

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

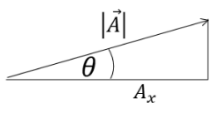
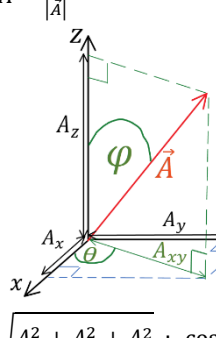
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

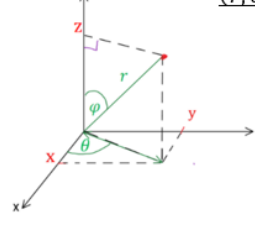
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

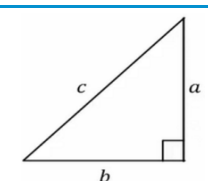
כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.
 נגזרות של סינוס וקוסינוס:
 $(\cos x)' = -\sin x$; $(\sin x)' = \cos x$
GOOL **וקטורים**
 פירוק לרכיבים:

 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 למצא גודל וזווית:
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$; $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$
 חיבור וקטורים:
 - בצורה גרפית נצמיד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הווקטור האחרון.
 - **תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.**
 - בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:
 $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$
 - בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.
 - כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:
 $\vec{B} = \alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
 - בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)
 - מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:
 $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$
 - תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור)
 - מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.
 נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:
 $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$
 וקטור יחידה:
 $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$
 וקטור בשלושה מימדים:
 $0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

 $\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$
 פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
 $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$
 מכפלה וקטורית:
 - דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:
 $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$
 - דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:
 $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$
 גודל המכפלה הוא:
 וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!
 - בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!
נפילה חופשית חזיקה אנכית **GOOL**
 תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר ה Y, ולכן משוואות התנועה הן:
 $y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$
 $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$
 $v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)$
 - **בנפילה חופשית** הגוף מתחיל ממנוחה ולכן $v_0 = 0$
 בדרך"כ נבחר לפתור באופן הבא:
 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז $a = g$ (במשוואות הנייל).
 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז $y_0 = 0$
 - **בזריקה אנכית:** יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.

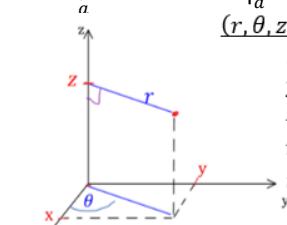
$ds = r dr d\theta$ (קליפה גלילית דקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית עבה)
 $dv = r dr d\theta dz$ (קליפה גלילית עבה)
 קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)
 $z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$

 $\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$
 $dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$
 $ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (מעטפת כדור)
 $dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)
 צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:
 $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$
 V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
 אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:
 $dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$
 $dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות מעברים בין יחידות:
 $1km = 1000m$; $1kg = 1000gr$
 $1mm = \frac{1}{1000}m$ לדוגמה: מילימטר m
 $1mg = \frac{1}{1000}gr$ ומיליגרם gr
 $1liter = 1000cm^3$: ליטר
 $1 = 1000m^3 = 1000liter$: קוב
 שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה:
 $1lightyear = 9.4608 \cdot 10^{15}m$
GOOL **מבוא פיזיקלי**
 חוקי חזקות: $(ab)^c = a^c b^c$; $a^b a^c = a^{b+c}$
 $(a^b)^c = a^{bc}$; $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$
 צפיפות:
 צפיפות נפחית: $\rho = \frac{M}{V}$; צפיפות משטחית: $\sigma = \frac{M}{S}$
 צפיפות אורכית: $\lambda = \frac{M}{l}$
 V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה
GOOL **תנועה בקו ישר**
 העתק- השינוי במיקום הגוף:
 $\Delta x = x_2 - x_1$
 דרך- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S
 מהירות ממוצעת או קבועה:
 $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$
 המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:
 $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$
 גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.
 - גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.
 - השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.
 - השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך
 תאוצה קבועה או ממוצעת:
 $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$
 מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:
 $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$
 כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרך"כ רגע תחילת התנועה)
 מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:
 $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2} a(t - t_0)^2$
 כאשר v_0 ו x_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרך"כ רגע התחלת התנועה)
 נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ולא תלות בזמן) בתאוצה קבועה:
 $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$
 גרפים:
 - התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן.
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
 - הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.
 המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:
 $v(t) = \frac{dx}{dt}$; $x(t) = \int v(t) dt$
 התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:
 $a(t) = \frac{dv}{dt}$; $v(t) = \int a(t) dt$

משוואת הקו הישר **GOOL**
 $y = mx + n$
 משוואת הקו הישר: $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$ כאשר α היא השיפוע, כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x.
 n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.
 מרחק בין שתי נקודות: $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$
GOOL **הפרבולה**
 משוואת הפרבולה: $y = ax^2 + bx + c$
 a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.
 קודקוד הפרבולה: $x_{קודקוד} = -\frac{b}{2a}$
 $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$
 נוסחת השורשים:
מבוא מתמטי **GOOL**
 ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

 סכום והפרש של פונקציות:
 $\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$
 $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$
 פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

 נגזרות ואינטגרלים:
 נגזרת של מכפלה:
 $y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו-x היא פונקציה של t אז:
 $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$
 נגזרות נוספות:
 $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$
 $\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$
 אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.
 אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.
 אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:
 $\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$
 קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)
 $x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$

 $dl = dr/r d\theta / dz$ (טבעת)

- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז $a = -g$,
 המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה
 ושלילית אם היא כלפי מטה.
 - מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

- שיא גובה כאשר $v(t) = 0$ הצבה במשוואה נותנת בשיא

גובה ש: $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0}{g}$; $y_{\text{שיא גובה}} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$

תנועה במישור - בליסטית GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$

העתק: $\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$

מהירות ממוצעת או קבועה: $\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נזרק במהירות התחלתית

v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

- נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

$x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta)t$; $v_x(t) = v_0 \cos(\theta)$

$y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta)t + \frac{1}{2} a_y t^2$

$v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$

- אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה אז $a_y = -g$

- תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח

אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

- שיא גובה ($v_y(t) = 0$): $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$

שיא גובה $y_{\text{שיא גובה}} = y_0 + \frac{(v_0 \sin(\theta))^2}{2g}$

קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר)

שווי-מופע: $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .

L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n – סדר קו המקסימום. λ – אורך הגל.

d – המרחק בין החריצים.

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .

L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n . λ – אורך הגל. d – המרחק בין החריצים.

נוסחת יאנג: $\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$

ΔX – רוחב פס האור. L – מרחק האנך למסך מהחריצים.

λ – אורך הגל. d – המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = nN \cdot \lambda$

θ_n – הזווית למקסימום מסדר n .

d – המרחק בין שני חריצים צמודים. N – קבוע הסריג.

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד: $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$

θ_n – הזווית למינימום מסדר n .

X_n – מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום

המרכזי. L_n – המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .

w – רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמיע: $\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$

כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 – סף השמיע של אדם.

- ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים

שונים α ו- β : $\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha-\beta}{10}\right)}$

האנרגיה של גל קול: $E = I \cdot S \cdot t$

E – האנרגיה הכוללת של גל קול. I – העוצמה בדציבל.

S – שטח החתך בו הגל פוגע.

t – משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.