

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

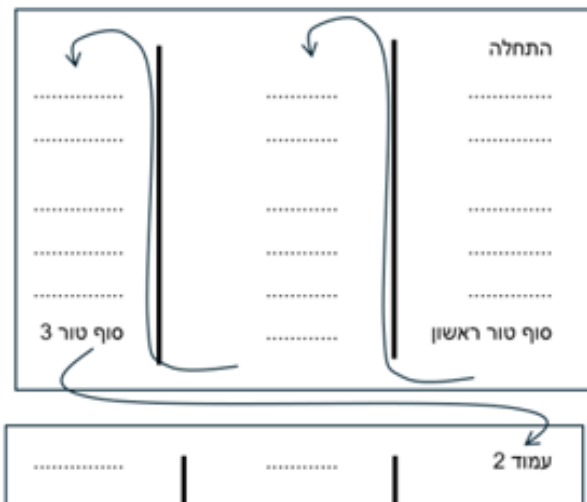
ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מבוא מתמטי

GOOL

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/rd\theta/dz$$

$$ds = r dr d\theta / r d\theta dz$$

$$dv = r dr d\theta dz$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$$

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

$$V, S, l \text{ הם נפח, שטח ואורך הגוף.}$$

$$\vec{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha \text{ - זווית בין הוקטורים.}$$

$$\text{תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).}$$

$$\text{מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק}$$

$$\text{האם וקטורים מאונכים}$$

$$\text{וקטור בשלושה מימדים:}$$

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi; A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

$$\text{פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

$$\text{זווית בין שני וקטורים:}$$

$$\text{מכפלה וקטורית:}$$

$$\text{דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\text{דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

$$\text{גודל המכפלה הוא:}$$

$$\text{וכיוון לפי כלל יד ימין}$$

$$\text{שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם}$$

$$\text{לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!}$$

$$\vec{A} \times \vec{B}$$

$$\text{גרדיאנט בקרטזיות:}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\text{בגליליות:}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\text{בכדוריות (*):}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

$$\text{רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\text{חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען } q_1 \text{ כלשהו על}$$

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{מטען } q_2 \text{ כלשהו:}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \text{ וקטור מ- } q_1 \text{ אל } q_2, |\vec{r}| = r$$

$$\text{השדה החשמלי שיוצר מטען } q \text{ במרחק:}$$

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{וקטור מהמטען } q \text{ אל הנקודה בה מחשבים את השדה.}$$

$$\text{שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.}$$

$$\text{כוח הפועל על מטען } q \text{ הנמצא בשדה חשמלי:}$$

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

$$\text{שימו לב שבנוסחה הזו המטען } q \text{ הוא המטען שמרגיש את}$$

$$\text{הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי}$$

$$\text{לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)}$$

$$\text{חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:}$$

$$\text{נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה}$$

$$\text{שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו}$$

$$\text{לב שלשכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.}$$

$$\text{אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:}$$

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$\text{כאשר } dl, ds, dv \text{ הם אלמנט אורך, שטח ונפח}$$

$$\text{בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי}$$

$$\text{תחת הקורדינטות המתאימות.}$$

$$\text{פוטנציאל}$$

$$\text{הגדרת הפוטנציאל: } \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \text{ או } \varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:}$$

$$\text{מתח:}$$

$$\text{עבודה של הכוח החשמלי:}$$

$$\text{עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי:}$$

$$\text{פוטנציאל של מטען נקודתי:}$$

$$\text{מוליכים:}$$

$$\text{המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.}$$

$$\text{במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח)}$$

$$\text{בתוך המוליך מתאפס.}$$

$$\text{על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.}$$

$$\text{במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא}$$

$$\text{אפס למעט על השפה.}$$

$$\text{הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).}$$

$$\text{הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.}$$

$$\text{שיטות לחישוב פוטנציאל:}$$

$$\text{1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם}$$

$$\text{השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום}$$

$$\text{ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות}$$

$$\text{של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).}$$

$$\text{2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל}$$

$$\text{חתיכה כמו גוף נקודתי } dq = \frac{k dq}{r} \text{ וסכימה. (הסבר על } dq$$

$$\text{בחוק קולון)}$$

$$\text{דיפול חשמלי}$$

$$\text{דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה}$$

$$\text{וסימון הפוך הנמצאים במרחק } d \text{ זה מזה.}$$

$$\text{מומנט חדיפול:}$$

$$\text{כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.}$$

$$\text{הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול } r \gg d$$

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

$$\text{השדה של דיפול במרחק גדול:}$$

$$\text{מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\text{מציאת התפלגות מטען}$$

$$\text{למצא צפיפות נפחית נעשה:}$$

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

$$\text{למצא צפיפות משטחית:}$$

$$\sigma = \epsilon_0 E_{\perp}$$

$$\text{כאשר } E_{\perp} \text{ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.}$$

$$\text{מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה } \vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית או יש}$$

$$\text{מטען נקודתי כך ש } q = \frac{\alpha}{k}$$

$$\text{צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה } \vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$$

$$\text{(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית או יש}$$

$$\text{צפיפות מטען אורכית כך ש } \lambda = 2\pi \epsilon_0 \alpha$$

$$\text{אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \text{ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)}$$

$$\text{אנרגיה הדרושה לבניית מערכת}$$

$$U = \frac{1}{2} \sum \varphi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$$

$$\text{הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם}$$

$$\text{נמצאים בו.}$$

$$\text{בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם}$$

$$\text{אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית}$$

$$\mu E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

$$\text{חומרים דיאלקטריים}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

$$\text{בגליליות:}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} +$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

$$\text{בכדוריות (*):}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} +$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$\text{שימו לב שהזווית } \varphi \text{ עם ציר z-הוזהוית } \theta \text{ עם ציר x}$$

$$\text{במערכות צירים צריך להתקיים:}$$

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}; \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

$$\text{זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\text{בכדוריות (*):}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

$$\text{דיברגנט div בקרטזיות:}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\text{div בגליליות:}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

$$\text{div בכדוריות:}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

$$\text{רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

$$\text{בגליליות:}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z}$$

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר. $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

א-מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרי"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon$

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free,1}$$

$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$ - צפיפות המטען הכוללת:

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקישוב של הדיפולים:

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהחומר.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

בתוך החומר:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in,f}$$

בחומרים לינארים (בדרי"כ בשאלות):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

מעגלי זרם ישר

$$I = \frac{dq}{dt}$$

זרם: כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

$$V = IR$$

חוק אוהם: הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$R_T = R_1 + R_2$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

$$R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$$

בטור: במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

החשפך בנגד:

$$P = IV$$

($P = IV$) נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$$V = \epsilon - Ir$$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל.

- נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).

- נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.

- נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$$

$$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$$

$$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:

2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.

3. נפתור את מערכת המשוואות

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_2) - 2 = 0$$

3. נפתור את מערכת המשוואות

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$.

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):

$$C_T = C_1 + C_2$$

כאשר $V_T = V_1 = V_2$ ו- $Q_T = Q_1 + Q_2$.

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדרי"כ יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

$$U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוהי המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$$F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = RC$$

τ הוא קבוע הזמן אופייני

$$V_c(t)$$

$$q(t)$$

$$I(t)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

הזרם כתלות בזמן:

בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:

משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; Q_0 = CV_0$$

$$V_c(t)$$

$$q(t)$$

הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - ההתנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.

אם $\vec{J}$ אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסיפוף $\vec{v}_{drift}$.

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$.

$$I = kI$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:

$$\vec{k} = \sigma \vec{v}$$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:

$$I = \lambda v$$

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.

- דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

- דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא:

$$F_B = qvB \sin \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין!

שימו לב שאותם עם יד ימין!

- כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי

השראות

ההשראות ברכיב: $L = \frac{\Phi_B}{I}$

Φ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.

ההשראות היא תכונה שתלויה רק במבנה ולכן היא בדי"כ קבועה.

חישוב השראות לפי הגדרה:

- נניח שזרם זרם I ברכיב.
- נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
- נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
- נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל: $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$

N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת

כא"מ ברכיב עם השראות L : $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

$U_L = \frac{1}{2} L I^2$

$U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$

האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:

את האינטגרל עושים על כל המרחב.

- את אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).

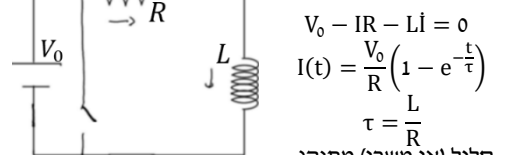
- ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).

המתח על סליל (משורר) במעגל: $V_L = L \frac{dI}{dt}$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

מעגלי RL

סעיפה:



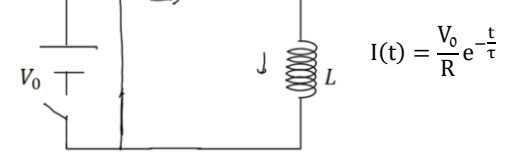
$V_0 - IR - L \frac{dI}{dt} = 0$

$I(t) = \frac{V_0}{R} (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$\tau = \frac{L}{R}$

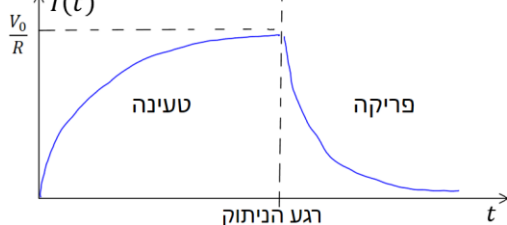
סליל (או משורר) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

פריקה:



$-IR - L \frac{dI}{dt} = 0$

$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:

בטור: $L_T = L_1 + L_2 + \dots$

כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 = I_2 = \dots$

במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$

כאשר $V_T = V_1 = V_2 = \dots$ ו- $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

השראות הדדית

השראות הדדית: $M_{1,2} = \frac{\Phi_{1,2}}{I_2}$

חישוב השראות הדדית:

- נניח שזרם זרם I_2 ברכיב 2.
- נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.
- נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.
- נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

$M_{1,2} = M_{2,1} = M$

ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

יחס המתחים בשנאי:

$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:

1. חוק גאוס: $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$

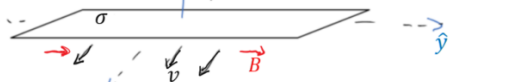
2. $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$

3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$

כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$

שדה של משורר אינסופי: $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$

עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד: $B = \mu_0 I a$

כאשר a הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



סורואיד: $B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הסורואיד.



מציאת צפיפות זרם משהה מגנטי נתון

מציאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משהה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי): $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

מציאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משהה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה): $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$

כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\Delta \vec{B} = \vec{B}_2 - \vec{B}_1$

בשביל למצוא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$

בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C קבוע כלשהו. נוושה לשדה של תיל אינסופי ($\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$) ונקבל

$I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$

חוק פאראדי

חוק פאראדי: $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$; $\Phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.

בדי"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)

כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\mathcal{E} = BLv \sin \alpha$

כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

מומנט דיפול מגנטי

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי $\vec{\mu}$ לפעמים מסומן ב- $(\vec{m})$: $\vec{\mu} = I \vec{A}$

I - הזרם בלולאה. $\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה.

כיוון המומנט למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.

השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדי הדיפול: $\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$

הדיפול: מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי חיצוני: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי חיצוני: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

- לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$R = \frac{mv}{qB}$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$

$v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.

עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I הנמצאת בשדה מגנטי $\vec{B}$ הוא: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

- אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא: $F = BIL \sin \alpha$

את כיוון הכוח יש למצוא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.

הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוו הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

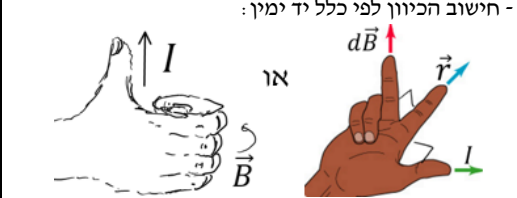
חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \vec{r}}{4\pi |\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0 I d\vec{l} \times \hat{r}}{4\pi |\vec{r}|^2}$

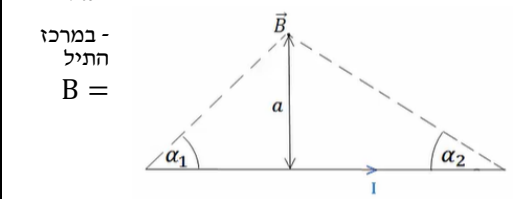
$\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:

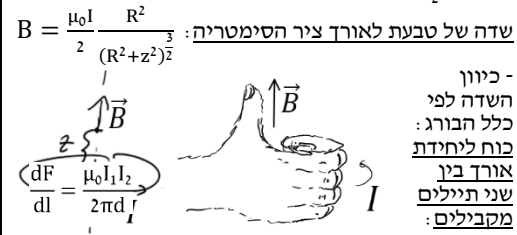


השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2 \right)$

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$



כיוון השדה לפי כלל הבורג: כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים: הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$

- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרי"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.

- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול המקרים הנפוצים של חוק אמפר:

- תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
- מישור אינסופי.
- סליל אינסופי / סורואיד.

שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.



מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פארדי $\varepsilon = -\dot{\phi}_B$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s} \quad ; \quad .4$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

שדות משתנים בזמן וזרם העתקה GOOL

ממשוואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן יוצר שדה חשמלי ולהפך.

אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה החשמלי אז: נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו חוק פארדי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר

בדרי"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E2\pi r$

אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז: נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר

רק שבמקום זרם יש $\int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} d\vec{s}$ (או במקום צפיפות זרם

$\varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$) שנקרא זרם העתקה (לא באמת זרם).

GOOL

מעגלי זרם חילופין

מעגל LC:



משוואת המעגל: $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$

ו- $I = -\dot{q}$ (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם) המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

פתרון: $q(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

האנרגיה האגורה במעגל: $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2$ (האנרגיה הכוללת נשמרת)