

## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות. בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

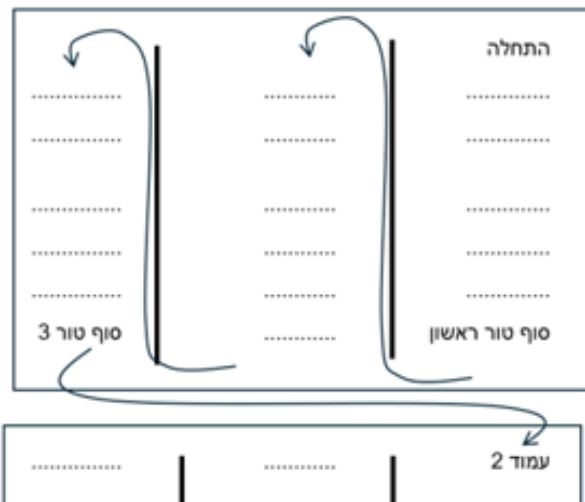
### מבנה הדף:

הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפניה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

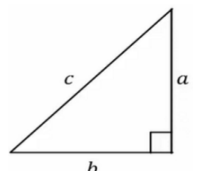


כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

**פונקציות טריגונומטריות**

**GOOL**



ניצב שמול יתר:  $\sin \alpha = \frac{a}{c}$   
ניצב ליד יתר:  $\cos \alpha = \frac{b}{c}$   
ניצב שמול ליד ניצב:  $\tan \alpha = \frac{a}{b}$   
 $\cot \alpha = \frac{b}{a}$   
 $\frac{1}{\tan \alpha} = \cot \alpha$   
 $\frac{1}{\cot \alpha} = \tan \alpha$   
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$		$2\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$		
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$		$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$		

**משוואת הקו הישר**

**GOOL**

משוואת הקו הישר:  $y = mx + n$   
משוואת הקו הישר:  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$  כאשר  $\alpha$  היא הזווית של הישר עם ציר ה-x.  
מרחק בין שתי נקודות:  $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

**GOOL**

משוואת הפרבולה:  $y = ax^2 + bx + c$   
חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה:  $x_{קודקוד} = -\frac{b}{2a}$   
נוסחת השורשים:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

מעברים בין יחידות:  $1km = 1000m$ ;  $1kg = 1000gr$   
מילי (m) זה  $\frac{1}{1000}$  דוגמה:  $1mm = \frac{1}{1000}m$   
ומיליגרם  $1mg = \frac{1}{1000}gr$

ליטר:  $1liter = 1000cm^3$   
קוב:  $1קוב = 1000m^3 = 1000liter$   
שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה:  $1lightyear = 9.4608 \cdot 10^{15}m$

**GOOL**

מבוא פיזיקלי חוקי חזקות:  $(ab)^c = a^c b^c$ ;  $a^b a^c = a^{b+c}$   
 $(a^b)^c = a^{bc}$ ;  $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$

צפיפות:  $\rho = \frac{M}{V}$ ; צפיפות נפחית:  $\rho = \frac{M}{S \cdot l}$   
צפיפות אורכית:  $\lambda = \frac{M}{l}$

**GOOL**

תנועה בקו ישר חתך:  $\Delta x = x_2 - x_1$   
דבר - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S  
מהירות ממוצעת או קבועה:  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:  $x(t) = x_0 + v(t - t_0)$   
גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גוף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.  
השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך.  
תאוצה קבועה או ממוצעת:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$   
מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:  $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$

כאשר  $v_0$  היא המהירות בזמן  $t_0$  (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)  
מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:  $x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

כאשר  $x_0$  ו  $v_0$  הן המיקום והמהירות בזמן  $t_0$  (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן): **בתאוצה קבועה:**  $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

גרפים: התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות. הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עמוכה.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:  $v(t) = \frac{dx}{dt}$ ;  $x(t) = \int v(t)dt$

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:  $a(t) = \frac{dv}{dt}$ ;  $v(t) = \int a(t)dt$

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:  $(\cos x)' = -\sin x$ ;  $(\sin x)' = \cos x$

**קוטורים**

פירוק לרכיבים:  $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$ ;  $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$   
למצא גודל וזווית:  $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$ ;  $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

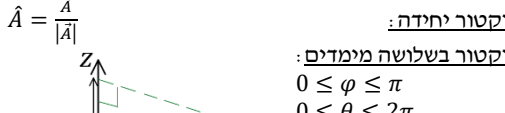
חיבור וקטורים: בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הווקטור האחרון. תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:  $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$   
בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום. כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:  $\vec{B} = \alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:  $\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$   
תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת. נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:  $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה:  $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$   
וקטור בשלושה מימדים:  $0 \leq \varphi \leq \pi$ ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$   
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

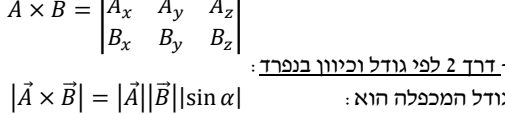


פירוק לרכיבים:  $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$ ;  $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$   
 $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$ ;  $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:  $\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$   
גודל המכפלה הוא:  $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$   
כיוון לפי כלל יד ימין:

דבר 2 לפי גודל וכיוון בנפרד: גודל המכפלה הוא:  $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$   
כיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחרי"כ לפתוח את האמה!



שימו לב שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחרי"כ לפתוח את האמה!

שימו לב שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחרי"כ לפתוח את האמה!

**נפילה חופשית וזריקה אנכית**

**GOOL**

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר ה-Y, ולכן משוואות התנועה הן:

$y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$   
 $v(t) = v_0 + a(t - t_0)$   
 $v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)$   
 $v_0 = 0$  מתחיל ממנוחה ולכן

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן  $v_0 = 0$   
בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:  $a = g$  כיוון הצייר החיובי יהיה כלפי מטה ואז  $a = g$  (במשוואות הנ"ל).

נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז  $y_0 = 0$   
זריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.

עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז  $a = -g$ , המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה. מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר  $v(t) = 0$  הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש:  $t_{שיא גובה} = \frac{v_0}{g}$ ;  $y_{שיא גובה} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$

**תנועה במישור - בליסטית**

וקטור המיקום:  $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$   
העתק:  $\Delta \vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$

מהירות ממוצעת או קבועה:  $\vec{v}_{avg} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$   
זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית  $v_0$  בזווית  $\theta$  (באופקית הזווית אפס). נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

$x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta)t$ ;  $v_x(t) = v_0 \cos(\theta)$   
 $y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta)t + \frac{1}{2}a_y t^2$   
 $v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או  $a_y = -g$  תיתכן תאוצה גם בציר ה-X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה ( $v_y(t) = 0$ ):  $t_{שיא גובה} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$   
 $y_{שיא גובה} = y_0 + \frac{(v_0 \sin(\theta))^2}{2g}$

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע):  $R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$   
טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של  $y(x)$ . על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את  $t$  מהביטוי של  $x(t)$  ומציבים ב-  $y(t)$ .

**תנועה יחסית (טרנס' גליליי)**

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:  $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$ ;  $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$ ;  $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$   
הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

**דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון**

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך. החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות. חיכוך סטטי: פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע). כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות. גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי:  $f_s \leq \mu_s N$  או  $f_{s,max} = \mu_s N$   
חיכוך קינטי: פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע). גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים) בניגוד לסטטי) ושווה ל:

המישור המשופע: בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך. הרכיב של  $mg$  במקביל למישור יהיה  $mg \sin(\theta)$  ובמאונך למישור  $mg \cos(\theta)$ . שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

**דינמיקה - חוק II של ניוטון**

חוק II של ניוטון:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$   
בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר:  $\Sigma F_y = ma_y$ ,  $\Sigma F_x = ma_x$



חוק II של ניוטון:  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$   
בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר:  $\Sigma F_y = ma_y$ ,  $\Sigma F_x = ma_x$

**GOOL מרכז מסה**

מיקום מרכז המסה:  $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה:

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

תאוצת מרכז המסה:

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממוצעת בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): נושאים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות תלוייה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

**GOOL תנועה מחזורית**

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע ועבורו מתקיים  $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$  לכל  $\vec{x}(t)$  כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר למיקום.

**GOOL תנועה הרמונית**

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

הראשית היא בנקודת שיווי המשקל. נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה היא שווה לאפס והמהירות מקסי). A אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משווי משקל.  $\omega$  תדירות זוויתית.  $\phi$  פאזה.

מהירות בתנועה הרמונית:

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$$

התאוצה בתנועה הרמונית:

$$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$$

קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות וזמן המחזור:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

**GOOL עבור מסה המחוברת לקפיץ**

עבור מסה המחוברת לקפיץ:  $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו-m היא מסת הגוף.

הפאזה:  $\phi = \omega \cdot t_0$

כאשר  $t_0$  הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש  $t = 0$  (מתחילים למדוד את התנועה) בדר"כ נמצא את A ו- $\phi$  מתנאי התחלה:

$$x(t=0) = A \sin \phi ; v(t=0) = -\omega A \cos \phi$$

מהירות ותאוצה מקסימליות:

$$v_{max} = \pm \omega A ; a_{max} = \pm \omega^2 A$$

תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נקי ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את  $x=0$  בנקודת ש.מ. ולהתעלם מהכובד.

**האנרגיה בתנועה הרמונית:**

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

**GOOL כבידה**

החוק השלישי של קפלר:  $\left(\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$

$\bar{r}$  - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים.

T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.

גודל כוח הכבידה בין שני גופים:  $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$

$G = 6.67 \cdot 10^{-11}$  - קבוע הכבידה האוניברסלי.

m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים.

אנרגיה פוטנציאלית כובדית:

$$U_G = -\frac{GMm}{r} \quad (U_G(r \rightarrow \infty) = 0)$$

M - מסת הגוף המשפיע. m - מסת הגוף המושפע.

r - מרחק בין הגופים.

אנרגיה של לווין במסלול מעגלי:

קינטית:  $E_k = \frac{GMm}{2r} = -\frac{U_G}{2}$

כוללת:  $E = -\frac{GMm}{2r}$

**הידרוסטטיקה**

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:  $P = \frac{W}{\Delta t}$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):  $1 \text{Hp} = 746 \text{Watt}$

נוסחה נוספת להספק:  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף. הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

**GOOL מתקף ותנוע**

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:  $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:  $\frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 = \frac{1}{2}m_1 u_1^2 + \frac{1}{2}m_2 u_2^2$

התנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$\vec{u}$  - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות. רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$(m_1 + m_2) \vec{v} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים להתנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

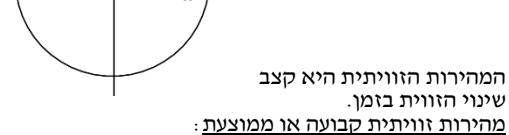
**GOOL תנועה מעגלית**

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע. מיקום הגוף:

$$x = R \cos \theta ; y = R \sin \theta$$

תדירות (אורך הקשת שמול הזווית):  $S = R \cdot \Delta \theta$

יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים



המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן. מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

(ביחידות של רדיאן לשנייה)

f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור. הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבוע):

$$|\vec{v}| = \omega R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

סכום הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R}\right) = m(\omega^2 R)$$

בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר X למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).

אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קבועה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת:  $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה:  $\Sigma F_\theta = ma_\theta$

תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן. עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:  $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$

(ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה):  $a_\theta = \alpha R$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:  $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$

זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:  $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2$

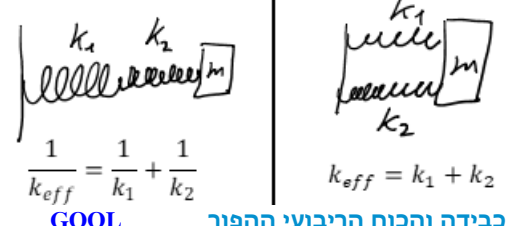
בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

**GOOL קפיצים**

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ:  $F = -k\Delta x$

$\Delta x$  - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב  $\Delta l$ )

k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ



**GOOL כבידה והכוח הריבועי ההפוך**

כוח הכבידה בין שני גופים בעלי מסה:  $F = \frac{Gm_1 m_2}{r^2}$

כאשר  $m_1$  ו- $m_2$  הן שתי המסות ביניהם פועל הכוח. r הוא המרחק בין מרכזי הכובד של הגופים. מפה השם הכוח הריבועי ההפוך.

G - הוא קבוע הנקרא **קבוע הכבידה העולמי** (או קבוע הגריבטיציה העולמי או קבוע ניוטון), ערכו נמדד בניסויים והוא:  $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg}$

**GOOL כוח גרר וכוח ציפה**

כוח גרר הוא כוח מהצורה:  $\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר  $\vec{v}$  היא מהירות הגוף ו-k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את  $x, v$  ו- $a$ . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח טורקס - כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$$

$\eta$  - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר  $\rho_l$  היא צפיפות הנוזל ו-V הוא נפח הגוף.

**GOOL עבודה ואנרגיה**

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:  $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין הכוח להעתק

כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה. אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית:  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית:  $W_{\Sigma F} = \Delta E_k$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):  $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

k הוא קבוע הקפיץ

$\Delta x$  היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב  $\Delta l$ )

האנרגיה הכוללת היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

\*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה:  $E_i + W_{NC} = E_f$  או  $\Delta E = W_{NC}$

$E_i$  ו- $E_f$  הם האנרגיות הכוללות בהתחלה ובסוף.

$W_{NC}$  היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי גובה של מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h - הגובה מהתחתית

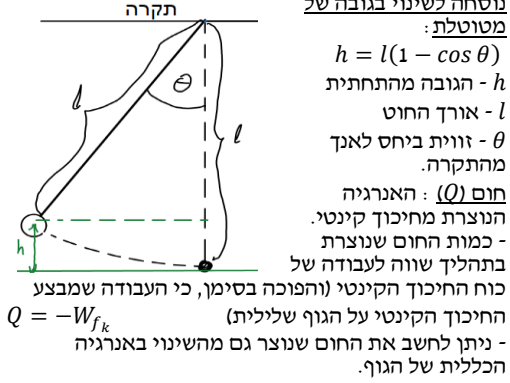
l - אורך החוט

$\theta$  - זווית ביחס לאנך מהתקרה.

חום (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.

כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודת של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

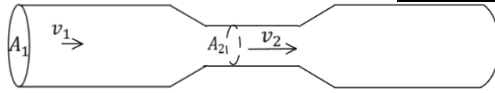
ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.



האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:  $U_g = mgh$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים. העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:  $W_g = -\Delta U_g$

**חוק טוריציילי:** מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בגובה  $h$ , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה  $v = \sqrt{2gh}$   
**צינור ונטורי:**



**GOOL**

**מומנט כוח**

**מומנט כוח:**  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר  $\vec{r}$  הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

**גודל המומנט:**  $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$

כאשר  $r_{\perp}$  הוא הרכיב של  $\vec{r}$  המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

**זורמים:** נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

$\rho = \frac{M}{V}$  **צפיפות (מסה חלקי נפח):**

מוצקים	צפיפות (kg/m <sup>3</sup> )	נוזלים	צפיפות (kg/m <sup>3</sup> )
אלומיניום	$2.70 \times 10^3$	מים (4°C)	$1.00 \times 10^3$
ברזל ופלדה	$7.8 \times 10^3$	פלימת דם	$1.03 \times 10^3$
נחושת	$8.9 \times 10^3$	דם מלא	$1.05 \times 10^3$
עופרת	$11.3 \times 10^3$	מי ים	$1.025 \times 10^3$
זהב	$19.3 \times 10^3$	כספית	$13.6 \times 10^3$
בטון	$2.3 \times 10^3$	אתנול (אלכוהול אתילי)	$0.79 \times 10^3$
גרניט	$2.7 \times 10^3$	בנזין	$0.68 \times 10^3$
עץ (טיפוסי)	$0.3-0.9 \times 10^3$	<b>גזים</b>	
זכוכית רגילה	$2.4-2.8 \times 10^3$	אוויר	1.29
קרח (H <sub>2</sub> O)	$0.917 \times 10^3$	הליום	0.179
עם	$1.7-2.0 \times 10^3$	פחמן דו-חמצני (CO <sub>2</sub> )	1.98
		אדי מים (100°C)	0.598

**לחץ:**  $P = \frac{F}{A}$

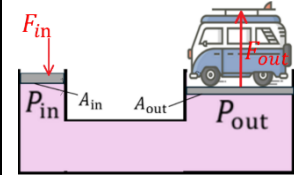
- גודל הכוח המאונך למשטח.  $A$  - שטח.  
 - הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI:  $1Pa = 1N/m^2$   
 - זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.  
 - עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.  
 - אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן, רכיב מקביל לדופן יגרום לזרימה.

הלחץ בעומק  $h$  בתוך נוזל(בעל צפיפות אחידה):  $P = \rho gh$   
 \*הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.  
 לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:

$P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$  **לחץ אטמוספרי:**

$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1atm$   
 $1bar = 10^5 Pa$

**לחץ יחסי** (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי):  $P = P_0 + P_G$   
 - לחץ אבסולוטי.  $P_0$  - לחץ אטמוספרי.  $P_G$  - לחץ יחסי.  
**עקרון פסקל:** אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום או הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.  
**מערכת הידראולית:**



$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$

**כוח ציפה:**  $F_b = \rho_l V g$

$\rho_l$  - צפיפות הזורם.  $V$  - נפח הגוף.

**GOOL**

**הידרודינמיקה**

**זרימה למינרית** (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.  
**זרימה טורבולנטית** (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

**ספיקה מסית**  $Q_m$  (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho Av$

$\rho$  - צפיפות הזורם,  $A$  - שטח חתך,  $v$  - מהירות הזורם.

**ספיקה נפחית**  $Q_V$  (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן):

$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$Q_{m1} = Q_{m2}$

**משוואת הרציפות:**  $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

עבור זורם לא דחיס  $\rho_1 = \rho_2$  ואז המשוואה  $A_1 v_1 = A_2 v_2$

**עקרון ברנולי:** הלחץ הפוך למהירות הזורם

**משוואת ברנולי:**

$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + P_2$   
 או  $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + P = const$

הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב. 2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)