

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מבוא לגלים

GOOL

גלים רוחניים: ההפרעה בכיוון ניצב להתקדמות (מיתר)
גלים אורכיים: ההפרעה בכיוון מקביל להתקדמות (קול)
תווך: החומר בו מתקדמת ההפרעה

פונקציית הגל: $f(x \pm vt)$, כאשר v היא מהירות הגל.
אנרגיה של גל: $E \propto A^2$, A היא האמפליטודה (משרעת)

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \quad \text{משוואת הגלים במימד אחד:}$$

כל פונקציה מהצורה $f(x \pm vt)$ היא פתרון של משוואת הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני הפתרונות אותה מהירות גל.

התאבכות: סיכמה של גלים שנפגשים
חזית גל: אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן

גלים מחזוריים:
 λ - אורך הגל; T - זמן המחזור; v - מהירות הגל

תדירות (מספר המחזורים בשנייה):
 $f = \frac{1}{T}$

גל הרמוני:
 $y(x, t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$

מספר הגל:
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$

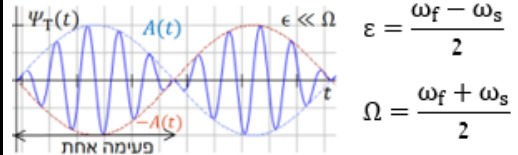
קשרים בין הגדלים השונים:
 $\omega = vk = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

גל עומד: מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים מנוגדים
 $y(x, t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} \sin(kx - (\omega t + \varphi)) + \frac{A}{2} \sin(kx + (\omega t + \varphi))$

נקודות צומת (node): נקודות שלא זוזות. אין מהירות גל.
נקודת טבור (antinode): אמפליטודה מקסימאלית.

פעימות: בפעימות אנחנו מחברים שני גלים בעלי אותה אמפליטודה ומקבלים גל בתוך מעטפת (פעימה).

$\Psi_1(t) = A \cos(\omega_1 t)$ & $\Psi_2(t) = A \cos(\omega_2 t)$
 $\Psi_T(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t) = 2A \cos(\epsilon t) \cos(\Omega t)$



תדירות הפעימה היא 2ϵ
גלים רוחביים במיתר

GOOL

משוואת הגלים:
 $\frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial x^2} = \frac{\rho}{T} \frac{\partial^2 \psi(x, t)}{\partial t^2}$

T - המתחיות במיתר, ρ - צפיפות המסה ליחידת אורך,
 ψ - פונקציית הגל, ההעתק הרוחבי של כל חתיכה במיתר.

מהירות הגל:
 $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$

פתרון המשוואה:
 $\psi(x, t) = A \cos(kx - \omega t) + B \sin(kx - \omega t) + C \cos(kx + \omega t) + D \sin(kx + \omega t)$

- אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזוויות טריגונומטריות)

$\psi(x, t) = A_1 \cos(kx - \omega t + \phi_1) + A_2 \cos(kx - \omega t + \phi_2) = B_1 \cos kx \cos \omega t + B_2 \cos kx \sin \omega t + B_3 \sin kx \cos \omega t + B_4 \sin kx \sin \omega t$

$= C_1 \cos kx \cos(\omega t + \phi_1) + C_2 \sin kx \cos(\omega t + \phi_2)$

שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.
פתרון במספרים מרוכבים:

$\psi(x, t) = A_1 e^{i(kx + \omega t)} + A_2 e^{i(kx - \omega t)} + A_3 e^{-i(kx + \omega t)} + A_4 e^{-i(kx - \omega t)}$

אם הפונקציה ממשיה, אז $A_4 = A_3^*$ ו- $A_2 = A_1^*$, והפתרון מתכנס לחלק הממשי של

$\psi(x, t) = A e^{i(kx - \omega t)} + B e^{-i(kx + \omega t)}$

יחס הדיפרסיה:
 $\omega = v \cdot k$
פתרון באמצעות נוסחת ד'אלמבר:

$\psi(x, t) = \frac{1}{2} [\psi(x - vt, 0) + \psi(x + vt, 0)] + \frac{1}{2v} \int_{x-vt}^{x+vt} \dot{\psi}(x', 0) dx'$

GOOL

החזרה והעברה
תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב- $x=0$:

1. רציפות הפונקציה: $\psi_L(0, t) = \psi_R(0, t)$
 2. רציפות הכוח: $F_L = F_R$

אם המתחיות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הנגזרת:

$\frac{\partial \psi_L}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \psi_R}{\partial x} \Big|_{x=0}$

$\psi_L(x, t) = \psi_r(x, t) + \psi(x, t)$; $\psi_R(x, t) = \psi_t(x, t)$
 $\psi_r(x, t) = r\psi(-x, t)$

$\psi_t(x, t) = t\psi\left(\frac{v_1}{v_2}x, t\right)$; $v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_1}}$, $v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}} \quad \text{מקדם החזרה:}$$

$$t = \frac{2v_2}{v_2 + v_1} = \frac{2\sqrt{\rho_1}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_2}} \quad \text{מקדם העברה:}$$

הערה: את הנוסחאות של מקדם ההעברה והחזרה נרשום בנושא הבא בצורה יותר כללית עם שימוש בעכבות.

עכבה GOOL

$$Z = \sqrt{\rho T} = \frac{T}{v} \quad \text{עכבה (impedance):}$$

T - מתיחות. V - מהירות הגל

$$|Z| = \frac{|F_y|}{|V_y(t)|}$$

F_y - הכוח על אלמנט מסה
 $V_y(t)$ - מהירות אלמנט מסה (מהירות החומר)

מקדמי העברה והחזרה בפגיעה של גל מתווך 1 ל-2:
 $r = \frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2}$, $t = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2}$

אנרגיה הספק ותנע
אנרגיה ליחידת אורך של גל נע במיתר:

$$\epsilon(x, t) = \rho \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 = \rho v^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^2$$

אנרגיה ממוצעת בזמן:
 $\bar{\epsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 |A|^2$

הספק רגעי בנקודה, כמה עבודה עושה החלק השמאלי על החלק הימני ביחידת זמן:

$$P^\pm = \pm Z \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 = \pm v \epsilon(x, t)$$

$P^\pm$ הוא הספק רגעי של גל הנע בכיוון החיובי/שלילי
ההספק הממוצע בזמן:

$$\bar{P}^\pm = \pm \frac{1}{2} Z \omega^2 |A|^2$$

מקדם החזרה של האנרגיה:
 $R = \frac{P_1^-}{P_1^+} = r^2 = \left(\frac{Z_1 - Z_2}{Z_1 + Z_2} \right)^2$

מקדם העברה של האנרגיה:
 $T = \frac{P_2^+}{P_1^+} = \frac{Z_2}{Z_1} t^2 = \frac{4Z_1 Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2}$

תנע: התנע הוא אפס.
גלים עומדים

מיתר חצי אינסופי:
קצה קשור:
 $\Psi(x=0, t) = 0 \Rightarrow \Psi(x, t) = C \sin(kx) \sin(\omega t + \varphi)$

קצה חופשי:
 $\frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow \Psi(x, t) = C \cos(kx) \cos(\omega t + \varphi)$

מיתר סופי:
2 קצוות קשורות: $\Psi(x=0, t) = \Psi(x=L, t) = 0$
 $\lambda_n = \frac{2L}{n}$; $k_n = \frac{\pi n}{L}$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$; $f_n = \frac{vn}{2L}$

$\Psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$

קצה קשור וקצה חופשי:

$\Psi(x=0, t) = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$

$k_n = \frac{\pi}{L} \left(n + \frac{1}{2} \right)$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

$\lambda_n = \frac{2L}{(n + \frac{1}{2})}$; $f_n = \frac{vn}{2L} \left(n + \frac{1}{2} \right)$

$\Psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$

מיתר סופי עם 2 קצוות חופשיים:

$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$

$\lambda_n = \frac{2L}{n}$; $f_n = \frac{vn}{2L}$; $k_n = \frac{\pi n}{L}$; $n = 0, 1, 2, 3, \dots$

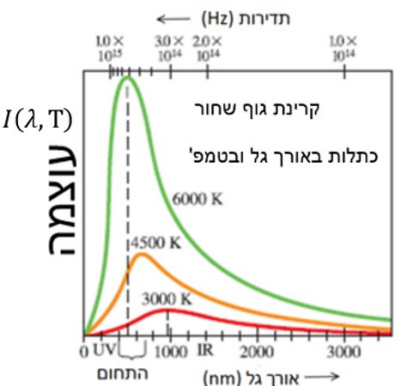
$\Psi(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:

חוק בוין:
 $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:
 $I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda k T} - 1}$



קבוע בולצמן:
 $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

קבוע פלאנק:
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$

- אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי:
 $E = nhf$

כאשר n הוא המספר הקוונטי
 $n = 1, 2, 3, \dots$

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

אנרגיה של פוטון יחיד (f - תדירות האור):
 $E = hf$

תדירות סף (W_0 - פונקציית העבודה של המתכת):
 $hf_0 = W_0$

אנרגיה קינטית מקסי של האלקטרונים:
 $E_k = hf - W_0$

מתח עצירה:
 $eV_0 = E_{kmax}$

השוואה לתורה הגלית:
לפי התורה הפוטונית

1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה למספר הפוטונים ולא

אנרגיה של כל אחד מהם.
 הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלק' הנפלים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.

2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.
 3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

- **לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית**

1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.

2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון:

אנרגיה של פוטון יחיד:
 $E = hf$

תנע של פוטון:
 $p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

מסת מנוחה של פוטון:
 $m = 0$

אפקט קומפטון:

הסחת קומפטון:
 $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

- אורך גל של האלקטרון החופשי.
אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:

תנאים ביצירת זוגות:

1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען

2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסית לכל חלקיק mc^2 .

3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.

4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

אורך גל דה ברולי של חלקיק:
 $\lambda = \frac{h}{p}$

$p = mv$ לא יחסותי, $p = \gamma mv$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום:

אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן:
 $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$

קבוע Rydberg:
 $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

אורך הגל

1875 nm

820 nm

656 nm

365 nm

122 nm

91 nm

Lyman

Balmer

Paschen

אולטרה סגול (UV)

נראה

אינפרא אדום (IR)

בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורה:

1. מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.

2. אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

עבור: $E, V(x) = +a\delta(x)$ חייב להיות גדול מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר $E > 0$.

פוטנציאלים תלת מימדיים **GOOL**

תיבה תלת מימדית בגודל $a \times b \times c$:

$$\psi(x,y,z)=\sqrt{\frac{8}{abc}}\sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right)\sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(\frac{n_x^2}{a^2}+\frac{n_y^2}{b^2}+\frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימדי:

$$v(x,y,z)=\frac{1}{2}k_yx^2+\frac{1}{2}k_yy^2+\frac{1}{2}k_zz^2$$

$$E=\left(n_x-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x+\left(n_y-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y+\left(n_z-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z$$

ננוון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).
דרגת הניוון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

פונקציית הגל כתלות בזמן **GOOL**

$$\Psi(x,t)=\sum_n\alpha_n\psi_n(x)e^{-\frac{iE_nt}{\hbar}}$$

כאשר $\psi_n(x)$ הן פתרונות המצבים העמידים ו- E_n היא האנרגיה של כל מצב.
 $|\alpha_n|^2$ הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

$\alpha_n=\int_{-\infty}^{\infty}\psi_n^*(x)\Psi(x,0)dx$
- אם $\Psi(x,0)$ מנורמלת אז $\Psi(x,t)$ מנורמלת לכל t .
אופרטורים **GOOL**

אם $\hat{Q}\psi=\lambda\psi$ אז ψ היא פ"ע ו- λ הוא ע"י.
פ"ע של אופרטור התנע: $\psi(x)=Ae^{ikx}$
הע"ע של אופרטור התנע: $\hbar k$
פ"ע של אופרטור המיקום: $\psi(x)=\delta(x-a)$
וע"ע: a (המיקום עצמו).
אופרטור ההמילטוניאן (מודד את האנרגיה):

$$\hat{H}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}+V(x)$$

אופרטורים הרמיטיים **GOOL**

גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי.
כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה: $\hat{A}^*\hat{\Psi}=\hat{\Psi}^*\hat{A}$ לכל הפונקציות במרחב,
או $\int_{-\infty}^{\infty}\hat{\Psi}_1^*\hat{A}\hat{\Psi}_2dx=\int_{-\infty}^{\infty}(\hat{A}\hat{\Psi}_1)^*\hat{\Psi}_2dx$
תכונות של אופרטור הרמיטי:
1. ערך התוחלת של אופרטור הרמטי תמיד ממשי.
2. הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
3. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמטי הן אורתוגונליות.
4. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

הפירוש הסטטיסטי המוכלל **GOOL**

אם ϕ_n ו- λ_n הן הפ"ע וע"ע של האופרטור $\hat{A}$ אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

$\Psi(x,t)=\sum\alpha_n\phi_n$
 $|\alpha_n|^2$ זה ההסתברות להיות במצב ϕ_n או ההסתברות למדוד את הערך λ_n . הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

$\alpha_n=\int_{-\infty}^{\infty}\phi_n^*\Psi(x,t)dx$
במקרה הרציף:
 $|\alpha_n|^2\rightarrow|\alpha(k,t)|^2dk$; $\lambda_n\rightarrow\lambda(k)$; $\phi_n\rightarrow\phi(k)$

$$\Psi(x,t)=\int_{-\infty}^{\infty}\alpha(k,t)\phi(k)dk$$

$$\alpha(k,t)=\int\phi(k)\Psi(x,t)dx$$

יחס החילוף **GOOL**

$$[\hat{A},\hat{B}]=\hat{A}\hat{B}-\hat{B}\hat{A}$$

יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו.
אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).
יחס החילוף של המיקום עם התנע: $\langle[\hat{x},\hat{p}_x]\rangle=i\hbar$
אם"ם האופרטורים $\hat{A}$ ו- $\hat{B}$ מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.
אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.
אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות $\Delta A\Delta B\geq\frac{1}{2}|\langle[\hat{A},\hat{B}]\rangle|$ ביניהם לפי:

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות ציור פונקציית גל:
1. ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
2. עבור המצב n-ה ציירו גל עם 1 - n נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling): **GOOL**

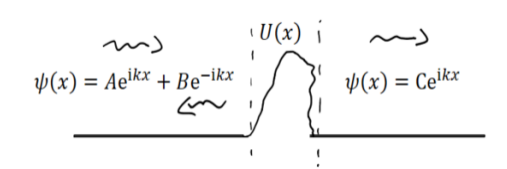
מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):
 $T\approx 16\frac{E}{U_0}\left(1-\frac{E}{U_0}\right)e^{-2a\ell}$
הפוטנציאל במחסום. $-l$, אורך המחסום, $U_0 > E$ גובה
מקדם החזרה: $R=1-T$
אוסילטור הרמוני: **GOOL**

פונקציות הגל: $b=\sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ $\psi_1(x)=(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}}e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$
 $\psi_2(x)=\sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}}\frac{x}{b}e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$
 $\psi_3(x)=8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}}\left(1-\frac{2x^2}{b^2}\right)e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$

רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ: 1 $E_n=\left(n-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$
או שאפשר להתחיל את n מאפס וזא $E_n=\left(n+\frac{1}{2}\right)\hbar\omega$
מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה
מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):

$v_{ph}=\frac{\omega}{k}$
 $v_g=\frac{d\omega}{dk}$
מהירות החבורה:
יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל- k

פיזור **GOOL**



מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T=\frac{|C|^2}{|A|^2}$
אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:
 $T=\frac{|C|^2}{|A|^2}\frac{k_2}{k_1}$
מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה: $R=\frac{|B|^2}{|A|^2}$

- עבור מדרגת פוטנציאל $E > U_0$ וכאשר $E > U_0$
 $T=\frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2}$
 $R=\left(\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}\right)^2$

- כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.
- כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

פונקציית דלתא של דיראק **GOOL**

תגדרות הפונקציה: $\delta(x)=\begin{cases}0, & x\neq 0 \\ \infty, & x=0\end{cases}$
או $\int_{-\infty}^{\infty}\delta(x)dx=1$ או $\delta_a(x)=\frac{1}{a\sqrt{\pi}}e^{-x^2/a^2}$
כאשר a הולך לאפס.
 $\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(x-a)dx=f(a)$

פיזור מפונקציית דלתא:
עבור $V(x)=-a\delta(x)$ ו- $E < 0$
נקבל $\psi(x)=\frac{\sqrt{am}}{\hbar}e^{-\frac{am}{\hbar^2}|x|}$ ו- $E=-\frac{a^2m}{2\hbar^2}$
מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- a (גודל הבור).
אם $E > 0$:
 $R=\frac{|B|^2}{|A|^2}=\frac{\beta^2}{1+\beta^2}$
 $T=\frac{|C|^2}{|A|^2}=\frac{1}{1+\beta^2}$, $\beta=\frac{am}{\hbar^2k}$, $k=\frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

מודל האטום של בוהר: **GOOL**

הנחות המודל:
1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.
2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.
אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:
 $hf=E_U-E_L$
הנחה על התנע הזוויתי (n=1,2,3...): $L=mvr_n=\frac{nh}{2\pi}$
הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים): $r_n=\frac{n^2}{Z}r_1$
 $r_1=\frac{\pi e^2\hbar^2}{m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$
אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה-n: $E=-\frac{Z^2\cdot 13.6eV}{n^2}$

פונקציית הגל של החומר: **GOOL**

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2}|\psi(x)|^2dx$$

נרמול: $\int_{-\infty}^{\infty}|\psi(x)|^2dx=1$
כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.
מיקום ממוצע: $\langle x\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}x|\psi(x)|^2dx$
המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצא אותו על ידי נגזרת).

שונוט: $\sigma^2=\langle x^2\rangle-\langle x\rangle^2$
כאשר - $\langle x^2\rangle=\int_{-\infty}^{\infty}x^2|\psi(x)|^2dx$

עקרון אי הוודאות של הייזנברג: **GOOL**

אי ודאות מיקום תנע: $\Delta x\Delta p_x\geq\frac{\hbar}{2}$
 $\hbar=\frac{h}{2\pi}=1.055\cdot 10^{-34}J\cdot S$
1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה: $\Delta E\Delta t\geq\frac{\hbar}{2}$
1. ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.
2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי: $\Delta L_z\Delta\theta\geq\frac{\hbar}{2}$
משוואת שרדינגר: **GOOL**

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:
$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial x^2}+U(x,t)\Psi(x,t)$$

- **תנאים נוספים:** 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד: $i\hbar\frac{\partial\Psi}{\partial t}=-\frac{\hbar^2}{2m}\vec{\nabla}^2\Psi+U\Psi$
משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\psi}{dx^2}+U(x)\psi=E\psi$$

כאשר: $\Psi(x,t)=\psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$
חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: **GOOL**

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x)=A\sin(kx)$
חבילת גלים: $\psi(x)=\sum_nA_n\sin(k_nx)+B_n\cos(k_nx)$
בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l:

$$\psi_n(x)=\sqrt{\frac{2}{l}}\sin\left(\frac{\pi n}{l}x\right)$$

$$E_n=\frac{\hbar^2}{8ml^2}n^2, n=1,2,3...$$

עבור אלקטרון: $m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$
מומנט מגנטי מהספין: $\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$
 פקטור g, עבור אלקטרון $g = 2.0023 \dots \approx 2$
אטומים מורכבים והטבלה המחזורית: GOOL
 כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי המספרים הקוונטיים: n, l, m_l, m_s . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- n וגם ב- l .
עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטיים: n, l, m_l, m_s .
 ככל ש- l גדל (יש יותר תנ"י מסילתי) האנרגיה גדלה.

רדיוס בוהר: $a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10} m$
 $L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$
 $L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$
 $R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$
 $R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$
 $R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$
 $R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$
 $R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$
 $R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$
 $R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{8} \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192} \left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$
 $R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$
 $R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$
 $R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$

פתרון כללי:

$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \varphi)$
 $0 \leq l \leq n-1$ ו- $n=1,2,3,\dots$ שלמים, l ו- n שלם ומקיים: $-l \leq m \leq l$
אורתוגונליות:

$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta \, dr d\theta d\phi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$
פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק r מהגרעין):

$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$
התנע הזוויתי: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$
 $\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1) \hbar^2 Y_l^m$
 $|L| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$
 גודל התנ"י יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר.
 את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של L_z , משם אפשר למצא את $\cos \theta = \frac{L_z}{|L|}$

$\hat{L}_z Y_l^m = m \hbar Y_l^m$
 גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!
צפיפות המצבים: $g(n) = 2n^2$ (ה-2 מגיע מהספין).
כללי מעבר: א. $n_i > n_f$ ב. $\Delta l = l_f - l_i = \pm 1$ ג. $\Delta m = m_f - m_i = 0, \pm 1$
מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

מומנט כוח על דיפול מגנטי $\vec{\mu}$: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$
אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:
 $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$
כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}$
מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין: $\vec{\mu} = \frac{-\mu_B}{\hbar} \vec{L}$
המגנטון של בוהר: $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \, eV/T$
 האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני: $U = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B} = \mu_B B m$ כאשר m הוא המספר הקוונטי של L_z .
תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות בעקבות אפקט זימן: $\Delta E_z = \mu_B B \Delta m$; $\Delta m = \pm 1, 0$
 התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרי להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושטרן גרלך: GOOL
תנ"י כולל: $\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$
 כאשר $\vec{L}$ תנ"י מסילתי, $\vec{S}$ תנ"י כתוצאה מהספין.

$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$
 S גדולה - גודל התנ"י מהספין. s קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון $s = \frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי
 $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$. חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.
 $S_z = m_s \hbar$

$-s < m_s < s$ בקפיצות של 1

משפט ארנסט GOOL
 $\frac{d}{dt} \langle Q \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{Q}] \rangle + \left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right\rangle$
 אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.
זרם ההסתברות: GOOL
 $\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*)$
 - זרם ההסתברות מתאפס כשפונקציות גל ממשיות.
 - קבוע עבור מצבים יציבים.

אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי: GOOL
משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב- r :
ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:
 $\psi(r, \theta, \varphi) = R(r) \theta(\theta) \phi(\varphi)$
המשוואה ל- $\theta(\theta)$:
 $\frac{1}{\theta(\theta)} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + l(l+1) \sin^2 \theta = m^2$
משוואה ל- $\phi(\varphi)$:
 $\frac{\partial^2 \phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} = -m^2 \phi(\varphi)$
פתרון ל- $\theta(\theta)$ ו- $\phi(\varphi)$:

$Y_l^m(\theta, \varphi) = \theta(\theta) \phi(\varphi) =$
 $= \varepsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$
 $\varepsilon = \begin{cases} (-1)^m & m > 0 \\ 1 & m \leq 0 \end{cases} \quad l \geq 0$
 $|m| \leq l$ ו- $|m|$ שלם.

$P_l^m(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|} P_l(x)$
 $P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx}\right)^l (x^2-1)^l$
 $Y_0^0 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} ; \quad Y_2^0 = \left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (3\cos^2 \theta - 1)$
 $Y_1^0 = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \theta ; \quad Y_2^{\pm 1} = \mp \left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\phi}$

$Y_1^{\pm 1} = \mp \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta e^{\pm i\phi} ;$
 $Y_2^{\pm 2} = \left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\phi}$
 $Y_3^0 = \left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$
 $Y_3^{\pm 1} = \mp \left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{\pm i\phi}$
 $Y_3^{\pm 2} = \left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{\pm 2i\phi}$
 $Y_3^{\pm 3} = \mp \left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^3 \theta e^{\pm 3i\phi}$

$P_1^0 = \cos \theta ; \quad P_3^0 = \frac{1}{2} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$
 $P_1^1 = \sin \theta ; \quad P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$
 $P_2^0 = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1)$
 $P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$
 $P_2^1 = 3 \sin \theta \cos \theta ; \quad P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$
 $P_2^2 = 3 \sin^2 \theta \quad ; \quad P_3^3 = 15 \sin \theta (1 - \cos^2 \theta)$

אורתוגונליות:

$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [Y_l^m(\theta, \varphi)]^* [Y_{l'}^{m'}(\theta, \varphi)] \sin \theta \, d\theta \, d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$
המשוואה לחלק הרדיאלי:

$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} (V(r) - E) = l(l+1)$
 $R(r) = \frac{u(r)}{r}$
 $-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u(r) = E u(r)$
פתרון עבור אטום המימן: $V(r) = \frac{ke^2}{r}$

$E_n = -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6 eV}{n^2}$
 $R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$