

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial \theta} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x
תנועה בקו ישר (מימד אחד)
GOOL

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).
 מיקום ומהירות כתלות בזמן **בתאוצה קבועה בלבד**:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):
GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.
 סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{d|\vec{v}|}{dt} \vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a} \times \vec{v}|}{|\vec{v}|}$

- התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמואנך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)
GOOL

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$

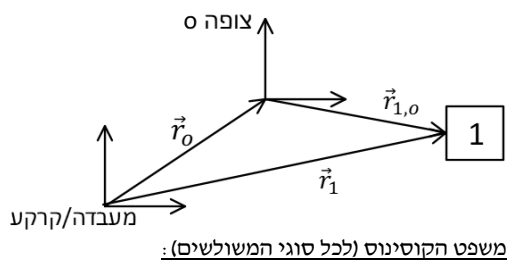
הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש בכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את תנוגי הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$ (כדור מלא / קליפה כדורית עבה)

$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה כדורית עבה)

$\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

וקטורים

פירוק לרכיבים:

$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

- α זווית בין הוקטורים.
 - תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:

$0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדה ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} = \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

מבוא מתמטי
GOOL

ניצב שמול יתר: $\sin \alpha = \frac{a}{c}$

ניצב ליד יתר: $\cos \alpha = \frac{b}{c}$

ניצב שמול ליד ניצב: $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

ניצב ליד ניצב שמול: $\cot \alpha = \frac{b}{a}$

$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$; $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה:

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו-x הוא פונקציה של t אז:

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$

נגזרות נוספות: $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$

$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$

אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$

$y = r \sin \theta$

$z = z$

$r = \sqrt{x^2 + y^2}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

$dl = dr / r d\theta$ (טבעת) / dz

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$ (קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$z = r \cos \varphi$

$x = r \sin \varphi \cos \theta$

$y = r \sin \varphi \sin \theta$

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

$\tan \theta = \frac{y}{x}$

כאשר out מציינ את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציינ את כל מה שמושקע.

GOOL
מתקף ותנע
התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה לשימור תנע: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$ בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואות התנע את המשוואה: $m_1u_1^2 + m_2u_2^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2$ אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נושים: $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
 $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$
בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקשמה:
 $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.
בעיית שני הגופים-מסות מצומדות GOOL
נוסחאות המעבר למשתנים:

$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$; $\vec{r}_{rel} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$
מעבר הפוך: $\vec{r}_1 = \vec{r}_{c.m.} - \frac{m_2\vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$; $\vec{r}_2 = \vec{r}_{c.m.} + \frac{m_1\vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$
האנרגיה: $E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}\mu v_{rel}^2 + U(r_{rel})$
כאשר $\mu = \frac{m_1 \cdot m_2}{m_1 + m_2}$ היא המסה המצומצמת
תנ"ץ:

$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$; $\vec{L}_{c.m.} = \mu \vec{r}_{rel} \times \vec{v}_{rel}$
GOOL מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.
מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:
 $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה"- לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.
בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:
 $x_{c.m.} = \int x dm$

כ"ל לגבי y ו- z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.
מערכת מרכז המסה:
התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$
ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.
מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.
בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמציות גליליי.
במערכת מרכז המסה **התנע הכולל של המערכת הוא אפס** ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.
אם ההתנגשות אלסטית, **גודל המהירות של כל גוף נשמר.**

עבודה ואנרגיה GOOL
עבודה של כוח קבוע:

$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
- אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
 $W_{EF} = \Delta E_k$
 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
כוח משמר:

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול,** היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.
- העבודה במסלול סגור מתאפסת.
יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:
כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.
חץ מ- $U_g = mgh$ ו- $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות
אנרגיה (מכאנית) כללית:
 $E = E_k + U$
- סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה:
 $E_i + W_{NC} = E_f$
 W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים
חוק שימור האנרגיה:
אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת
העבודה של כוח לא קבוע:

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$
בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
דוגמה בוד-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$. בדוגמה $dy = 5x^4 dx$.
הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איד בודקים אם כוח הוא משמר:
אם ורק אם $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.
נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

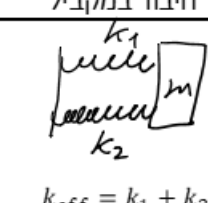
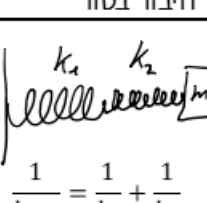
נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתווזה קטנה): $U''_x > 0$
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווזה קטנה): $U''_x < 0$
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס
חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:
נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת
 $\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x$ וגם $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ וגם $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$
שלב 1 - נעשה $U = -\int F_x dx + g(y, z)$
כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב y, z .
דוגמה: $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$
 $U = -\int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2yz + g(y, z)$
שלב 2 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ ומשם נמצא את $g(y, z)$
באמצעות אינטגרל על y ונוסיף $h(z)$. בדוגמה:
נציב ב $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$: $-x^2z + \frac{\partial g(y, z)}{\partial y} = -(zx^2 + 3)$
נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $g(y, z) = -3y + h(z)$
עכשיו $U = -x^2yz - 3y + h(z)$
שלב 3 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:
נציב ב $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$: $-x^2y + \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -yx^2$
נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע: $h(z) = C$
קבלנו:
שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין תנאי נשאר את C .
- אם אין תלות ב- Z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק ונצילות GOOL
הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 $\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{E_{in}}$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$
 γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
 γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a המהירות שמודד מד לייזר:
 $\vec{v} \cdot \vec{v} = \frac{\dot{x} \cdot \dot{x} + \dot{y} \cdot \dot{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{d}{dt} |\vec{r}|$
- מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

GOOL קפיצים
חוק הוק - הכוח של קפיץ: $\vec{F} = -k(x - x_0)$
כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	

כוח גרר וכוח ציפה GOOL

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$
כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x, v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.
מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ - צמיגות הנוזל, R רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
 $F_b = \rho_l V g$
כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.
תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע) GOOL

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta \theta \cdot R$
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיוס!
גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$
כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{r, \text{מעגל}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$
תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קבועה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$
הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$
- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$
- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

GOOL כוחות מדומים
כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף.
החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:
 $\vec{a}' = \vec{a} + \Sigma \vec{F}_{אמיתיים}$
 $\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.
 $\Sigma \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
 $\vec{a}_0 = -\vec{a}$ - הוא הכוח המדומה כאשר $\vec{a}$ היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

מסה משתנה

הנוסחה $\vec{F} = m\vec{a}$ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני: $\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$. נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:

כאשר $\frac{dm}{dt}$ הוא קצב הפליטה (חיובי כאשר חומר יוצא מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף).
 $\vec{v}_{rel}$ - מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחורה אז היא צריכה להיות שלילית)
 ext - הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
 כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$
 כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{p}$ - התנע הקווי
 עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:
 $|\vec{L}| = mvd$
 כאשר d זה המרחק האפקטיבי.
 v - המהירות.
 הקשר בין תנ"ז:

למומנט כוח: $\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
 חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר
 תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שני:

$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
 כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרסיה (נקיפה):
 לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$
 משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mr^2$	גוף נקודתי גלילי חלול
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mr^2$	טבעת (חלולה)
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z - אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mr^2$	
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x - במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mr^2$	
מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$	

מוט בקצה	$I = \frac{1}{3} mL^2$
כדור מלא במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$

אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$
 מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z : מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy . לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$
 כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$
גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
 תנ"ז:

גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$
 כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר

- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $I_{c.m.}\vec{\omega}$
 אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
 - תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה): $E_k = \frac{1}{2} mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*): $E_k = \frac{1}{2} mv_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,0} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,0}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר
 טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$
 - בגלילה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

- דרך כוחות ומומנטים
- חוקי שימור
- בודקים מה נשמר:
- 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
- 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
- 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

תנועה הרמונית פשוטה
 משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$
 ו- m הם קבועים חיוביים כלשהם.

x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
 x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
 $\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.
 חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$
 x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.
 A - אמפליטודה, המרחק המקסימלי משיווי המשקל.
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ - תדירות זוויתית
 ϕ - פאזה.

מצאית הקבועים בפתרון:
 x_0 - אפשר למצא ישירות מהקבוע במשוואה או למצא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

של המקדם $\frac{x}{\ddot{x}}$: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
 מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$:
 נוסחה למהירות המקסימלית: $v_{max} = \omega A$
 מוטטלת פיזיקלית: גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהי

תלייה: $\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$
 I_0 - מומנט ההתמד בנקודת התלייה
 האנרגיה: $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k(x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2 \sin^2(\omega t + \phi)$
 - האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך הפוטנציאל.
 - חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי בקצוות והקינטית בשיווי משקל.
 - **בור פוטנציאלי**: כאשר גוף נע בסביבה קרובה מאוד למינימום של הפוטנציאל (האנרגיה הכללית שלו גדולה רק במעט מהאנרגיה הפוטנציאלית במינימום) אז הוא מבצע תנועה הרמונית בתדירות:

$\omega_0 = \sqrt{\frac{U'(x_0)}{m}}$
 x_0 - מיקום נק' המינימום, ו- $U''(x_0)$ נגזרת שניה בנקודה.

תנועה הרמונית מרוסנת
 בנוסף לכוח הקפיץ נוסף **כוח מרוסן** מהצורה: $F = -\lambda v$
 v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$
 כאשר $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$
 פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$
 אין תנודות

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$
 דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.

תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת
 בנוסף לכוח הקפיץ והמרוסן נוסף **כוח מאלץ** מהצורה: $\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

Ω ו- F_0 קבועים כלשהם
 משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$
 פתרון משוואת התנועה:

$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{homog}(t)$
 $x_{homog}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...
 - במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזיח את הפתרון ההומוגני.

עושים:

1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

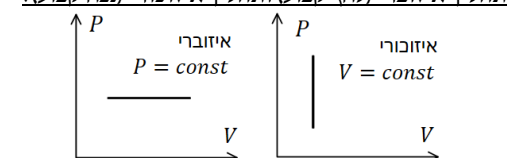
תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$
 ו- m הם קבועים חיוביים כלשהם.



חומר	נק' היתוך (°C)	L _f (kJ/kg)	נק' רתיחה (°C)	L _v (kJ/kg)
חמצן	-219	14	-183	210
חנקן	-210	26	-195.8	200
אתנול	-114	104	78	850
אמוניה	-117	33	-33.4	137
מים	0	333	100	2260
עופרת	327	25	1750	870
כסף	961	88	2193	2300
ברזל	1808	289	3023	6340
טונגסטן	3410	184	5900	4800

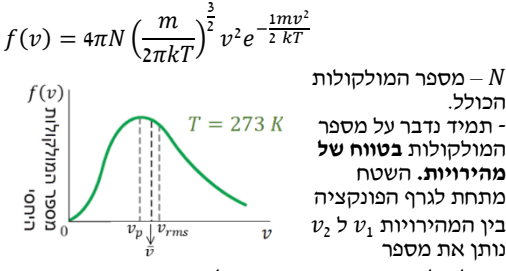
החוק הראשון של התרמודינמיקה: $\Delta E_{int} = Q - W$
או בצורה רחבה יותר: $\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{int} = Q - W$
 ΔE_{int} - שינוי באנרגיה פנימית.
 Q - חום. אם חום נכנס למערכת אז Q חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז Q שלילי.
 W - עבודה שנעשית מכל סיבה אחרת. אם המערכת מבצעת עבודה אז W יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז W יהיה שלילי.
תהליך איזותרמי (טמפרטורה קבועה):
מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קוויזיסטטי (מאוד איטי)
 $T = const \Rightarrow \Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q = W$
תהליך אדיאבטי (אין מעבר חום):
מתרחש אם המערכת מבודדת מאוד או אם התהליך מהיר ואז חום (שזורם לאט בדרך"כ) לא מספיק לעבור.
 $Q = 0 \Rightarrow \Delta E_{int} = W$
תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ותהליך איזוכורי (נפח קבוע):



חישובי העבודה שנעשית בשינוי נפח: $W = \int P dV$
- הנוסחה נכונה לגזים, נוזלים ומוצקים.
- העבודה היא גם השטח מתחת לגרף $P(V)$.
- בתהליך איזוכורי העבודה מתאפסת (כי אין שינוי נפח).
- בתהליך איזוברי העבודה שווה $P\Delta V$ כי הלחץ קבוע (לא צריך אינטגרל).
- גז בתהליך איזותרמי נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{nRT}{V}$
קיבול חום לגזים:
גזים קיבול החום משתנה בהתאם לתהליך
 $Q_V = nC_V\Delta T$
 $Q_P = nC_P\Delta T$
- מספר המולים של החומר.
 C_P/C_V (גדולה) - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע **למול** (בניגוד ל C גדולה במוצקים ונוזלים, שם קיבול כל המסה)
 $C_V = m_{mol}c_V$; $C_P = m_{mol}c_P$
 c_P/c_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)
 $M_T = nm_{mol}$ מסה מולרית
 $C_P - C_V = R$ **הפרש קיבולי החום תמיד קבוע:**
- גז בתהליך אדיאבטי קוויזיסטטי (מאוד איטי) נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{Const}{V^\gamma}$

$R = 8.314 \frac{J}{mol \cdot K} = 0.0821 \frac{L \cdot atm}{mol \cdot K} = 1.99 \frac{cal}{mol \cdot K}$
קבוע בולצמן $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
- הנוסחה תקפה כל עוד הלחץ בסדר גודל של לחץ אטמוספרי או פחות והטמפרטורה רחוקה מהטמפרטורה בה הגז הופך לנוזל (טמפרטורת הרתיחה)
: **Standard Temperature and Pressure - STP**
 $T = 0^\circ C = 273 K$, $P = 1 atm = 101,325 Pa$
התיאוריה הקינטית של הגזים

האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה בגז נמצאת
 $\bar{E}_k = \frac{3}{2} kT = \frac{1}{2} m\bar{v}^2$ **ביחס ישר לטמפרטורה:**
 $\bar{v}^2$ - ממוצע של המהירות בריבוע. m - מסת המולקולה.
 T - טמפרטורה. קבוע בולצמן $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$
מהירות rms:
 $v_{rms} = \sqrt{\bar{v}^2}$
התפלגות מקסוול-בולצמן למהירויות:



N - מספר המולקולות הכול.
תמיד נדבר על מספר המולקולות **בטווח של מהירויות**. השטח מתחת לגרף הפונקציה בין המהירויות v_1 ל v_2 נותן את מספר המולקולות עם מהירויות בין v_1 ל v_2
- סך כל המולקולות: $N = \int_0^\infty f(v) dv$
 v_p - השכיח, המהירות הכי נפוצה.
- עבור טמפרטורה גדולה יותר הגרף זז ימינה ומתרחב.
חום וחוק הראשון של התרמודינמיקה

$1 cal = 4.186 J$
 $1 kcal = 4.186 kJ$ (או Cal עם C גדולה)
אנרגיה פנימית - סך האנרגיות של כל המולקולות בחומר.
אנרגיה פנימית של גז אידיאלי מונואטומי: $E_{int} = \frac{3}{2} nRT$
אנרגיה פנימית של גז אידיאלי דו-אטומי: $E_{int} = \frac{5}{2} nRT$
 n - מספר המולים של החומר. T - טמפרטורה.
חישוב חום: $Q = mc\Delta T$
 m - מסת הגוף. c (קטנה) קיבול החום **הסגולי** (קיבול חום של יחידת מסה) תלוי רק בסוג החומר. ΔT - שינוי בטמפ'. C (גדולה) קיבול החום הכולל של הגוף: $C = mc$

חומר	$c [J/(kg \cdot ^\circ C)]$	$c [cal/(g \cdot ^\circ C)]$
אלומיניום	900	0.22
אלכוהול (אתילי)	2400	0.58
נחושת	390	0.093
זכוכית	840	0.20
ברזל / פלדה	450	0.11
עופרת	130	0.031
שיש	860	0.21
כספית	140	0.033
כסף	230	0.056
עץ	1700	0.40
קרח ($-5^\circ C$)	2100	0.50
מים נוזליים ($15^\circ C$)	4186	1.00
קיטור ($110^\circ C$)	2010	0.48
גוף האדם (ממוצע)	3470	0.83

חום כמות: חום שהולך לשינוי מצב הצבירה של החומר ואינו משנה את הטמפרטורה: $Q = m \cdot L$
 Q - החום הכמות בחומר. m - מסת הגוף.

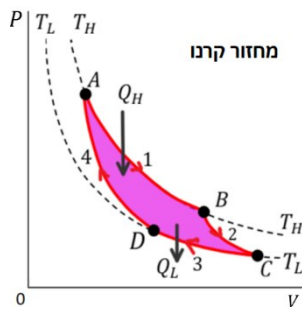
$A(\Omega) = \frac{F_0}{m} \frac{1}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$
 $\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$
תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\omega_0 \ll \Omega$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרסק)
טמפ' והתפשטות תרמית

יחידת מסה אטומית: $1u = 1.6605 \cdot 10^{-27} kg \sim m_p$
מסת האטום ביחידת מסה אטומית: $m_a \approx A \cdot 1u$
 A - מספר המסה (מסר הפרוטונים והנויטרונים בגרעין)
מעבר מפרנהייט לצלזיוס: $T(^{\circ}C) = \frac{5}{9} [T(^{\circ}F) - 32]$
התפשטות תרמית ליניארית:
 $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$
 $\Delta T = T - T_0$ ו- $\Delta l = l - l_0$
 α קבוע התלוי בחומר (בטבלה)
התפשטות תרמית משטחית:
 $\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$
 $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$
 $\Delta V = V - V_0$; $\beta \approx 3\alpha$

מוצקים	$\alpha (^{\circ}C^{-1})$	$\beta (^{\circ}C^{-1})$	נוזלים	$\beta (^{\circ}C^{-1})$
אלומיניום	25×10^{-6}	75×10^{-6}	בנוזל	950×10^{-6}
פלז	19×10^{-6}	56×10^{-6}	כספית	180×10^{-6}
נחושת	17×10^{-6}	50×10^{-6}	אתיל אלכוהול	1100×10^{-6}
זהב	14×10^{-6}	43×10^{-6}	גליצרין	500×10^{-6}
ברזל / פלדה	12×10^{-6}	35×10^{-6}	מים	210×10^{-6}
עופרת	29×10^{-6}	87×10^{-6}	גזים	$\beta (^{\circ}C^{-1})$
זכוכית (פיירקס)	3×10^{-6}	9×10^{-6}	אוויר*	3400×10^{-6}
זכוכית רגילה	9×10^{-6}	21×10^{-6}	*רוב הגזים האחרים בלחץ אטמוספרי	
קוורץ	0.4×10^{-6}	1×10^{-6}		
בטון / לבנים	$12 \times 10^{-6} \approx 36 \times 10^{-6}$	36×10^{-6}	לנוזלים וגזים אין α	
שיש	3.5×10^{-6}	1.4×10^{-6}		

האנומליה של המים
כאשר הטמפרטורה יורדת מתחת $4^\circ C$ המים מתרחבים (הצפיפות קטנה במקום לגדול) ולכן קרח צף על פני המים.
חוק הגז האידיאלי

לחץ: $P = \frac{F}{A}$
 F - כוח. A - שטח עליו פועל הכוח.
הלחץ שמפעיל נוזל בנקודה מסוימת: $P = \rho_l gh$
 h - גובה הנוזל מעל אותה הנקודה. ρ_l - צפיפות הנוזל.
- הלחץ של נוזל תלוי רק בגובה הנוזל (ובסוג הנוזל) ולא בכמות הנוזל.
לחץ אטמוספרי: $1 atm = 1.013 \cdot 10^5 Pa$
לחץ שלילי (תת לחץ): הוא לחץ יחסי (נמדד ביחס ללחץ אטמוספרי) ונמדד מהלחץ האטמוספרי.
לחץ אבסולוטי: הוא הלחץ שנמדד ביחס ללחץ אפס מוחלט (כאשר הכוח הוא אפס).
מעבר מצלזיוס לקלווין: $T(K) = T(^{\circ}C) + 273.15$
מספר אבוגדרו: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$
כמות של N_A חלקיקים (אטומים או מולקולות) נקראת **מול** (mol) של החומר
מסה מולרית (המסה של מול אחד, או מספר אבוגדרו של חלקיקים): $M_{mol} = N_A \cdot m_a$
 m_a - מסה אטומית. N_A - מספר אבוגדרו.
- המסה המולרית שווה למסה האטומית רק בגרם במקום ביחידת מסה אטומית
הקשר למסת כל החומר: $m = N \cdot m_a = n \cdot M_{mol}$
 n - מספר המולים בחומר. N - מספר החלקיקים הכולל
 m - מסת כל החומר. M_{mol} - המסה המולרית.
מסה מולקולרית: לפעמים הכוונה למסה של מולקולה אחת בחומר. ולפעמים למסה של מול אחד של מולקולות בחומר (כמו המסה המולרית רק של מולקולות).
משוואת המצב של גז האידיאלי:
 $PV = nRT$ (או $PV = NkT$)
 P - לחץ **אבסולוטי**. V - נפח. T - טמפ' **בקלווין**.
 n - מספר המולים בחומר.
 N - מספר החלקיקים הכולל בגז (אטומים או מולקולות)

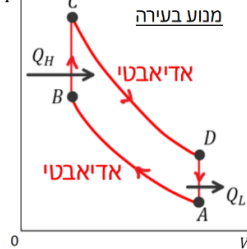


מנוע קרנו:
השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע.
נצילות:
 $\eta_{קרנו} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$
הטמפרטורה בקלווין!
השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע.

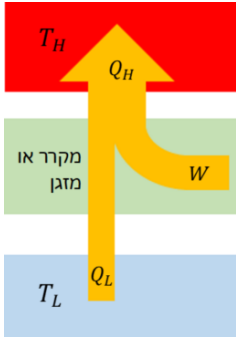
- מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.

משפט קרנו: לכל המנועים ההפיכים שפועלים באותן טמפרטורות עבודה T_H ו- T_L קבועות יש אותה הנצילות. לכל מנוע בלתי הפיך שפועל תחת אותן טמפרטורות עבודה קבועות, תהיה נצילות נמוכה מזו.

מנוע בעירה: דלק נכנס ב- A. כיוון אדיאבטי עד ל- B.



BC הצתה ושריפה של הדלק לפני שהבוכנה עולה. תהליך מהיר שנוצר חום אבל הנפח לא משתנה עדיין. CD הגז החם מתפשט אדיאבטית ומרחיב את הנפח ועושה עבודה. DA נפתח שסתום וחום נפלט לסביבה.



מקדם יעילות מקרר/מזגן:

$$COP = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$$

$$COP_{ideal} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

מקדם יעילות משאבת חום:

$$COP = \frac{Q_H}{W}$$

תמיד גדול מאחד

אנטרופיה

GOOL

אנטרופיה - מדד לאי סדר של המערכת

שינוי באנטרופיה בתהליך הפיך ובטמפרטורה קבועה:

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

- אם הטמפרטורה לא קבועה אז:

$$\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$$

- האנטרופיה היא משתנה מצב, השינוי באנטרופיה במעבר של המערכת ממצב אחד לאחר אינו תלוי בתהליך.

- אם התהליך לא הפיך אפשר לחשב את השינוי באנטרופיה בתהליך אחר, הפיך, שמתחיל ומסתיים באותם מצבים.

החוק השני במונחים של אנטרופיה:

האנטרופיה של מערכת מבודדת תמיד עולה (תהליך בלתי הפיך) או נשארת קבועה (תהליך הפיך).

או, האנטרופיה הכוללת של מערכת והסביבה שלה כתוצאה מתהליך טבעי:

$$\Delta S_T = \Delta S_{sys} + \Delta S_{env} > 0$$

פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני מצב מיקרוסקופי: מה המיקום והמהירות של כל מולקולה בחומר.

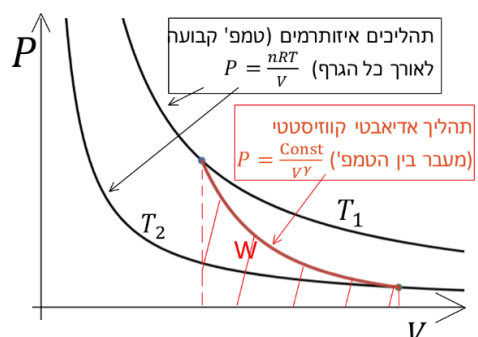
מצב מקרוסקופי: מתואר על ידי משתנה מצב כלליים לכל המערכת כמו - לחץ, נפח, טמפרטורה ומספר המולים.

האנטרופיה כתלות מספר המצבים:

$$S = k \ln \Omega$$

- k קבוע בולצמן

- Ω פונקציה המתארת את מספר המצבים המיקרוסקופיים המתאימים לאותו מצב מקרוסקופי.



התפשטות חופשית: תהליך שבו גז מתפשט במרחב בצורה אדיאבטית ומבלי לעשות עבודה.

אי אפשר לצייר התפשטות חופשית בדיאגרמת P-V מכיוון שמשתני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות (הגז עדיין לא תופס את כל הנפח של הכלי והלחץ לא אחיד)

הולכה הסעה וקרינה

הולכה: מעבר אנרגיה על ידי התנגשויות בין המולקולות

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA \frac{(T_1 - T_2)}{l}$$

k - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר
A - שטח חתך. l - אורך

R-value:

- תלוי גם בגודל החומר ולא רק בסוג.
- ערכים גבוהים מסמלים מבודד טוב.

הסעה: מעבר חום באמצעות תנועה של המולקולות בחומר.

קרינה: מועברת דרך גלים אלקטרומגנטיים, אינו דורש תווך.

משוואת סטפן בולצמן (קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה):

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A T^4$$

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ קבוע סטפן-בולצמן

A שטח הפנים של הגוף הפולט. T - הטמפרטורה של הגוף הפולט. ϵ - קירון (אמיסיביות) $0 < \epsilon < 1$, תכונה של פני הגוף שקורן. גופים שחורים, לדוגמה פחם, $\epsilon \approx 1$

מתכות מבריקות $\epsilon \approx 0$. האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה.

הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה) הוא:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \epsilon \sigma A (T_1^4 - T_2^4)$$

T1 - הטמפרטורה של הגוף הפולט.
T2 - הטמפרטורה של הסביבה.

קרינת שמש:
הקבועה סולרי הוא $1350 \frac{W}{m^2 \cdot s}$. האטמוספירה יכולה לספוג עד 70% מהקרינה. ביום בהיר נעריך את הקבוע כ 1000 וכמות החום שגוף סופג מקרינת השמש:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(1000 \frac{W}{m^2 \cdot s}\right) \epsilon A \cos \theta$$

θ - הזווית בין האנך למשטח של הגוף ובין קרני השמש.

GOOL החוק השני של התרמודינמיקה

החוק השני לפי קלאוזיוס: חום זורם בצורה ספונטנית מהגוף החם לגוף הקר, חום לא זורם ספונטנית מהגוף הקר לגוף החם.

מנועי חום: $Q_H = W + Q_L$

- Q_H כמות החום שיוצאת מהמאגר החם.

- Q_L כמות החום שנכנסת אל המאגר הקר.

- W העבודה שהמנוע מבצע על הסביבה.

- שימו לב: כל הסימנים חיוביים!

T1 ו-T2 נקראות טמפרטורות העבודה

נצילות:

$$\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$$

- לא קיים מכשיר שיש לו נצילות 100% (גם ניסוח לחוק תהליך הפיך שמתבצע באיטיות אינפיניטסימלית (או בצורה קוויזיסטטית) כך שניתן לתארו כסדרה של מצבי שיווי משקל, וניתן לבצעו בכיוון ההפוך כאשר העבודה והחום שנעשים בכיוון ההפוך שווים לעבודה והחום שנעשו בכיוון המקורי.