

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

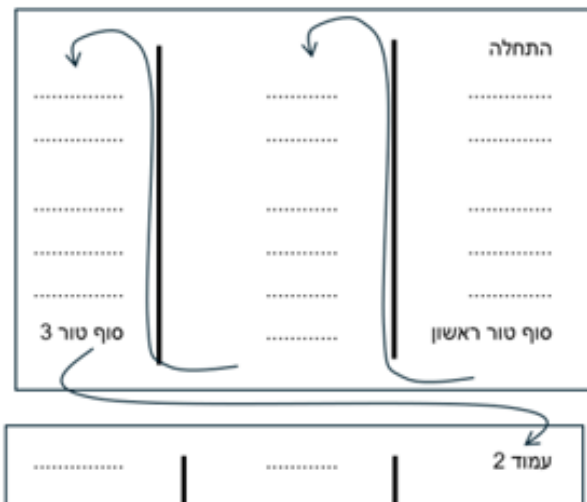
את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

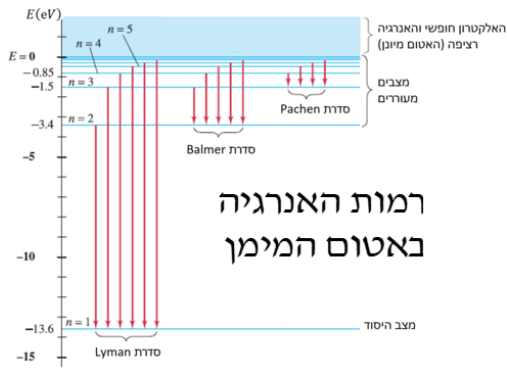
מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



פונקציית הגל של החומר:

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$$

כאשר -

עקרון אי הודאות של הייזנברג:

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

אי ודאות מיקום תנע:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$$

1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.

2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.

3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה:

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$$

1. ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.

2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי:

$$\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$$

משוואת שרדינגר:

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \Psi(x,t)$$

- תנאים נוספים: 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi$$

בתלת מימד:

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$$

$$\Psi(x,t) = \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

כאשר:

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי:

$$\psi(x) = A \sin(kx)$$

פונקציית הגל, חלקיק חופשי:

$$\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l :

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית.

באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:

1. ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.

2. עבור המצב ה-n ציירו גל עם $n-1$ נקודות צומת (לא כולל הקצוות).

3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיפך).

4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.

5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

הניסוי הפוטואלקטרי:
תדירות סף $hf_0 = W_0$ (פונקציית העבודה של המתכת):
אנרגיה קינטית מקסי של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$
מתח עצירה: $eV_0 = E_{kmax}$
השוואה לתורה הגלית:
- לפי התורה הפוטונית
1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם.
הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלקטרונים הנפלט אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.
2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.
3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.
- לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית
1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.
2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון:

$$E = hf$$

אנרגיה של פוטון יחיד:

$$p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

תנע של פוטון:

$$m = 0$$

מסת מנוחה של פוטון:

אפקט קומפטון:

$$\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$$

הסחת קומפטון:

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$$\frac{h}{m_e c}$$

- אורך גל של האלקטרון החופשי.

אנרגיות של פוטונים ויצירת זוגות:

תנאים ביצירת זוגות:

1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען

2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .

3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.

4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

אורך גל דה ברוילי של חלקיק:

$$p = mv$$

p לא יחסותי, $p = m\gamma v$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום:

אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$$

קבוע Rydberg:



אורך הגל

Lyman (UV) דדת Balmer נראה Paschen (IR) אינפורה אדום

בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:

1. מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.

2. אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

מודל האטום של בוהר:

הנחות המודל:

1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.

2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.

אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

$$hf = E_U - E_L$$

הנחה על התנע הזוויתי $(n=1,2,3,...)$:

$$L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$$

הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים):

$$r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$$

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$$

$$E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}}{n^2}$$

אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה-n:

גלים והתאבכות גלים

מהירות גל מחזורי:
 $v = \lambda f$
 λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.

חוק השבירה:
 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
 θ - הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאנך למשטח.
 n - מקדם השבירה של כל תווך.
 v - מהירות הגל בכל תווך.

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:
 $\ell = n \frac{\lambda}{2}$
 ℓ - אורך המיתר. n - מספר נקודות הקמר (מקסי/ מיני) קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:
 $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$
 θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום X_n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 L_n - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .
 n - סדר קו המקסימום. λ - אורך הגל.
 d - המרחק בין החריצים.
קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום X_n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .

L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n .

d - המרחק בין החריצים.

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום X_n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .

L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .

d - המרחק בין החריצים.

ΔX - רוחב פס האור. L - מרחק האנך למסך מהחריצים.

λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n N \cdot \lambda$$

θ_n - הזווית למקסימום מסדר n .

d - המרחק בין שני חריצים צמודים. N - קבוע הסריג.

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$$

θ_n - הזווית למינימום מסדר n .

X_n - מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי. L_n - המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .

w - רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמיע:

$$\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$$

כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 - סף השמיע של אדם.

- ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים:

$$\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha - \beta}{10}\right)}$$

שונים α ו- β :

האנרגיה של גל קול:

$$E = I \cdot S \cdot t$$

E - האנרגיה הכוללת של גל הקול. I - העוצמה בדציבל.

S - שטח החתך בו הגל פועל.

t - משך הזמן שחקול פועל בטטח החתך.

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:

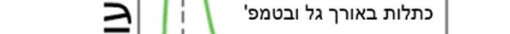
$$\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$$

חוק וויין:

λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

$$I(\lambda, T) = \frac{2\pi^5 hc^2 \lambda^{-5}}{15 \epsilon_0 \hbar^3 k T^4} e^{-\frac{hc}{\lambda k T}}$$

נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:



קרינת גוף שחור

כתלות באורך גל ובטמפ'

6000 K

4500 K

3000 K

0 UV 1000 IR 2000 3000

התחום

אורך גל (nm)

קבוע בולצמן:

$$k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

קבוע פלאנק:

$$\hbar = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$

- אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי:

$$E = nhf$$

כאשר n הוא המספר הקוונטי

$n = 1, 2, 3, \dots$

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

$$E = hf$$

אנרגיה של פוטון יחיד (f - תדירות האור):

$$Y_l^m(\theta,\varphi)=\theta(\theta)\phi(\varphi)=\\=\varepsilon\sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$$

$$\varepsilon=\begin{cases}(-1)^m&m>0\\1&m\leq 0\end{cases}\quad l\geq 0$$

$$P_l^m(x)=(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|}P_l(x)$$

$$P_l(x)=\frac{1}{2^l l!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l(x^2-1)^l$$

$$Y_0^0=\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}};\;Y_2^0=\left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(3\cos^2\theta-1)$$

$$Y_1^0=\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\theta;\;Y_2^{\pm 1}=\mp\left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta\cos\theta\,e^{\pm i\phi}$$

$$Y_1^{\pm 1}=\mp\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta e^{\pm i\phi};$$

$$Y_2^{\pm 2}=\left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta\,e^{\pm 2i\phi}$$

$$Y_3^0=\left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$$

$$Y_3^{\pm 1}=\mp\left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)e^{\pm i\phi}$$

$$Y_3^{\pm 2}=\left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta\cos\theta\,e^{\pm 2i\phi}$$

$$Y_3^{\pm 3}=\mp\left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^3\theta\,e^{\pm 3i\phi}$$

$$P_1^0=\cos\theta;\;P_3^0=\frac{1}{2}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$$

$$P_1^1=\sin\theta;\;P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^0=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$$

$$P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^1=3\sin\theta\cos\theta;\;P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^2=3\sin^2\theta\qquad;\qquad P_3^3=15\sin\theta\,(1-\cos^2\theta)$$

אורתונגוליות:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}[Y_l^m(\theta,\varphi)]^*\left[Y_l^{m'}(\theta,\varphi)\right]\sin\theta\,d\theta\,d\varphi=\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$$\frac{1}{R(r)}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R(r)}{\partial r}\right)-\frac{2mr^2}{\hbar^2}(V(r)-E)=l(l+1)$$

$$R(r)=\frac{u(r)}{r}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2u(r)}{dr^2}+\left[V(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u(r)=Eu(r)$$

פתרון עבור אטום המימן $V(r)=\frac{ke^2}{r}$

$$E_n=-\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}=\frac{E_1}{n^2}=\frac{-13.6eV}{n^2}$$

$$R_{nl}(r)=\sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3\frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}}e^{-\frac{r}{na}}\left(\frac{2r}{na}\right)^lL_{n-l-1}^{l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$$

$$a=\frac{\hbar^2}{kme^2}=0.529\cdot10^{-10}m$$

רדיוס בוהר:

$$L_{q-p}^p(x)=(-1)^p\left(\frac{d}{dx}\right)^pL_q(x)$$

$$L_q(x)=e^x\left(\frac{d}{dx}\right)^q(e^{-x}x^q)$$

$$R_{10}=2a^{-\frac{3}{2}}exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20}=\frac{1}{\sqrt{2}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{2}a\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21}=\frac{1}{\sqrt{24}}a^{-\frac{3}{2}}\frac{r}{a}exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30}=\frac{2}{\sqrt{27}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{2r}{3a}+\frac{2}{27}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31}=\frac{8}{27\sqrt{6}}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{1}{6}a\frac{r}{a}\right)\left(\frac{r}{a}\right)exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32}=\frac{4}{81\sqrt{30}}a^{-\frac{3}{2}}\left(\frac{r}{a}\right)\exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40}=\frac{1}{4}a^{-\frac{3}{2}}\left(1-\frac{3r}{4a}+\frac{1}{8}\left(\frac{r}{a}\right)^2-\frac{1}{192}\left(\frac{r}{a}\right)^3\right)exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

ניוון : כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).
דרגת הניוון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

 ψ<!-- ψ --> (x , t) = ∑<!-- ∑ --> n α<!-- α --> n ψ<!-- ψ --> n (x) e −<!-- − --> i E n t ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle \psi (x,t)=\sum _{n}\alpha _{n}\psi _{n}(x)e^{-{\frac {iE_{n}t}{\hbar }}}
כאשר <i>ψ_n(x)</i> הן פתרונות המצבים העמידים ו- <i>E_n</i> היא האנרגיה של כל מצב.
 α<!-- α --> n 2 {\displaystyle \alpha _{n} ^{2}} הן ההסתברות להיות במצב מסוים.
 α<!-- α --> n = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> ψ<!-- ψ --> n ∗<!-- ∗ --> (x) Ψ<!-- Ψ --> (x , 0) d x {\displaystyle \alpha _{n}=\int _{-\infty }^{\infty }\psi _{n}^{*}(x)\Psi (x,0)\,dx}
- אם <i>Ψ(x,0)</i> מנורמלת אז <i>Ψ(x,t)</i> מנורמלת לכל <i>t</i> .

אם <i>Qψ=λψ</i> אז <i>ψ</i> היא פייע ו- <i>λ</i> הוא עייע.
פייע של אופרטור התנע:
תעייע של אופרטור התנע:
פייע של אופרטור המיקום:
ועייע: <i>a</i> (המיקום עצמו).
אופרטור ההמילטוניאן (מודר את האנרגיה):

$$\hat{H}=-{\frac {\hbar ^{2}}{2m}}{\frac {\partial ^2}{\partial x^2}}+V(x)$$

גודל פיזיקאלי ממיד חייב להיות מספר ממשי.
כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים עייי אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה: (A Ψ<!-- Ψ -->) ∗<!-- ∗ --> = Ψ<!-- Ψ --> ∗<!-- ∗ --> A {\displaystyle {\hat {A}}\Psi ^{*}=\Psi ^{*}A} לכל הפונקציות במרחב,
או ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> Ψ<!-- Ψ --> 1 ∗<!-- ∗ --> A Ψ<!-- Ψ --> 2 d x = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> (A Ψ<!-- Ψ --> 1) ∗<!-- ∗ --> Ψ<!-- Ψ --> 2 d x {\displaystyle \int _{-\infty }^{\infty }\Psi _{1}^{*}{\hat {A}}\Psi _{2}\,dx=\int _{-\infty }^{\infty }({\hat {A}}\Psi _{1})^{*}\Psi _{2}\,dx}
תכונות של אופרטור הרמיטי:
1. ערך התוחלת של אופרטור הרמטי תמיד ממשי.
2. הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
3. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמטי הן אורתוגונליות.
4. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

אם <i>φ_n</i> -ו- <i>λ_n</i> הן הפייע ועייע של האופרטור <i>Â</i> אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:
--

$$\Psi(x,t)=\sum \alpha_n\phi_n$$

*|α_n|*² זה ההסתברות להיות במצב *φ_n* או ההסתברות למדוד את הערך *λ_n*. הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

$$\alpha _n=\int _{-\infty }^{\infty }\phi _n^{*}\Psi (x,t)\,dx$$

במקרה הרציף:

$$|\alpha _n|^2\rightarrow |\alpha (k,t)|^2dk;\;\lambda _n\rightarrow \lambda (k);\;\;\phi _n\rightarrow \phi (k)$$

$$\Psi (x,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\alpha (k,t)\phi (k)\,dk$$

$$\alpha (k,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\phi (k)\Psi (x,t)\,dx$$

 [A , B] = A B −<!-- − --> B A {\displaystyle [{\hat {A}},{\hat {B}}]={\hat {A}}{\hat {B}}-{\hat {B}}{\hat {A}}}

יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו.
אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).

 ⟨<!-- ⟨ --> x ^<!-- ^ --> , p ^<!-- ^ --> x ⟩<!-- ⟩ --> = i ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle \langle {\hat {x}},{\hat {p}}_{x}\rangle =i\hbar }
אם"ם האופרטורים <i>Â</i> ו- <i>Ĕ</i> מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.
אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.
אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות
בניהם לפי:

 d d t ⟨<!-- ⟨ --> Q ⟩<!-- ⟩ --> = i ℏ<!-- ℏ --> ⟨<!-- ⟨ --> [H , Q] ⟩<!-- ⟩ --> + ∂<!-- ∂ --> Q ∂<!-- ∂ --> t {\displaystyle {\frac {d}{dt}}\langle Q\rangle ={\frac {i}{\hbar }}\langle [H,Q]\rangle +{\frac {\partial Q}{\partial t}}}
אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.
אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי: GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב-r:
ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקצית הגל:

$$\Psi(r,\theta,\varphi)=R(r)\theta(\theta)\phi(\varphi)$$

המשוואה ל-θ(θ):

$$\frac{1}{\theta(\theta)}\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial\theta(\theta)}{\partial\theta}\right)+l(l+1)\sin^2\theta=m^2$$

משוואה ל-φ(φ):

$$\frac{\partial^2\phi(\varphi)}{\partial\varphi^2}=-m^2\phi(\varphi)$$

פתרון ל- θ(θ) ו-φ(φ):

מקדם ההעברה עבור T << 1 {\displaystyle \ T<<1} (ההסתברות לעבור):
 T ≈<!-- ≈ --> 16 E 0 U 0 (1 −<!-- − --> E 0 U 0) e −<!-- − --> 2 α<!-- α --> l {\displaystyle T\approx 16{\frac {E_{0}}{U_{0}}}\left(1-{\frac {E_{0}}{U_{0}}}\right)e^{-2\alpha l}}
 U 0 > E {\displaystyle U_{0}>E} אורך המחסום, <i>l</i> - <i>α=</i> √<!-- √ --> 2 m (U 0 −<!-- − --> E) ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle \alpha ={\frac {\sqrt {2m(U_{0}-E)}}{\hbar }}} הפוטנציאל במחסום.
מקדם החזרה:
 R = 1 −<!-- − --> T {\displaystyle R=1-T}

פונקציות הגל:
 ψ<!-- ψ --> 1 (x) = (π<!-- π --> b 2) −<!-- − --> 1 4 e −<!-- − --> x 2 2 b 2 {\displaystyle \psi _{1}(x)=(\pi b^{2})^{-{\frac {1}{4}}}e^{-{\frac {x^{2}}{2b^{2}}}}} b = ℏ<!-- ℏ --> m ω<!-- ω --> {\displaystyle b={\frac {\hbar }{m\omega }}}
 ψ<!-- ψ --> 2 (x) = 2 (π<!-- π --> b 2) −<!-- − --> 1 4 x b e −<!-- − --> x 2 2 b 2 {\displaystyle \psi _{2}(x)={\sqrt {2}}(\pi b^{2})^{-{\frac {1}{4}}}{\frac {x}{b}}e^{-{\frac {x^{2}}{2b^{2}}}}}
 ψ<!-- ψ --> 3 (x) = 8 3 (π<!-- π --> b 2) −<!-- − --> 1 4 (1 −<!-- − --> 2 x 2 b 2) e −<!-- − --> x 2 2 b 2 {\displaystyle \psi _{3}(x)=8{\sqrt {3}}(\pi b^{2})^{-{\frac {1}{4}}}\left(1-{\frac {2x^{2}}{b^{2}}}\right)e^{-{\frac {x^{2}}{2b^{2}}}}}

 E n = (n −<!-- − --> 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> {\displaystyle E_{n}=\left(n+{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega }
או שאפשר להתחיל את <i>n</i> מאפס ואז E n = (n + 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> {\displaystyle E_{n}=\left(n+{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega }

מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):
 v p h = ω<!-- ω --> k {\displaystyle v_{ph}={\frac {\omega }{k}}}
מהירות החבורה:
יחס דיספרסיה הוא הקשר בין <i>ω</i> ל- <i>k</i>

 ψ<!-- ψ --> (x) = A e i k x + B e −<!-- − --> i k x {\displaystyle \psi (x)=Ae^{ikx}+Be^{-ikx}}
 ψ<!-- ψ --> (x) = C e i k x {\displaystyle \psi (x)=Ce^{ikx}}

 T = C 2 A 2 {\displaystyle T={\frac { C ^{2}}{ A ^{2}}}}
אם <i>k</i> ₂ בתחום הימני שונה מ- <i>k</i> ₁ בתחום השמאלי אז:

$$T={\frac {|C|^{2}}{|A|^{2}}}{k_{1}}$$

 R = B 2 A 2 {\displaystyle R={\frac { B ^{2}}{ A ^{2}}}}
- עבור מדרגת פוטנציאל E > U 0 {\displaystyle E>U_{0}} וכאשר E > U 0 {\displaystyle E>U_{0}}
 T = 4 k 1 k 2 (k 1 + k 2) 2 {\displaystyle T={\frac {4k_{1}k_{2}}{(k_{1}+k_{2})^{2}}}}
 R = (k 1 −<!-- − --> k 2) 2 (k 1 + k 2) 2 {\displaystyle R={\frac {(k_{1}-k_{2})^{2}}{(k_{1}+k_{2})^{2}}}}

- כאשר

E
<
U
(
±
∞
)

{\displaystyle E<U(\pm \infty)}

 נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

- כאשר

E
>
U
(
±
∞
)

{\displaystyle E>U(\pm \infty)}

 נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

הגדרות הפונקציה:
 δ<!-- δ --> (x) = { 0 , x ≠<!-- ≠ --> 0 ∞<!-- ∞ --> , x = 0 {\displaystyle \delta (x)={\begin{cases}0,&x\neq 0\\\infty ,&x=0\end{cases}}}
או ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> δ<!-- δ --> (x) d x = 1 {\displaystyle \int _{-\infty }^{\infty }\delta (x)\,dx=1} או δ<!-- δ --> a (x) = 1 a √<!-- √ --> π<!-- π --> e −<!-- − --> x 2 / a 2 {\displaystyle \delta _{a}(x)={\frac {1}{a{\sqrt {\pi }}}e^{-x^{2}/a^{2}}}
כאשר <i>a</i> הולך לאפס.

$$\int _{-\infty }^{\infty }f(x)\delta (x-a)\,dx=f(a)$$

פיזור מפונקציית דלתא:

נקבל ψ<!-- ψ --> (x) = a m ℏ<!-- ℏ --> e −<!-- − --> a m ℏ<!-- ℏ --> x {\displaystyle \psi (x)={\frac {\sqrt {am}}{\hbar }}e^{-{\frac {am}{\hbar }} x }} ו- E = −<!-- − --> a 2 m 2 ℏ<!-- ℏ --> 2 {\displaystyle E=-{\frac {a^{2}m}{2\hbar ^{2}}}}
מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- <i>a</i> (גודל הבור).

 R = B A 2 = β<!-- β --> 2 1 + β<!-- β --> 2 {\displaystyle R={\frac { B ^{2}}{ A ^{2}}}= {\frac {\beta ^{2}}{1+\beta ^{2}}}}
 T = C A 2 = 1 1 + β<!-- β --> 2 , β<!-- β --> = a m ℏ<!-- ℏ --> 2 k , k = 2 m E ℏ<!-- ℏ --> {\displaystyle T={\frac { C ^{2}}{ A ^{2}}}= {\frac {1}{1+\beta ^{2}}},\beta ={\frac {am}{\hbar ^{2}k}},k={\frac {\sqrt {2mE}}{\hbar }}}

עבור: *E*+*aδ(x)=V(x)*, חייב להיות גודל מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר *E* > 0.

תיבה תלת מימדית בגודל a ×<!-- × --> b ×<!-- × --> c {\displaystyle \ a\times b\times c} :

$$\psi(x,y,z)=\sqrt{\frac{8}{abc}}\sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right)\sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E=\frac{\pi^2\hbar^2}{2m}\left(n_x^2\over a^2+n_y^2\over b^2+n_z^2\over c^2\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימד:

$$v(x,y,z)=\frac{1}{2}k_yx^2+\frac{1}{2}k_yy^2+\frac{1}{2}k_zz^2$$

$$E=\left(n_x-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x+\left(n_y-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y+\left(n_z-\frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z$$

$$R = \lambda N$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

זמן מחצית החיים:

$$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי:

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \varphi)$$

l ו- n שלמים, $n=1,2,3,\dots$ ו- $0 \leq l \leq n-1$
 m שלם ומקיים: $-l \leq m \leq l$
 אורתוגונליות:

$$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק r מהגרעין):

$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$$

התנע הזוויתי:

$$\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1) \hbar^2 Y_l^m$$

$$|L| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

גודל התנ"י יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר.

את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של L_z , משם אפשר

$$\cos \theta = \frac{L_z}{|L|}$$

$$\hat{L}_z Y_l^m = m \hbar Y_l^m$$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!

צפיפות המצבים: $g(n) = 2n^2$ (ה-2 מגיע מהספין).

כללי מעבר: א. $n_i > n_f$ ב. $\Delta l = l_f - l_i = \pm 1$

ג. $\Delta m = m_f - m_i = 0, \pm 1$

מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

מומנט כוח על דיפול מגנטי $\vec{\mu}$:
 אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב

$$\vec{\mu} = \frac{-\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

הגרעין:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \text{ eV}/T$$

המגנטון של בוהר:

$$U = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B} = \mu_B B m$$

שדה מגנטי חיצוני: כאשר m הוא המספר הקוונטי של L_z .

$$\Delta m = \pm 1, 0; \quad \Delta E_z = \mu_B B \Delta m$$

בעקבות אפקט זימן: תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות

$$\Delta m = \pm 1, 0; \quad \Delta E_z = \mu_B B \Delta m$$

בתוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושרטון גלך:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

תנ"י כולל: כאשר $\vec{L}$ תנ"י מסילתי, $\vec{S}$ תנ"י כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

S גדולה - גודל התנ"י מהספין. s קטנה - הספין של

$$s = \frac{1}{2}$$

החלקיק, עבור אלקטרון $s = \frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי

$$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$$

חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.

$$S_z = m_s \hbar$$

$s > m_s > -s$ בקפיצות של 1

$$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

עבור אלקטרון:

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

מומנט מגנטי מהספין:

$$g = 2.0023 \dots \approx 2$$

פקטור g, עבור אלקטרון

אטומים מורכבים והטבלה המחזורית:

כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי

המספרים הקוונטים: n, l, m_l, m_s . בגלל

האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות

תלויות ב- n וגם ב- l .

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני

אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים:

n, l, m_l, m_s .

ככל ש- l גדל (יש יותר תנ"י מסילתי) האנרגיה גדלה.

דעיכה של מקור רדיואקטיבי:

$$N = N_0 e^{-\lambda t} \quad \text{או} \quad \frac{dN}{dt} = -\lambda N$$

N - מספר גרעיני האב בזמן t .
 N_0 - מספר גרעיני האב בזמן $t = 0$.

$$-\frac{dN}{dt}$$

קצב ההתפרקות של החומר הרדיואקטיבי.

λ - קבוע דעיכה

פעילות (מינוס קצב ההתפרקות) של מקור רדיואקטיבי: