\mp \left({35\over 64\pi }\right)^{\frac{1}{2}}\sin ^3\theta e^{\pm 3i\phi }$$

$$P_1^0=\cos \theta ;\;P_3^0={1\over 2}(5\cos ^3\theta -3\cos \theta)$$

$$P_1^1=\sin \theta ;\;P_3^1={3\over 2}\sin \theta (5\cos ^2\theta -1)$$

$$P_2^0={1\over 2}(3\cos ^2\theta -1)$$

$$P_3^1={3\over 2}\sin \theta (5\cos ^2\theta -1)$$

$$P_2^1=3\sin \theta \cos \theta \;;\;P_3^1={3\over 2}\sin \theta (5\cos ^2\theta -1)$$

$$P_2^2=3\sin ^2\theta \;\;\;\;;\;P_3^3=15\sin \theta (1-\cos ^2\theta)$$

אורתוגונליות:

$$\int _0^{2\pi }\int _0^{\pi }[Y_l^m(\theta ,\varphi)]^{*}[Y_{l'}^{m'}(\theta ,\varphi)]\sin \theta \,d\varphi \,d\theta =\delta _{ll'}\delta _{mm'}$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$${1\over R(r)}{\partial \over \partial r}\left(r^2{\partial R(r)\over \partial r}\right)-{2mr^2\over \hbar ^2}(V(r)-E)=l(l+1)$$

$$R(r)={u(r)\over r}$$

$$-{\hbar ^2\over 2m}{\mathrm{d}^2u(r)\over \mathrm{d}r^2}+\left[V(r)+{\hbar ^2\over 2m}{l(l+1)\over r^2}\right]u(r)=Eu(r)$$

פתרון עבור אטום המימן

V
(
r
)
=

k

e

2

r

{\displaystyle V(r)={\frac {ke^{2}}{r}}}

:

$$\int _{-\infty }^{\infty }f(x)\delta (x-a)\,dx=f(a)$$

פיזור מפונקציית דלתא:

$$E<0\;{\rm ו-}\;V(x)=-a\delta (x)$$

$$E=-{\frac {a^2m}{2\hbar ^2}}\;{\rm ו-}\;\psi (x)={\frac {\sqrt {am}}{\hbar }}e^{-{\frac {am}{\hbar ^2}}|x|}$$

נקבל

מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב-*a* (גודל הבור).

$$R={\left|{\frac {B}{A}}\right|}^2={\frac {\beta ^2}{1+\beta ^2}}\;{\rm אם}\;E>0$$

$$T={\left|{\frac {C}{A}}\right|}^2={\frac {1}{1+\beta ^2}}\;,\;\beta ={\frac {am}{\hbar ^2k}}\;,\;k={\frac {\sqrt {2mE}}{\hbar }}$$

עבור:

E
,
V
(
x
)
=
+
a
δ
(
x
)

{\displaystyle E,V(x)=+a\delta (x)}

 חייב להיות גודל מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר

E
>
0

{\displaystyle E>0}

.

פוטנציאליים תלת מימדים

GOOL

תיבה תלת מימדית בגודל *a × b × c*:

$$\psi (x,y,z)={\sqrt {\frac {8}{abc}}}\sin \left({\frac {n_x\pi }{a}}x\right)\sin \left({\frac {n_y\pi }{b}}y\right)\sin \left({\frac {n_z\pi }{c}}z\right)$$

$$E={\frac {\pi ^2\hbar ^2}{2m}}\left({\frac {n_x^2}{a^2}}+{\frac {n_y^2}{b^2}}+{\frac {n_z^2}{c^2}}\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימדי:

$$v(x,y,z)={1\over 2}k_yx^2+{1\over 2}k_yy^2+{1\over 2}k_zz^2$$

$$E=\left(n_x-{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega _x+\left(n_y-{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega _y+\left(n_z-{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega _z$$

ניוון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).

דרגת הניוון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

פונקציית הגל כתלות בזמן

GOOL

$$\Psi (x,t)=\sum _n\alpha _n\psi _n(x)e^{-{\frac {iE_n}{\hbar }}t}$$

כאשר

ψ

n

(
x
)

{\displaystyle \psi _{n}(x)}

 הן פתרונות המצבים העמידים ו-

E

n

{\displaystyle E_n}

 היא האנרגיה של כל מצב.

|

α

n

|

2

{\displaystyle |\alpha _{n}|^{2}}

 הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

$$\alpha _n=\int _{-\infty }^{\infty }\psi _n^{*}(x)\Psi (x,0)\,dx$$

- אם

Ψ
(
x
,
0
)

{\displaystyle \Psi (x,0)}

 מנורמלת אז

Ψ
(
x
,
t
)

{\displaystyle \Psi (x,t)}

 מנורמלת לכל *t*.

אופרטורים

GOOL

אם

λ
ψ
=
λ
ψ
,
Q
ψ
=
Q
ψ

{\displaystyle \lambda \psi =\lambda \psi ,\;Q\psi =Q\psi }

 אז

ψ

{\displaystyle \psi }

 היא פייע ו-

λ

{\displaystyle \lambda }

 הוא עייע.

פייע של אופרטור התנע:

$$\psi (x)=Ae^{ikx}$$

העייע של אופרטור התנע:

$$\hbar k$$

פייע של אופרטור המיקום:

$$\psi (x)=\delta (x-a)$$

ועייע: *a* (המיקום עצמו).

אופרטור ההמילטוניאן (מודד את האנרגיה):

$$\hat{H}=-{\frac {\hbar ^2}{2m}}{\frac {\partial ^2}{\partial x^2}}+V(x)$$

אופרטורים הרמיטיים

גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי. כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה:

(
A
Ψ
)

∗

=
Ψ

∗

A

{\displaystyle ({\hat {A}}\Psi)^{*}=\Psi ^{*}{\hat {A}}}

 לכל הפונקציות במרחב,

$$\int _{-\infty }^{\infty }\Psi _1^{*}\hat{A}\Psi _2\,dx=\int _{-\infty }^{\infty }(\hat{A}\Psi _1)^{*}\Psi _2\,dx$$

תכונות של אופרטור הרמיטי:

- ערך התוחלת של אופרטור הרמטי תמיד ממשי.
- הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמטי הן אורתוגונליות.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

הפירוש הסטטיסטי המוכלל

GOOL

אם

λ

n

{\displaystyle \lambda _{n}}

 ו-

ϕ

n

{\displaystyle \phi _{n}}

 הן הפייע ועייע של האופרטור

A
^

{\displaystyle {\hat {A}}}

 אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

$$\Psi (x,t)=\sum \alpha _n\phi _n$$

|

α

n

|

2

{\displaystyle |\alpha _{n}|^{2}}

 זה ההסתברות להיות במצב

ϕ

n

{\displaystyle \phi _{n}}

 או ההסתברות למדוד את הערך

λ

n

{\displaystyle \lambda _{n}}

. הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

$$\alpha _n=\int _{-\infty }^{\infty }\phi _n^{*}\Psi (x,t)\,dx$$

במקרה הרציף:

$$|\alpha _n|^{2}\rightarrow |\alpha (k,t)|^{2}\,dk;\;\lambda _n\rightarrow \lambda (k);\;\;\phi _n\rightarrow \phi (k)$$

$$\Psi (x,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\alpha (k,t)\phi (k)\,dk$$

$$\alpha (k,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\phi (k)\Psi (x,t)\,dx$$

יחס החילוף

GOOL

$$[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$$

$$|0,0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle) \quad \text{מצב סינגלט:}$$

$$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S} \quad \text{תנ"י כולל:}$$

אותם יחסי חילוף כמו של התנ"י המסילתי והספין.

$$\hat{J}_z f = \hbar m_j f \quad ; \quad \hat{J}^2 f = \hbar^2 j(j+1) f$$

$$m_j = m_l + m_s \quad ; \quad |l-S| \leq j \leq l+S$$

$$\text{GOOL} \quad \text{אינטראקציית ספין מסלול:}$$

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{e^2 \cdot \vec{S} \cdot \vec{L}}{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^2 r^3}$$

$$\vec{B} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{m_e c^2 r^3} \vec{L}$$

$$\hat{S} \cdot \hat{L} \quad \text{הע"ע של}$$

$$\frac{1}{2} \hbar^2 (j(j+1) - S(S+1) - l(l+1))$$

אופרטור ההעלאה (או יצירה):

$$\hat{a}^\dagger = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega} \hat{p}\right)$$

$$\hat{a}^\dagger |\psi_n\rangle = \sqrt{n+1} |\psi_{n+1}\rangle$$

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega \left(\hat{a} \hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\right)$$

$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 \quad ; \quad E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2}$$

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n \psi_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar} x^2} H_n \left[\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} x\right]$$

$$H_0(y) = 1; \quad H_2(y) = -2(1 - 2y^2)$$

$$H_1(y) = 2y; \quad H_3(y) = -12\left(y - \frac{2}{3}y^3\right)$$

$$\text{GOOL} \quad \text{תנ"י מסילתי והספין:}$$

$$\hat{L}_z = (-i\hbar) \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad \text{התנ"י בקואורדינטות כדוריות:}$$

$$\hat{L}_x = -i\hbar \left(-\sin\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos\varphi \cot\theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\hat{L}_y = -i\hbar \left(\cos\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \sin\varphi \cot\theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$$

$$\hat{L}_+ \hat{L}_- = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hbar \hat{L}_z$$

$$\hat{L}_- \hat{L}_+ = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 - \hbar \hat{L}_z$$

$$\text{יחסי החילוף של התנ"י המסילתי:}$$

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z \quad ; \quad [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$$

$$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar \hat{L}_y \quad ; \quad [\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar \hat{L}_z$$

$$[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \pm \hbar \hat{L}_\pm \quad ; \quad [\hat{L}^2, \hat{L}_\pm] = 0$$

$$[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_x] = [\hat{L}^2, \hat{L}_y] = 0$$

$$L_\pm Y_l^m = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_l^{m \pm 1}$$

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad ; \quad l = 1 \quad \text{מטריצות התנ"י עבור}$$

$$\hat{L}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}^2 = \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{ספין - אותם יחסי חילוף כמו התנ"י:}$$

$$\hat{S}_z f = \hbar m_s f$$

$$\hat{S}^2 f = \hbar^2 S(S+1) f$$

$$-S \leq m_s \leq S \quad \text{קפיצות של 1}$$

$$m_s, S \quad \text{יכולים להיות חצי שלמים.}$$

$$S \quad \text{קבוע ותלוי רק בסוג החלקיק. פרמיונים - חצי שלם,}$$

$$\text{בוזונים - ספין שלם.}$$

$$S = \frac{1}{2} \quad m_s = \pm \frac{1}{2} \quad \text{ספין חצי:}$$

$$|x_+\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle \equiv |\uparrow\rangle \quad ; \quad |x_-\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle \equiv |\downarrow\rangle$$

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}^2 = \frac{3}{4} \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$$

$$\hat{S}_\pm |s, m_s\rangle = \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s \pm 1)} |s, m_s \pm 1\rangle$$

$$|x\rangle = \alpha |x_+\rangle + \beta |x_-\rangle \quad \text{פונקציית ספין כללית:}$$

$$\text{המילטוניון פריס:}$$

$$\hat{H}(\hat{X}, \hat{P}, \hat{S}) = \hat{H}_0(\hat{X}, \hat{P}) + \hat{H}_S(\hat{S})$$

$$\text{במקרה זה ניתן לפתור את משוואת שרדינגר לספין}$$

$$\text{ולמרחב בנפרד.}$$

$$\text{GOOL} \quad \text{נקיפת לרמור:}$$

$$\text{ערך התוחלת של } S \text{ עבור ספין חצי בשדה מגנטי עושה}$$

$$\omega = \gamma B_0 \quad \text{(פרסציה) מסביב לשדה בתדירות}$$

$$\text{ובזווית } \alpha \text{ ביחס לשדה כאשר } \gamma = g \frac{-e}{2m_e}$$

$$g \quad \text{הוא היחס הגיירו מגנטי. } \alpha \text{ נקבעת מתנאי התחלה.}$$

$$\text{פונקציית הגל:}$$

$$\chi(t) = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}}, \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}}\right)$$

$$\text{GOOL} \quad \text{חיבור תנ"י:}$$

$$|S_1 - S_2| \leq S < S_1 + S_2 \quad \text{חיבור שני ספינים:}$$

$$S \quad \text{הוא של כל המערכת והוא לא קבוע בניגוד לחלקיק בודד.}$$

$$-S \leq m_s \leq S$$

$$|S, m_s\rangle \quad \text{עבור שני חלקיקים עם ספין חצי:}$$

$$|1, -1\rangle \rightarrow |\downarrow\downarrow\rangle \quad \text{מצבי טריפלט:}$$

$$|1, 1\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow\rangle \quad ; \quad |1, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots \quad \text{חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם}$$

$$\text{נקראים פרמיונים וחלקיקים שהספין שלהם שלם}$$

$$\text{נקראים בוזונים.}$$

$$S_z = m_s \hbar$$

$$-s < m_s < s \quad \text{בקפיצות של 1}$$

$$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \quad \text{עבור אלקטרון:}$$

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S} \quad \text{מומנט מגנטי מהספין:}$$

$$g = 2.0023 \dots \approx 2 \quad \text{עבור אלקטרון}$$

$$\text{GOOL} \quad \text{אטומים מורכבים והטבלה המחזורית:}$$

$$\text{כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי}$$

$$\text{המספרים הקוונטים: } n, l, m_l, m_s$$

$$\text{האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות}$$

$$\text{תלויות ב-} n \text{ וגם ב-} l.$$

$$\text{עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני}$$

$$\text{אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים:}$$

$$n, l, m_l, m_s$$

$$\text{ככל ש-} l \text{ גדל (יש יותר תנ"י מסילתי) האנרגיה גדלה.}$$

$$\text{GOOL} \quad \text{ייצוג באמצעות אלגברה לינארית:}$$

$$\text{תכונות המכפלה הפנימית:}$$

$$\langle u|v\rangle = \langle v|u\rangle^* \quad \text{סקלר}$$

$$\langle v|v\rangle = 0 \quad \text{או } \langle v|v\rangle = 1 \quad \text{תמיד ממשי גדול או שווה לאפס}$$

$$\langle v|u\rangle = \alpha \langle v|u\rangle + \beta \langle v|k\rangle$$

$$\text{הגדרת המכפלה הפנימית בפונקציות הגל:}$$

$$\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \psi_2 dx$$

$$\|v\| = \sqrt{\langle v|v\rangle} \quad \text{נורמה:}$$

$$\langle \psi_1 | \psi_2 \rangle = \sum \alpha_i^* \beta_i \quad \text{מכפלה פנימית: כאשר } \alpha_i \text{ ו-} \beta_i \text{ הם}$$

$$\text{המקדמים של פונקציות הגל באותו בסיס}$$

$$\text{GOOL} \quad \text{אי שוויון שורר:}$$

$$|\langle a|b\rangle|^2 \leq \langle a|a\rangle \langle b|b\rangle$$

$$\cos\theta = \frac{\sqrt{\langle a|b\rangle \langle b|a\rangle}}{\sqrt{\langle a|a\rangle \langle b|b\rangle}} \quad \text{זווית מוכללת בין וקטורים:}$$

$$|(|a\rangle + |b\rangle)| \leq |a| + |b| \quad \text{אי שוויון המשולש:}$$

$$\text{GOOL} \quad \text{אופרטורים בייצוג אלגברי}$$

$$\text{אופרטורים מיוצגים באמצעות מטריצות:}$$

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \dots & Q_{nn} \end{pmatrix}$$

$$Q_{ij} \quad \text{האיבר מעביר את הוקטור } e_j \text{ לוקטור } e_i \text{ (כפול סקלר)}$$

$$Q_{ij} = \langle e_i | \hat{Q} | e_j \rangle \quad \text{כלשהו: } i, \text{ שורה, } j, \text{ עמודה.}$$

$$\text{אם הבסיס הוא בסיס עצמי של אופרטור כלשהו אז}$$

$$\text{המטריצה של האופרטור תהיה אלכסונית והערכים על}$$

$$\text{האלכסון הם הערכים העצמיים של האופרטור.}$$

$$\langle \psi_1 | \hat{Q} | \psi_2 \rangle = \langle \psi_1 | \hat{Q} \psi_2 \rangle \quad \text{כתיב נוסף:}$$

$$(\hat{Q} \psi | = (\hat{Q} | \psi)^\dagger = \langle \psi | \hat{Q}^\dagger$$

$$A^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad \text{מטריצה משוחלפת:}$$

$$\text{צמד הרמיטי:}$$

$$A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{21}^* & \dots & A_{n1}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & \dots & A_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n}^* & A_{2n}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$$

$$\text{מטריצת יחידה:}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sum |\phi_n\rangle \langle \phi_n|$$

$$C = A \cdot B \Rightarrow C_{mn} = \sum A_{mi} B_{in} \quad \text{כפל מטריצות:}$$

$$AB \neq BA \quad \text{כפל מטריצות הוא לא חילופי:}$$

$$[A, B] = AB - BA \quad \text{יחס חילוף בין מטריצות:}$$

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I \quad \text{מטריצה ההופכית:}$$

$$U^\dagger = U^{-1} \quad \text{מטריצה אוניטרית:}$$

$$\text{זהויות:}$$

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger; \quad (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

$$(A^\dagger)^\dagger = A; \quad (\langle \psi_1 | \hat{A}^\dagger | \psi_2 \rangle)^* = \langle \psi_2 | \hat{A} | \psi_1 \rangle$$

$$(AB)^T = B^T A^T; \quad \langle \psi_1 | \hat{A} \psi_2 \rangle = \langle \hat{A}^\dagger \psi_1 | \psi_2 \rangle$$

$$\text{- הגודל של ע"ע של אופרטור אוניטרי הוא תמיד 1.}$$

$$\text{אופרטורים הרמיטים ואוניטרים הם אופרטורים}$$

$$\text{נורמליים, כלומר: } [A, A^\dagger] = 0.$$

$$\text{אופרטור העלאה והורדה באוסילטור הרמוני:}$$

$$\text{אופרטור ההורדה (או השמדה):}$$

$$\hat{a} |\psi_n\rangle = \sqrt{n} |\psi_{n-1}\rangle \quad ; \quad \hat{a} = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega} \hat{p}\right)$$