

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה:

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מעגלים עם מקור מתח חילופין:
משוואת המעגל:

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$$

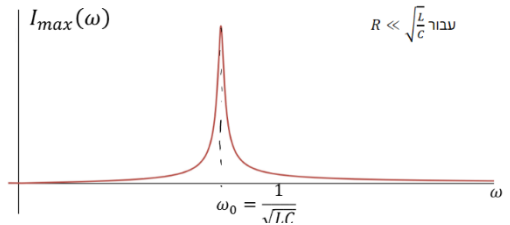
$$I = \dot{q}$$
(ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.
פתרון המשוואה:

פתרון הומוגני $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \phi)$
הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.
הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בד"כ מתייחסים רק אליו.

$$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$$

$$\tan \phi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

תהודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.
שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.
בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לגזור את I_{max} לפי ω ולהשוות לאפס. עבור $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$

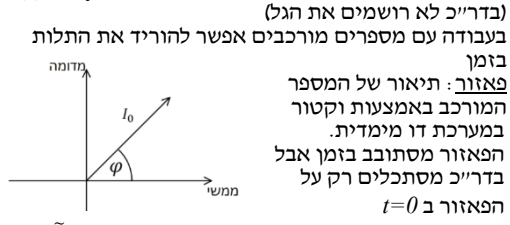


מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
פתרון עם מספרים מורכבים:

אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \phi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi)}$$



(בדרי"כ לא רושמים את הגל)
עבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן
פאזורים: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית. הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרי"כ מסתכלים רק על הפאזור ב $t=0$

עכבה: $Z = \frac{\tilde{V}}{\tilde{I}}$
תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע).
הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

ברכיב: $\phi_z = \phi_v - \phi_i$
הגודל של העכבה: $|Z| = \frac{V_{max}}{I_{max}}$

הרכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	iωL	בסליל המתח מקדים את הזרם ב π/2
קבל	1/iωC	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב π/2

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את העכבה הכוללת של המעגל:
 $\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$
 $\tilde{I}_s$ ו- $\tilde{V}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).
ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):

$$I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} ; V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

הספק רגעי: $P(t) = V(t)I(t)$
לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

הספק ממוצע: $\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \phi = V_{RMS} I_{RMS} \cos \phi$

מעגלי RL
טעינה:

$$V_0 - IR - L\dot{I} = 0$$

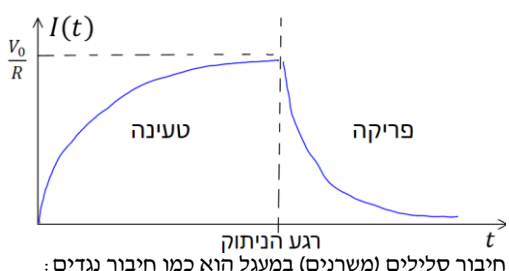
$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$
- סליל (או משורן) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.
פריקה:

טעינה:

$$-IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



חיבור סלילים (משורנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:
בטור: $L_T = L_1 + L_2 + \dots$
כאשר $V_T = V_1 + V_2 + \dots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \dots$
במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$
כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

מעגל LC
משוואת המעגל: $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$
ו- $I = -\dot{q}$
(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון: $q(t) = A \cos(\omega t + \phi) ; \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$
האנרגיה האגורה במעגל:
(האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC
משוואת המעגל:

$$I = -\dot{q} \text{ ו- } \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$
(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$
ו- $\Gamma = \frac{R}{2L}$
הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$$

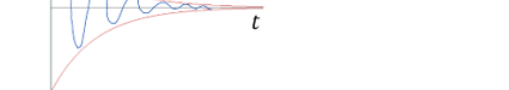
מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$$
בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.

מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \phi)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$



כל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:
בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ

האפקט הפוטואלקטרי
אנרגיה של פוטון:

$$E_{ph} = hf$$

$$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$
הפוטון.
- ניתן לקבל את האנרגיה באלקטרון וולט על ידי הצבה של אורך הגל λ באנגסטרומים ($\text{\AA}$) או בננומטר (nm):

$$E(\text{eV}) = \frac{12400}{\lambda(\text{\AA})} = \frac{1240}{\lambda(\text{nm})}$$

אפקט פוטואלקטרי:
 $E_{ph} = E_k + B$
- E_k - האנרגיה הקינטית של אלק' הנפלט מהמתכת.
- B - פונקציית העבודה של המתכת.

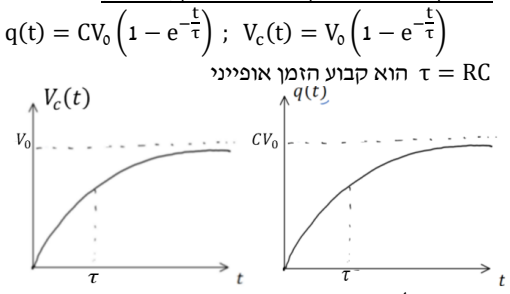
פריקה וטעינה של קבל
מעגל טעינה:
משוואת המתחים:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$
- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) ; V_C(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = RC$$
הוא קבוע הזמן אופייני



הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

- בהתחלה ($t=0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$
- לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

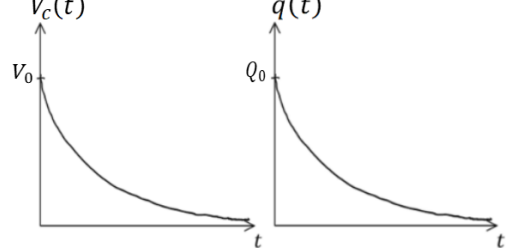
מעגל פריקה:
משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

- המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} ; V_C(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} ; Q_0 = CV_0$$



הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

השראות ברכיב:

$$L = \frac{\Phi_B}{I}$$
 Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.
- ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בד"כ קבועה.
חישוב השראות לפי הגדרה:
1. נניח שזרם זרם I ברכיב.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל:

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$$
N מספר הליפופים הכולל, a אורך הסליל ו- l רדיוס טבעת
כא"מ ברכיב עם השראות L: $\varepsilon = -L\dot{I}$
המתח על סליל (משורן) במעגל: $V_L = L\dot{I}$
הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

כאשר φ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.
 $\cos \varphi$ הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

האטום - התפתחות היסטורית ומודל בוהר

תנחות בוהר: $m_e v_n r_n = n \frac{h}{2\pi}$; $E_{ph} = |E_f - E_i|$

m_e – מסת האלק'. v_n – מהירות האלק' ברדיוס מסדר n .

r_n – הרדיוס ה- n . n – מספר חיובי שלם $n = 1,2,3 \dots$

$h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ הוא קבוע פלאנק.

E_{ph} – אנרגיית פוטון שנפלט/נבלע.

E_i ו- E_f הן אנרגיות האלק לפני ואחרי התהליך.

רמות אנרגיה באטום מימן: $E_n = -\frac{R^*}{n^2} \quad (U_\infty = 0)$

קבוע רידברג: $R^* = \frac{2\pi^2 k^2 m_e e^4}{h^2} = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = 13.6 \text{ eV}$

$k = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}$ – קבוע קולון.

$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi k}$ – קבוע הפרמטיביות של הריק.

רדיוסי המסלולים המותרים של האלקטרון באטום מימן:

$r_n = r_1 n^2$; $r_1 = \frac{h^2}{4\pi^2 m_e k e^2} = 0.529 \text{ \AA}$

r_1 – רדיוס הבסיס של האלק'