

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

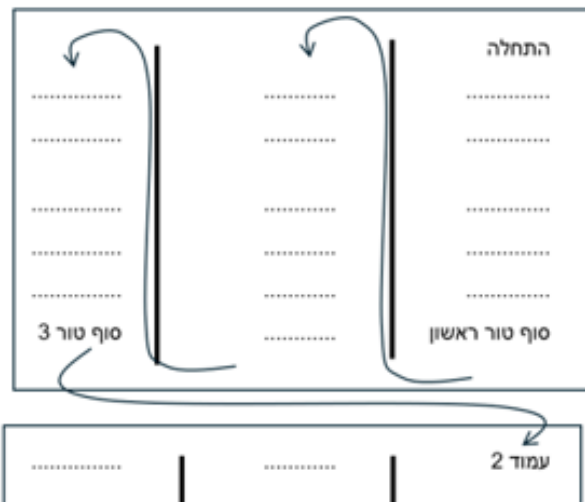
עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0

בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
- 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

- שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g * t_גובה ; y_0 = 2g * t_גובה^2

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)

העתק: dr = dx i + dy j = (dx, dy)

מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = dr/dt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית theta (באופקית הזווית אפס).

- נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(theta) t ; v_x(t) = v_0 cos(theta)

y(t) = y_0 + v_0 sin(theta) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(theta) + a_y t

- אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g = -a_y, תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

- שיא גובה (v_y(t) = 0): t_גובה = v_0 sin(theta) / g

y_גובה = y_0 + (v_0 sin(theta))^2 / 2g

- טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2theta) / g
- טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות
- משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

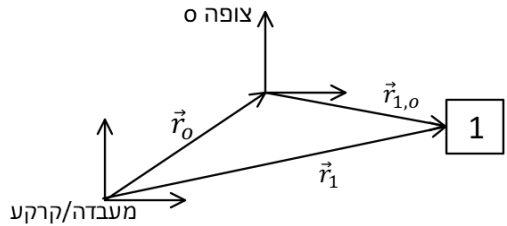
תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

r_1,2 = r_1 - r_2 ; v_1,2 = v_1 - v_2 ; a_1,2 = a_1 - a_2

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- 1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים r_1 ו-r_0 ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- 2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור r_0.
- 3. נשרטט את הוקטור r_1,0 מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור r_1.
- 4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים): c^2 = a^2 + b^2 - 2ab cos(gamma)

gamma - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים): a/sin alpha = b/sin beta = c/sin gamma

gamma - הזווית מול הצלע c, beta - הזווית מול הצלע b, alpha - הזווית מול הצלע a

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים:

- התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
- הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.
- המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = integral v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

a(t) = dv/dt ; v(t) = integral a(t) dt

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים

פירוק לרכיבים:

A_y = |A| sin theta

A_x = |A| cos theta

למצא גודל וזווית:

|A| = sqrt(A_x^2 + A_y^2) ; tan theta = A_y / A_x

חיבור וקטורים:

- בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
- תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.
- בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

- בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

B = alpha A = (alpha A_x, alpha A_y)

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A . B = A_x . B_x + A_y . B_y + A_z . B_z = |A| |B| cos alpha

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור)

- מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos alpha = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

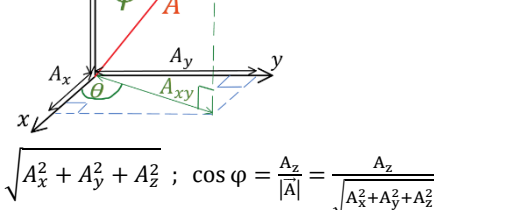
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

0 <= phi <= pi

0 <= theta <= 2pi

tan theta = A_y / A_x



פירוק לרכיבים:

A_xy = |A| sin phi ; A_z = |A| cos phi

A_x = |A| sin phi cos theta ; A_y = |A| sin phi sin theta

מכפלה וקטורית:

ד - דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A x B = | i j k |

| A_x A_y A_z |

| B_x B_y B_z |

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: |A x B| = |A| |B| sin alpha

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- שימו לב שאתם עם יד ימין!!

- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמוחל

sin alpha = a/c

יתר

ניצב ליד

cos alpha = b/c

יתר

ניצב שמוחל

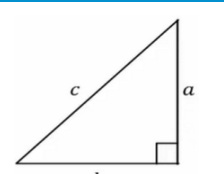
tan alpha = a/b

ליד ניצב

1/ tan alpha = cot alpha = b/a

ניצב שמוחל

a^2 + b^2 = c^2



sin(90 - alpha) = cos alpha ; cos(90 - alpha) = sin alpha	90 - alpha
tan(90 - alpha) = cot alpha ; cot(90 - alpha) = tan alpha	
sin(90 + alpha) = cos alpha ; cos(90 + alpha) = -sin alpha	90 + alpha
tan(90 + alpha) = -cot alpha ; cot(90 + alpha) = -tan alpha	
sin(180 - alpha) = sin alpha ; cos(180 - alpha) = -cos alpha	180 - alpha
tan(180 - alpha) = -tan alpha ; cot(180 - alpha) = -cot alpha	
sin(-alpha) = -sin alpha ; cos(-alpha) = cos alpha	-alpha
tan(-alpha) = -tan alpha ; cot(-alpha) = -cot alpha	
sin 2alpha = 2 sin alpha cos alpha	
cos 2alpha = cos^2 alpha - sin^2 alpha = 1 - 2 sin^2 alpha = 2 cos^2 alpha - 1	2alpha
sin(alpha +/- beta) = sin alpha cos beta +/- sin beta cos alpha	alpha +/- beta
cos(alpha +/- beta) = cos alpha cos beta +/- sin alpha sin beta	

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n

משוואת הקו הישר: m = dy/dx = tan alpha כאשר alpha היא הזווית של הישר עם ציר ה-x. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2

הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b/2a

נוסחת השורשים: x_1,2 = (-b +/- sqrt(b^2 - 4ac)) / 2a

מעברים בין יחידות:

קיל (k) זה 1000: 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr

מיל (m) זה 1/1000: 1mm = 1/1000 m

ומיליגרם 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3

קוב: 1קוב = 1000m^3 = 1000liter

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 * 10^15 m

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c}

(a^b)^c = a^{bc} ; 1/a^b = a^{-b}

צפיפות:

צפיפות נפחית: rho = M/V ; צפיפות משטחית: sigma = M/S

צפיפות אורכית: lambda = M/l

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Delta x = x_2 - x_1

דבר - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: v = Delta x / Delta t = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = dv/dt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$

אם $I_x = I_y$ (בדרכי מסמטריה) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z : מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy . לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה. מומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא במרחק ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$)

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

GOOL

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}| = mvd$ כאשר d זה המרחק האפקטיבי.

v - המהירות.
הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע:

$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרצסיה (נקיפה):

לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

GOOL

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$

תנ"ז: גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):

$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר - תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה):

$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה): $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*): $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

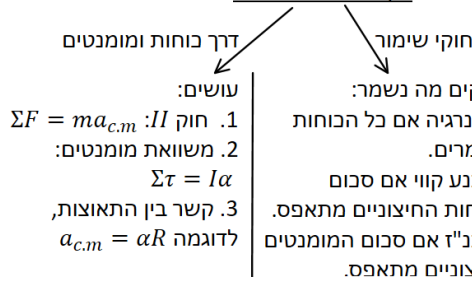
טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$ בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?



GOOL

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע, עבורו מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר למיקום.

GOOL

תנועה הרמונית

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית:

$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$

- הראשית היא בנקודת שיווי המשקל.
- נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסי')
- A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משווי משקל.
- ω - תדירות זוויתית. ϕ - פאזה.

המהירות בתנועה הרמונית: $v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$

התאוצה בתנועה הרמונית: $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$

קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות זמן

המחזור: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

עבור מסה המחוברת לקפיץ: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו- m היא מסת הגוף.

הפאזה: $\phi = \omega \cdot t_0$

כאשר t_0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש $t = 0$ (מתחילים למדוד את התנועה)

בדרי"כ נמצא את A ו- ϕ מתנאי התחלה:

$x(t=0) = A \sin \phi$; $v(t=0) = -\omega A \cos \phi$

מהירות ותאוצה מקסימליות:

$v_{max} = \pm \omega A$; $a_{max} = \pm \omega^2 A$

תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נק' ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את $x=0$ בנקודת ש.מ. ולהתעלם מהכובד.

האנרגיה בתנועה הרמונית:

$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$