

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

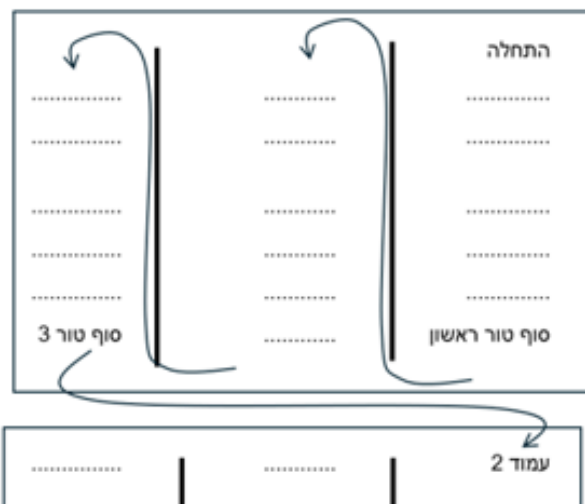
עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0 בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
- 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.
- שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g y_0 ; t_שיא גובה = v_0 / g

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)

העתק: Δr = Δx i + Δy j = (Δx, Δy)

מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = Δr / Δt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(θ) t ; v_x(t) = v_0 cos(θ)

y(t) = y_0 + v_0 sin(θ) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(θ) + a_y t

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g - a_y, תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה (v_y(t) = 0): t_שיא גובה = v_0 sin(θ) / g

שיא גובה: y_0 + (v_0 sin(θ))^2 / 2g

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2θ) / g

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

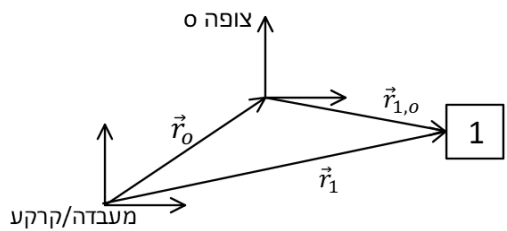
תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

r_1,2 = r_1 - r_2 ; v_1,2 = v_1 - v_2 ; a_1,2 = a_1 - a_2

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- 1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים r_1 ו-r_0 ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- 2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור r_0.
- 3. נשרטט את הוקטור r_1,0 מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור r_1.
- 4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים): c^2 = a^2 + b^2 - 2ab cos(γ)

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים): a / sin α = b / sin β = c / sin γ

γ הזווית מול הצלע c, β הזווית מול α, α הזווית מול β מהירות שמודד מד לייזר:

d / dt |r| = d / dt sqrt(x^2 + y^2) = x dot x + y dot y / sqrt(x^2 + y^2)

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים:

- התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
- הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.
- המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = integral v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

a(t) = dv/dt ; v(t) = integral a(t) dt

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים

פירוק לרכיבים:

A_y = |A| sin θ

A_x = |A| cos θ

למצא גודל וזווית:

|A| = sqrt(A_x^2 + A_y^2) ; tan θ = A_y / A_x

חיבור וקטורים:

- בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.

תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

- בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

- בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

B = α A = (α A_x, α A_y)

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)

מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A · B = A_x · B_x + A_y · B_y + A_z · B_z = |A| |B| cos α

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור)

- מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos α = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

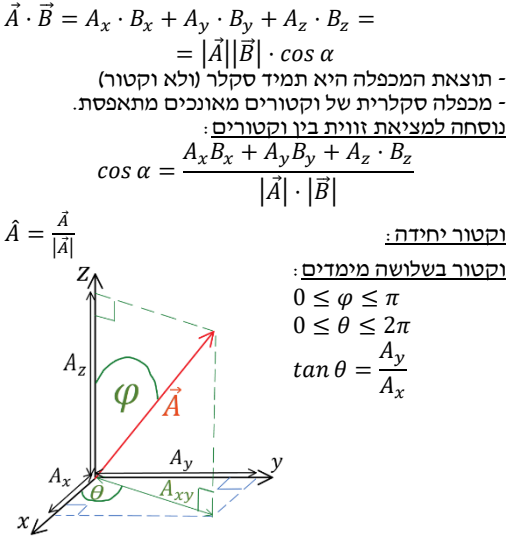
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

0 ≤ φ ≤ π

0 ≤ θ ≤ 2π

tan θ = A_y / A_x



פירוק לרכיבים:

A_xy = |A| sin φ ; A_z = |A| cos φ

A_x = |A| sin φ cos θ ; A_y = |A| sin φ sin θ

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A x B = | i j k ; A_x A_y A_z ; B_x B_y B_z |

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: |A x B| = |A| |B| sin α

וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמוחל

sin α = a / c

יתר

ניצב ליד

cos α = b / c

יתר

ניצב שמוחל

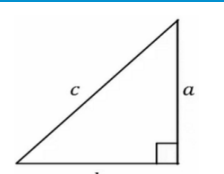
tan α = a / b

ליד ניצב

1 / tan α = cot α = b / a

ניצב שמוחל

a^2 + b^2 = c^2



sin(90° - α) = cos α ; cos(90° - α) = sin α	90° - α
tan(90° - α) = cot α ; cot(90° - α) = tan α	
sin(90° + α) = cos α ; cos(90° + α) = -sin α	90° + α
tan(90° + α) = -cot α ; cot(90° + α) = -tan α	
sin(180° - α) = sin α ; cos(180° - α) = -cos α	180°
tan(180° - α) = -tan α ; cot(180° - α) = -cot α	-α
sin(-α) = -sin α ; cos(-α) = cos α	-α
tan(-α) = -tan α ; cot(-α) = -cot α	
sin 2α = 2 sin α cos α	
cos 2α = cos^2 α - sin^2 α = 1 - 2 sin^2 α = 2 cos^2 α - 1	2α
sin(α ± β) = sin α cos β ± sin β cos α	α ± β
cos(α ± β) = cos α cos β ∓ sin α sin β	

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n

מ = Δy / Δx = tan α

כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x.

n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2

הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b / 2a

נוסחת השורשים: x_1,2 = (-b ± sqrt(b^2 - 4ac)) / 2a

מעברים בין יחידות:

קיל (k) זה 1000 : 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr

מיל (m) זה 1/1000 : 1mm = 1/1000 m

ומיליגרם 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3

קוב: 1 קוב = 1000m^3 = 1000liter

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 · 10^15 m

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c}

(a^b)^c = a^{bc} ; 1/a^b = a^{-b}

צפיפות:

צפיפות נפחית: ρ = M / V ; צפיפות משטחית: σ = M / S

צפיפות אורכית: λ = M / l

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Δx = x_2 - x_1

דרך - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: v = Δx / Δt = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

x(t) = x_0 + v(t - t_0)

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = Δv / Δt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

GOOL

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.
החוק השני של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.
 - שימו לב! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיבור סקטרי:

- פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).

- כיוונו מוגדר לכיוון שקול הכוחות.

- גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

$$f_s \leq \mu_s N \quad \text{או} \quad f_{s,max} = \mu_s N$$

חיבור קינטי:

- פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).

- גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים)

בניגוד לסטטי ושווה ל:

$$f_k = \mu_k N$$

המשור המשופע:

בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$ ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$.

שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

GOOL

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

חוק II של ניוטון: בכל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר

בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$

- בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

קפיצים

GOOL

$$F = -k\Delta x$$

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)

k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל

$$k_{eff} = k_1 + k_2$$

חיבור בטור

$$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$$

GOOL

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.

- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

אנרגיה קינטית: העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי

$$W_{EF} = \Delta E_k$$

אנרגיה קינטית: האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$U_g = mgh$$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.

העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$W_g = -\Delta U_g$$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):

$$U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

k הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)

האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$$

* בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $\Delta E = W_{NC}$

E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מוט:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h - הגובה מהתחתית

l - אורך החוט

θ - זווית ביחס לאנך

מהתקרה.

חום (Q): האנרגיה

הנוצרת מחיכוך קינטי.

- כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.

$$1 \text{Hp} = 746 \text{Watt}$$

נוסחה נוספת היא כוח סוס (Hp):

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

(ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה):

$$a_\theta = \alpha R$$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$$

זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$$

מתקף ותנע

GOOL

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:

$$\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$$

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$$

$\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות

תנע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (ססת התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

הערה: בספרים סוממים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות

שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפורץ לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

מרכז מסה

GOOL

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

מיקום מרכז המסה:

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה:

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

תאוצת מרכז המסה:

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

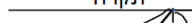
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

תקרה



כ"ל לגבי z-y, לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי.

מערכת מרכז המסה:

$$\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$$

התנע הכולל של מערכת:

ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גליליי.

במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשמר.

מומנט התמד

GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

$$I = \Sigma m_i r_i^2$$

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:

$$I' = I_{c.m.} + md^2$$

משפט שטיינר:

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.

$$I_T = I_1 + I_2$$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:

$$I = mR^2$$

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:

$$I_{c.m.} = mR^2$$

דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה

$$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה

$$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$$

מוט במרכז המסה

$$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$$

מוט בקצה

$$I = \frac{1}{3}mL^2$$

כדור מלא במרכז מסה

$$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$$

תיבה או לוח במרכז מסה

$$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$$

$$x_{c.m.} = \int x dm$$

כ"ל לגבי z-y, לחישוב הסתכלו במבוא המתמטי.

מערכת מרכז המסה:

$$\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$$

התנע הכולל של מערכת:

ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גליליי.

במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשמר.

מומנט התמד

GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

$$I = \Sigma m_i r_i^2$$

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:

$$I' = I_{c.m.} + md^2$$

משפט שטיינר:

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.

$$I_T = I_1 + I_2$$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:

$$I = mR^2$$

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:

$$I_{c.m.} = mR^2$$

דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה

$$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה

$$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$$

מוט במרכז המסה

$$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$$

מוט בקצה

$$I = \frac{1}{3}mL^2$$

כדור מלא במרכז מסה

$$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$$

תיבה או לוח במרכז מסה

$$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:

$$I_z = I_x + I_y$$

אם $I_x = I_y$ (בדרכ"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy.

לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:

GOOL

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע, עבורו מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוונו ביחס ישיר למיקום.

GOOL

תנועה הרמונית

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

- הראשית היא בנקודת שיווי המשקל.
- נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסי).
- A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משווי משקל.
- ω - תדירות זוויתית. φ - פאזה.

המהירות בתנועה הרמונית: $v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$

התאוצה בתנועה הרמונית: $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$

קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות וזמן המחזור:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

עבור מסה המחוברת לקפיץ:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו- m היא מסת הגוף.

הפאזה: $\varphi = \omega \cdot t_0$

כאשר t_0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש $t = 0$ (מתחילים למדוד את התנועה)

בדרי"כ נמצא את A ו- φ מתנאי התחלה:

$$x(t=0) = A \sin \varphi ; v(t=0) = -\omega A \cos \varphi$$

מהירות ותאוצה מקסימליות:

$$v_{max} = \pm \omega A ; a_{max} = \pm \omega^2 A$$

תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נק' ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את $x=0$ בנקודת ש.מ. ולהתעלם מהכובד.

האנרגיה בתנועה הרמונית:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

GOOL

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$$|\vec{L}| = mvd$$

כאשר d זה המרחק האפקטיבי.

v - המהירות.

הקשר בין תנ"ז:

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שני:

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרצסייה (נקיפה):

לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

GOOL

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$$

תנ"ז:

- גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר

- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה):

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$$E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$$E_k = \frac{1}{2}mv_o^2 + \frac{1}{2}I_o\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_o \times \vec{\omega})$$

כאשר I_o מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_o$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R ; v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור
בדקים מה נשמר:
1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

דרך כוחות ומומנטים
עושים:
1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$