

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

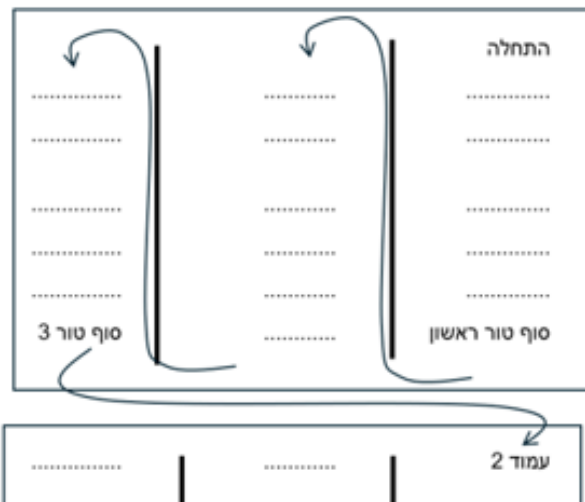
עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

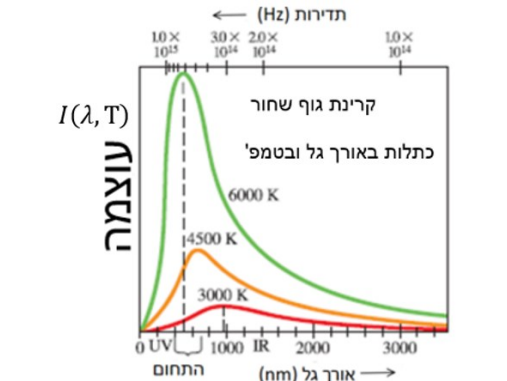
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

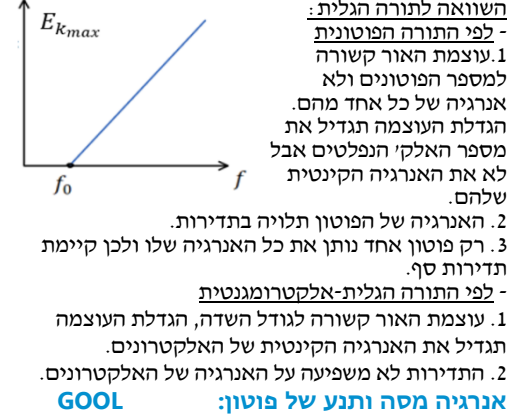
הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$m_p \approx 1.50 \times 10^{-10} J (\approx 938 MeV)$
 $m_{uranium} \approx 3.55 \times 10^{-8} J (\approx 225 GeV)$
 - ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{eV}{c}$
 כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב- c.
תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:
חוק בוין: $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$
 λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין
נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור: $I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} J \cdot K^{-1}$
קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$
 התנעה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$
 - אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי: $E = nhf$
 כאשר n הוא המספר הקוונטי $n = 1, 2, 3, \dots$

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:
 אנרגיה של פוטון יחיד (f- תדירות האור): $E = hf$
הניסוי הפוטואלקטרי:
 תדירות סף (W_0 - פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$
 אנרגיה קינטית מקסי' של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$
 מתח עצירה: $eV_0 = E_{kmax}$



2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.
 3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.
לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית:
 1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.
 2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.
אנרגיה מסה ותנע של פוטון:
 אנרגיה של פוטון יחיד: $E = hf$
 תנע של פוטון: $p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$
 מסת מנוחה של פוטון: $m = 0$
אפקט קומפטון:
 הסחת קומפטון: $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$
 λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.
 $\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.

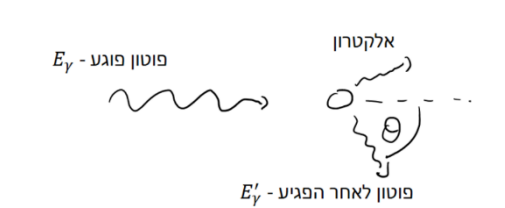
אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:
תנאים ביצירת זוגות:
 1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען
 2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2
 3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.
 4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.
דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:
 אורך גל דה ברוילי של חלקיק: $\lambda = \frac{h}{p}$
 $p = mv$ לא יחסותי, $p = mv\gamma$ יחסותי
מודלים מוקדמים של האטום:
 אורכי הגל הנפלטות מאטום המימן: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$
קבוע Rydberg: $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$

$t' = \gamma_0 \left(t - \frac{v_0 x}{c^2} \right); \beta = \frac{v_0}{c}; \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$
טרנספורמציה הפוכה:
 $x = \gamma_0 (x' + v_0 t'); y' = y; z' = z$
 $t = \gamma_0 \left(t' + \frac{v_0 x'}{c^2} \right)$
 - הצירים של המערכות חייבים להיות מקבילים.
 - בזמן $t = t' = 0$ ה**חייבים** שהראשיות שמתלכדות.
המערכת העצמית:
 מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.
זמן עצמי מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.
אורך עצמי l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.
התכווצות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה
התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה
 $\Delta t = \gamma_0 \tau$
 שינוי זווית במדידת אורך: $\tan \theta = \gamma_0 \tan \theta'$
 θ' - זווית ביחס לציר x (ציר התנועה) במערכת העצמית
 θ - זווית ביחס לציר x (ציר התנועה) במערכת אחרת.
אפקט דופלר היחסות:

זמן המחזור של הגל: $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{\gamma_0 f'}$
 אורך הגל: $\lambda = \frac{1}{\gamma_0} \lambda'$
 תדירות הגל: $f = \gamma_0 f'$
טרנספורמציות לורנץ למהירויות:
 $v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}}$
 $v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$
 $v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$
אברציה - שינוי זווית המהירות:
 $\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0 \left(\cos \theta - \frac{v_0}{c} \right)}$

שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות (כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.
תנע ואנרגיה יחסותיים:
 - הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף ועבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות. נוסחאות נוספות:
 $E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4; |p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$
אנרגיית מנוחה: $E_0 = mc^2$
אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = mc^2 (\gamma - 1)$
 עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, נייטרينو) והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = hv$
 v היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} J \cdot s$ קבוע פלאנק
טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:
 $E' = \gamma_0 (E - v_0 p_x); p'_x = \gamma_0 (p_x - v_0 E/c^2)$
 $p'_y = p_y; p'_z = p_z$

וקטור תנע אנרגיה:
 $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c} \right)$
"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות היחס:
 $p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c} \right)^2 = const$
 - הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.
 - עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$.
פיזור קומפטון:
 פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



פוטון לאחר הפגיעה E'_γ
 $\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$
 - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה E_γ
 - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה E'_γ
 - מסת אלקטרון m_e
 θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.
יחידת האלקטרון וולט: $1 eV = 1.60 \cdot 10^{-19} J$
המרת מסת הגופים לאנרגיה:
 $|m_e| \approx 8.19 \cdot 10^{-14} J (\approx 511 keV)$

גולים והתאבכות גלים
מהירות גל מחזורי:
 $v = \lambda f$
 λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.
חוק השבירה:
 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
 θ - הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאורך למשטח.
 n - מקדם השבירה של כל תווך.
 v - מהירות הגל בכל תווך.
גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:
 $\ell = n \frac{\lambda}{2}$
 ℓ - אורך המיתר. n - מספר נקודות הקמר (מקסי/ מיני) קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:
 $\sin \theta_n = \frac{n \lambda}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$
 θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .
 L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n .
 d - סדר קו המקסימום. λ - אורך הגל.
 d - המרחק בין החריצים.
קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{d}$
 θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .
 L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .
 d - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.
נוסחת יאנג:
 $\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$
 ΔX - רוחב פס האור. L - מרחק האנך למסך מהחריצים.
 λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.
 קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n N \cdot \lambda$
 θ_n - הזווית למקסימום מסדר n .
 d - המרחק בין שני חריצים צמודים. N - קבוע הסריג.
קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:
 $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$
 θ_n - הזווית למינימום מסדר n .
 X_n - מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי. L_n - המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .
 w - רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמיע:
 $\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10} \right)}$
 כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 - סף השמיע של אדם.
ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים:
 $\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha - \beta}{10} \right)}$
 שונים α ו- β :
האנרגיה של גל קול:
 $E = I \cdot S \cdot t$
 E - האנרגיה הכוללת של גל הקול. I - העוצמה בדציבל. S - שטח החתך בו הגל פוגע.
 t - משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

האנרגיה האגורה בשדות
אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:
 $U = \int \left(\frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$
 צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח): $u_{em} = \frac{\epsilon_0 \vec{E}^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$
יחסות פרטית
 תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:
 - חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
 - האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
 - מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
 - אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור.
 - בוואקום, מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
 - הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.
פקטור גאממה:
 $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}; \beta = \frac{v_0}{c}$
 γ_0 תמיד גדולה מ-1
טרנספורמציות לורנץ למיקום והזמן:
 $x' = \gamma_0 (x - v_0 t); y' = y; z' = z$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x) \delta(x-a) dx = f(a)$$

פיזור מפונקציית דלתא:

$$E < 0 \rightarrow V(x) = -a\delta(x)$$

$$E = -\frac{a^2m}{2\hbar^2} \text{ ו-} \psi(x) = \frac{\sqrt{am}}{\hbar} e^{-\frac{am}{\hbar^2}|x|} \text{ נקבל}$$

מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב-*a* (גודל הבור).

$$R = \left| \frac{B}{A} \right|^2 = \frac{\beta^2}{1+\beta^2} \text{ אם } E > 0$$

$$T = \left| \frac{C}{A} \right|^2 \frac{1}{1+\beta^2}, \beta = \frac{am}{\hbar^2 k}, k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$$

עבור: $E, V(x) = +a\delta(x)$ חייב להיות גדול מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר $E > 0$.

פוטנציאלים תלת מימדים

תיבה תלת מימדית בגודל $a \times b \times c$:

$$\psi(x,y,z) = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E = \frac{\pi^2 \hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2} \right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימד:

$$v(x,y,z) = \frac{1}{2}k_yx^2 + \frac{1}{2}k_yy^2 + \frac{1}{2}k_zz^2$$

$$E = \left(n_x - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x + \left(n_y - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y + \left(n_z - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z$$

ניוו: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).

דרגת הניוו מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

פונקציית הגל כתלות בזמן

$$\psi(x,t) = \sum_n \alpha_n \psi_n(x) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}$$

כאשר $\psi_n(x)$ הן פתרונות המצבים העמידים ו- E_n היא האנרגיה של כל מצב.

$|\alpha_n|^2$ הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

$$\alpha_n = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_n^*(x) \psi(x,0) dx$$

- אם $\psi(x,0)$ מנורמלת אז $\psi(x,t)$ מנורמלת לכל *t*.

אופרטורים

אם $\hat{Q}\psi = \lambda\psi$ אז ψ היא פ"ע ו- λ הוא ע"י.

פ"ע של אופרטור התנע: $\psi(x) = Ae^{ikx}$

הע"י של אופרטור התנע: $\hbar k$

פ"ע של אופרטור המיקום: $\psi(x) = \delta(x-a)$

וע"ע: *a* (המיקום עצמו).

אופרטור ההמילטוניאן (מודרד את האנרגיה):

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

אופרטורים הרמיטיים

גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי. כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה: $(\hat{A}\psi)^* = \psi^* \hat{A}$ לכל הפונקציות במרחב,

או $\int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \hat{A} \psi_2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{A} \psi_1)^* \psi_2 dx$

תכונות של אופרטור הרמיטי:

- ערך התוחלת של אופרטור הרמיטי תמיד ממשי.
- הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי הן אורתוגונליות.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

הפירוש הסטטיסטי המוכלל

אם ϕ_n ו- λ_n הן הפ"ע וע"ע של האופרטור $\hat{A}$ אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

$$\psi(x,t) = \sum \alpha_n \phi_n$$

$|\alpha_n|^2$ זה ההסתברות להיות במצב ϕ_n או ההסתברות למדוד את הערך λ_n . הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

$$\alpha_n = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n^* \psi(x,t) dx$$

במקרה הרציף:

$$|\alpha_n|^2 \rightarrow |\alpha(k,t)|^2 dk; \lambda_n \rightarrow \lambda(k); \phi_n \rightarrow \phi(k)$$

$$\psi(x,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(k,t) \phi(k) dk$$

$$\alpha(k,t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) \psi(x,t) dx$$

יחס החילוף

$$[\hat{A},\hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$$

$$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \text{ כאשר:}$$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: GOOL

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$

חבילת גלים:

$$\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב *l*:

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1,2,3 \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:

- ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק. כולל הקצוות).
- עבור המצב *n*- ציירו גל עם *n* - 1 נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
- ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
- פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
- פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling):

מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$$

הפוטנציאל במחסום. $-l, \alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0-E)}}{\hbar}$ אורך המחסום, $U_0 > E$ גובה

מקדם החזרה: $R = 1 - T$

אוסילטור הרמוני:

פונקציות הגל: $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}} \quad b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$$\psi_2(x) = \sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

$$\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$$

רמות האנרגיה, *n* שלם שמתחיל מ: $E_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

או שאפשר להתחיל את *n* מאפס וזא $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה

מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

מהירות החבורה:

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל-*k*

פיזור

מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

אם *k*₂ בתחום הימני שונה מ-*k*₁ בתחום השמאלי אז:

$$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה: $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$

- עבור מדרגת פוטנציאל $E > U_0$ וכאשר $E > U_0$

$$T = \frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$$

- כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.

- כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

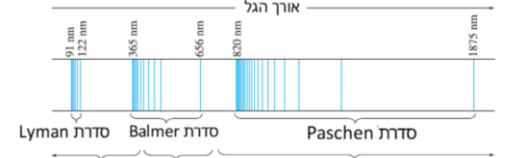
פונקציית דלתא של דיראק

הגדרות הפונקציה:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

או $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ או $\delta_a(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-x^2/a^2}$

כאשר *a* הולך לאפס.



בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:

- מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.
- אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

מודל האטום של בוהר:

הנחות המודל:

- האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.
- האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.

אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

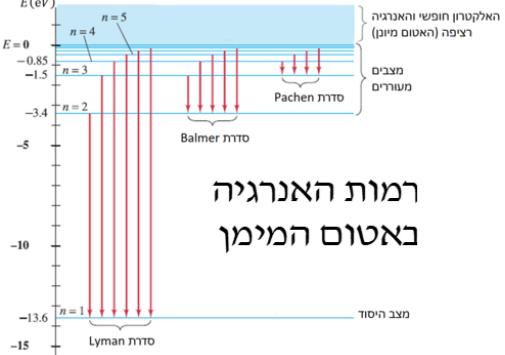
$$hf = E_U - E_L$$

הנחה על התנע הזוויתי (n=1,2,3...): $L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$

הרדיוסים האפשריים (Z- מספר הפרוטונים): $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$

$$r_1 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$$

אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה-n: $E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 eV}{n^2}$



פונקציית הגל של החומר:

ההסתברות שחלקיק נמצא בין *x*₁ ל-*x*₂ היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

נרמול: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

מיקום ממוצע: $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצא אותו על ידי נגזרת).

שונות: $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

כאשר - $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$

עקרון אי הוודאות של הייזנברג:

אי ודאות מיקום תנע: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} J \cdot S$$

- אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
- אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
- אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה: $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

- ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך חדיוק במדידת האנרגיה קטן.
- האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי: $\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$

משוואת שרדינגר:

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \psi(x,t)$$

- **תנאים נוספים:** 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד: $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \vec{\nabla}^2 \psi + U\psi$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$$

$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.

$S_z = m_s \hbar$ $-s < m_s < s$ בקפיצות של 1 עבור אלקטרון:

$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$ $\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$ מומנט מגנטי מהספין: פקטור g, עבור אלקטרון $g \approx 2.0023$

אטומים מורכבים והטבלה המחזורית: GOOL כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי המספרים הקוונטיים: m_l, m_s, n, l . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- n וגם ב- l .

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים: m_s, m_l, n .

ככל ש- l גדל (יש יותר תנ״ז מסילתי) האנרגיה גדלה. **ייצוג באמצעות אלגברה לינארית: GOOL**

תכונות המכפלה הפנימית: $\langle u|v \rangle = \langle v|u \rangle^*$ סקלר $\langle v|v \rangle$ תמיד ממשי גדול או שווה לאפס אם $\langle v|v \rangle = 0$ אז $|v\rangle = 0$ $\langle v|(\alpha|u\rangle + \beta|k\rangle) = \alpha\langle v|u\rangle + \beta\langle v|k\rangle$ הגדרת המכפלה הפנימית בפונקציות הגל:

$\langle \psi_1|\psi_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \psi_2 \, dx$ נורמה: $\|v\| = \sqrt{\langle v|v \rangle}$

מכפלה פנימית: $\langle \psi_1|\psi_2 \rangle = \sum \alpha_i^* \beta_i$ כאשר α_i ו- β_i הם המקדמים של פונקציות הגל באותו בסיס

אי שוויון שוורץ: GOOL

$|\langle a|b \rangle|^2 \leq \langle a|a \rangle \langle b|b \rangle$ זווית מוכללת בין וקטורים:

$\cos \theta = \frac{\sqrt{\langle a|b \rangle \langle b|a \rangle}}{\sqrt{\langle a|a \rangle \langle b|b \rangle}}$ אי שוויון המשולש: $||\langle a \rangle + \langle b \rangle|| \leq |\langle a \rangle| + |\langle b \rangle|$

אופרטורים בייצוג אלגברי GOOL אופרטורים מיוצגים באמצעות מטריצות:

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \dots & Q_{nn} \end{pmatrix}$$

- האיבר Q_{ij} מעביר את הוקטור e_j לוקטור e_i (כפול סקלר - כלשהו): $Q_{ij} = \langle e_i|\hat{Q}|e_j \rangle$, שורה i , שורה j עמודה. אם הבסיס הוא בסיס עצמי של אופרטור כלשהו אז המטריצה של האופרטור תהיה אלכסונית והערכים על האלכסון הם הערכים העצמיים של האופרטור.

- כתיב נוסף: $\langle \psi_1|\hat{Q}|\psi_2 \rangle = \langle \psi_1|\hat{Q}\psi_2 \rangle$

$\langle \hat{Q}\psi| = (\hat{Q}|\psi\rangle)^\dagger = \langle \psi|\hat{Q}^\dagger$ מטריצה משוחלפת: $A^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$

צמד הרמיטי: $A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{21}^* & \dots & A_{n1}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & \dots & A_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1n}^* & A_{2n}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$

מטריצת יחידה: $A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{21}^* & \dots & A_{n1}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & \dots & A_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ A_{1n}^* & A_{2n}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$

$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sum |\phi_n\rangle \langle \phi_n|$

כפל מטריצות: $C = A \cdot B \Rightarrow C_{mn} = \sum A_{mi} B_{in}$ כפל מטריצות הוא לא חילופי:

$AB \neq BA$ יחס חילוף בין מטריצות: $[A, B] = AB - BA$

מטריצה ההופכית: $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

מטריצה אוניטרית: $U^\dagger = U^{-1}$ זהויות:

$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger$; $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

$(A^\dagger)^\dagger = A$; $(\langle \psi_1|\hat{A}^\dagger|\psi_2 \rangle)^* = \langle \psi_2|\hat{A}|\psi_1 \rangle$ $(AB)^T = B^T A^T$; $\langle \psi_1|\hat{A}\psi_2 \rangle = \langle \hat{A}^\dagger \psi_1|\psi_2 \rangle$

- **הגודל** של ע״ע של אופרטור אוניטרי הוא תמיד 1. אופרטורים הרמיטים ואוניטרים הם אופרטורים

נורמליים, כלומר: $[A, A^\dagger] = 0$. דעיכה של מקור רדיואקטיבי:

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ או $\frac{dN}{dt} = -\lambda N$ מספר גרעיני האב בזמן t. $N -$ מספר גרעיני האב בזמן 0 $t = 0$. $N_0 -$ מספר גרעיני האב בזמן 0 $t = 0$.

$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6eV}{n^2}$ $R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n![(n-l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$ $a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10}m$ **רדיוס בוהר:**

$L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$

$L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$

$R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$

$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2a}r\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$

$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$

$R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2}{3a}r + \frac{2}{27}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$

$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6a}r\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$

$R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$

$R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4a}r + \frac{1}{8}\left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192}\left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$

$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4a}r + \frac{1}{80}\left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$

$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12a}r\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$

$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$

פתרון כללי: $\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta, \varphi)$

l ו- n שלמים, $n=1,2,3,\dots$ ו- $l \leq n-1$ $0 \leq l \leq n-1$ m שלם ומקיים: $-l \leq m \leq l$ **אורתוגונליות:**

$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta \, dr d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק r מהגרעין):

$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$ **התנע הזוויתי:** $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$

$\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1) \hbar^2 Y_l^m$ $|\vec{L}| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$

גודל התנ״ז יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר. את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של L_z , משם אפשר

למצא את $\cos \theta = \frac{L_z}{|\vec{L}|}$

$\hat{L}_z Y_l^m = m \hbar Y_l^m$ גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונט!

צפיפות המצבים: $g(n) = 2n^2$ (ה-2 מגיע מהספין). **כללי מעבר:** א. $n_i > n_f$ ב. $\Delta l = l_f - l_i = \pm 1$

ג. $\Delta m = m_f - m_i = 0, \pm 1$ **מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:**

מומנט כוח על דיפול מגנטי $\vec{\mu}$: **אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:**

$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ **כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:**

$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}$ **מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב**

הגרעין: $\vec{\mu} = \frac{-\mu_B}{\hbar} \vec{L}$ **המגנטון של בוהר:** $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} eV/T$

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני: $U = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B} = \mu_B B m$ כאשר m

הוא המספר הקוונטי של L_z . תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות

בעקבות אפקט זימן: $\Delta E_z = \mu_B B \Delta m$; $\Delta m = \pm 1, 0$ התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

ספיני ניסוי ושטרן גרלך: GOOL

$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$ **תנ״ז כולל:** כאשר $\vec{L}$ תנ״ז מסילתי, $\vec{S}$ תנ״ז כתוצאה מהספין.

$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$ גדולה - גודל התנ״ז מהספין. s קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון $s = \frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין קן כפולות שלמות של חצי

יחס החילוף הוא אופרטור בבני עצמו. אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).

יחס החילוף של המיקום עם התנע: $\langle [\hat{x}, \hat{p}_x] \rangle = i\hbar$ אם ״ם האופרטורים $\hat{A}$ ו- $\hat{B}$ מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.

אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.

אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות בניהם לפי: $\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |\langle [\hat{A}, \hat{B}] \rangle|$

משפט ארנסט GOOL

$\frac{d}{dt} \langle Q \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, \hat{Q}] \rangle + \left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t} \right\rangle$ אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקלי קבוע בזמן.

אטום הימין ותנע זוויתי קוונטי: GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב- r : **ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:**

$\psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\theta(\theta)\phi(\varphi)$ **המשוואה ל- $\theta(\theta)$:**

$\frac{1}{\theta(\theta)} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + l(l+1) \sin^2 \theta = m^2$

משוואה ל- $\phi(\varphi)$: $\frac{\partial^2 \phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} = -m^2 \phi(\varphi)$

פתרון ל- $\theta(\theta)$ ו- $\phi(\varphi)$:

$Y_l^m(\theta, \varphi) = \theta(\theta)\phi(\varphi) =$

$= \varepsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$

$\varepsilon = \begin{cases} (-1)^m & m > 0 \\ 1 & m \leq 0 \end{cases}$ ו- $|m| \leq l$ שלם.

$P_l^m(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|} P_l(x)$

$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx}\right)^l (x^2-1)^l$

$Y_0^0 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} ; Y_2^0 = \left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (3\cos^2 \theta - 1)$

$Y_1^0 = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos \theta ; Y_2^{\pm 1} = \mp \left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta \cos \theta e^{\pm i\varphi}$

$Y_1^{\pm 1} = \mp \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta e^{\pm i\varphi} ;$

$Y_2^{\pm 2} = \left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \theta e^{\pm 2i\varphi}$

$Y_3^0 = \left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$

$Y_3^{\pm 1} = \mp \left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1) e^{\pm i\varphi}$

$Y_3^{\pm 2} = \left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2 \theta \cos \theta e^{\pm 2i\varphi}$

$Y_3^{\pm 3} = \mp \left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^3 \theta e^{\pm 3i\varphi}$

$P_1^0 = \cos \theta ; P_3^0 = \frac{1}{2} (5 \cos^3 \theta - 3 \cos \theta)$

$P_1^1 = \sin \theta ; P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$

$P_2^0 = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1)$

$P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$

$P_2^2 = \frac{1}{2} (3 \cos^2 \theta - 1)$

$P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$

$P_1^1 = 3 \sin \theta \cos \theta ; P_3^1 = \frac{3}{2} \sin \theta (5 \cos^2 \theta - 1)$

$P_2^2 = 3 \sin^2 \theta ; P_3^3 = 15 \sin \theta (1 - \cos^2 \theta)$

אורתוגונליות: $\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [Y_l^m(\theta, \varphi)]^* [Y_{l'}^{m'}(\theta, \varphi)] \sin \theta \, d\theta d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} (V(r) - E) = l(l+1)$ $R(r) = \frac{u(r)}{r}$

$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{\hbar^2}{2m} \frac{l(l+1)}{r^2} \right] u(r) = Eu(r)$

פתרון עבור אטום הימין: $V(r) = \frac{ke^2}{r}$

$$-\frac{dN}{dt} - \text{קצב ההתפרקות של החומר הרדיואקטיבי.}$$

$$\lambda - \text{קבוע דעיכה}$$

פעילות (מינוס קצב ההתפרקות) של מקור רדיואקטיבי:

$$R = \lambda N$$

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$$

זמן מחצית החיים: