

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

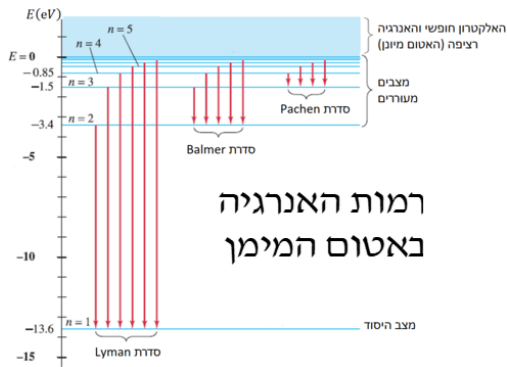
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



רמות האנרגיה באטום המימן

בעיית שני הגופים ומסה מצומצמת: GOOL

מעבר למשתנים החדשים והמעבר ההפוך:

$$\vec{r}_{rel} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1; \quad \vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{r}_2 = \vec{r}_{c.m.} + \frac{m_1 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}; \quad \vec{r}_1 = \vec{r}_{c.m.} - \frac{m_2 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$$

האנרגיה במשתנים החדשים:

$$E = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}\mu v_{rel}^2 + U(r_{rel})$$

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad \text{מסה מצומצמת}$$

בהנחה שאין כוחות חיצוניים אז החלק הראשון קבוע והאנרגיה תלויה רק ב- r_{rel} והנגזרת שלו כמו במימד אחד. תנ"ץ:

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}; \quad \vec{L}_{c.m.} = \mu \vec{r}_{rel} \times \vec{v}_{rel}$$

פונקציית הגל של החומר: GOOL

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1 \quad \text{נרמול}$$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

$$\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx \quad \text{מיקום ממוצע}$$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המיקום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

$$\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2 \quad \text{שונות}$$

$$\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx \quad \text{כאשר -}$$

עקרון אי הוודאות של הייזנברג: GOOL

$$\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$$

אי ודאות מיקום תנע:

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$$

- אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
- אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
- אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

$$\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{אי ודאות זמן אנרגיה}$$

- ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.
- האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

$$\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2} \quad \text{אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי}$$

משוואת שרדינגר: GOOL

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \Psi(x,t)$$

- תנאים נוספים: 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

$$i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi \quad \text{בתלת מימד}$$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$$

$$\Psi(x,t) = \psi(x) e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad \text{כאשר:}$$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: GOOL

פונקציית הגל, חלקיק חופשי:

$$\psi(x) = A \sin(kx)$$

חבילת גלים:

$$\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l :

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה

הניסוי הפוטואלקטרי:

תדירות סף W_0 - פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$
 אנרגיה קינטית מקסי של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$

מתח עצירה: $eV_0 = E_{kmax}$
 השוואה לתורה הגלית:
 - לפי התורה הפוטונית
 1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם.
 הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלקטרונים הנפלט אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.

2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.
 3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

- לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית
 1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.
 2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון: GOOL

אנרגיה של פוטון יחיד:
 $E = hf$
 תנע של פוטון:
 $p = \frac{E}{c} = \frac{hf}{c} = \frac{h}{\lambda}$

מסת מנוחה של פוטון:
 $m = 0$
 אפקט קומפטון:
 $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$

הסחת קומפטון:
 λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

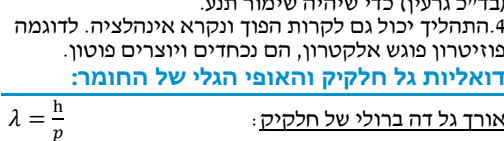
$\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.
 אנרגיות של פוטונים ויצירת זוגות: GOOL

תנאים ליצירת זוגות:
 1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען
 2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .
 3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.
 4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:
 אורך גל דה ברויל של חלקיק:
 $\lambda = \frac{h}{p}$

$p = mv$ לא יחסותי, $p = m\gamma v$ יחסותי
 מודלים מוקדמים של האטום: GOOL

אורכי הגל הנפלטת מאטום המימן:
 $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$
 קבוע Rydberg: $R = 1.097 \cdot 10^7 m^{-1}$



בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:
 1. מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.
 2. האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

מודל האטום של בוהר: GOOL
 הנחות המודל:
 1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים אורביטלים.
 2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים מצבים יציבים.
 אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

$$hf = E_U - E_L$$

הנחה על התנע הזוויתי $(n=1,2,3,...)$:
 $L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$

הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים):
 $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$
 $r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$

אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול n-:
 $E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}}{n^2}$

GOOL

גלים והתאבכות גלים

מהירות גל מחזורי:
 $v = \lambda f$
 λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.

חוק השבירה:
 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$
 θ - הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאנך למשטח.
 n - מקדם השבירה של כל תווך.
 v - מהירות הגל בכל תווך.

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:
 $\ell = n \frac{\lambda}{2}$
 ℓ - אורך המיתר. n - מספר נקודות הקמר (מקסי/ מיני) קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:
 $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .
 L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n .
 n - סדר קו המקסימום. λ - אורך הגל.

d - המרחק בין החריצים.
 קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:
 $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .
 L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .
 λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.

נוסחת יאנג:
 ΔX - רוחב פס האור. L - מרחק האנך למסך מהחריצים.
 λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.
 קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n N \cdot \lambda$$

θ_n - הזווית למקסימום מסדר n .
 d - המרחק בין שני חריצים צמודים. N - קבוע הסריג.
 קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:
 $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$

θ_n - הזווית למינימום מסדר n .
 X_n - מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי. L_n - המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .
 w - רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע:
 $\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$
 כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 סף השמע של אדם.

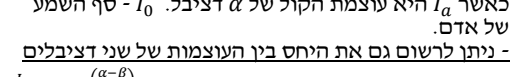
- ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים שונים α ו- β :
 $\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha - \beta}{10}\right)}$

האנרגיה של גל קול:
 $E = I \cdot S \cdot t$
 E - האנרגיה הכוללת של גל הקול. I - העוצמה בדציבל. S - שטח החתך בו הגל פועג.
 t - משך הזמן שהקול פועג בטטח החתך.

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:

חוק בוין:
 $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} m \cdot K$
 λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור:
 $I(\lambda, T) = \frac{2\pi h c^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$



קרינת גוף שחור
 תלות באורך גל ובטמ' 6000 K
 4500 K
 3000 K

קבוע בולצמן:
 $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
 קבוע פלאנק:
 $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

ההנחה הפוטונית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$
 - אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי:
 $E = nhf$
 כאשר n הוא המספר הקוונטי
 $n = 1, 2, 3, \dots$

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

אנרגיה של פוטון יחיד (f - תדירות האור):
 $E = hf$

משפט ארנסט	GOOL
 d Q d t ⟨<!-- ⟨ --> Q ⟩<!-- ⟩ --> = i ℏ<!-- ℏ --> ⟨<!-- ⟨ --> [H , Q] ⟩<!-- ⟩ --> + ∂<!-- ∂ --> Q ∂<!-- ∂ --> t ⟩<!-- ⟩ --> 	
אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.	
זרם ההסתברות:	GOOL
 j →<!-- → --> = ℏ<!-- ℏ --> 2 m i (ψ<!-- ψ --> →<!-- → --> ∇<!-- ∇ --> ψ<!-- ψ --> −<!-- − --> ψ<!-- ψ --> →<!-- → --> ∇<!-- ∇ --> ψ<!-- ψ --> ∗<!-- ∗ -->) 	
- זרם ההסתברות מתאפס כשפונקציות גל ממשיות. - קבוע עבור מצבים יציבים.	
אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי:	GOOL
משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב- <i>r</i> : ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:	

המשוואה ל- <i>θ</i> (<i>θ</i>):	GOOL
 1 θ<!-- θ --> (θ<!-- θ -->) sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ∂<!-- ∂ --> ∂<!-- ∂ --> θ<!-- θ --> (sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ∂<!-- ∂ --> θ<!-- θ --> ∂<!-- ∂ --> θ<!-- θ -->) + l (l + 1) sin 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> = m 2 	
משוואה ל- <i>φ</i> (<i>φ</i>):	GOOL
 ∂<!-- ∂ --> 2 ϕ<!-- ϕ --> (ϕ<!-- ϕ -->) ∂<!-- ∂ --> ϕ<!-- ϕ --> 2 = −<!-- − --> m 2 ϕ<!-- ϕ --> (ϕ<!-- ϕ -->) 	
פתרון ל- <i>θ</i> (<i>θ</i>) ו- <i>φ</i> (<i>φ</i>):	GOOL
 Y l m (θ<!-- θ --> , ϕ<!-- ϕ -->) = θ<!-- θ --> (θ<!-- θ -->) ϕ<!-- ϕ --> (ϕ<!-- ϕ -->) = ε<!-- ε --> (2 l + 1) (l −<!-- − --> m) ! 4 π<!-- π --> (l + m) ! P l m (cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ -->) e i m ϕ<!-- ϕ --> 	
 ε<!-- ε --> = { (−<!-- − --> 1) m m > 0 1 m ≤<!-- ≤ --> 0 l ≥<!-- ≥ --> 0 } ו- m ≤<!-- ≤ --> l שלם.	

GOOL	GOOL
 P l m (x) = (1 −<!-- − --> x 2) m 2 (d d x) m P l (x) 	
 P l (x) = 1 2 l ! (d d x) l (x 2 −<!-- − --> 1) l 	
 Y 0 = (1 4 π<!-- π -->) 1 2 ; Y 2 0 = (5 16 π<!-- π -->) 1 2 (3 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 1) 	
 Y 1 0 = (3 4 π<!-- π -->) 1 2 cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ; Y 2 ±<!-- ± --> 1 = ∓<!-- ∓ --> (15 8 π<!-- π -->) 1 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> e ±<!-- ± --> i ϕ<!-- ϕ --> 	
 Y 1 ±<!-- ± --> 1 = ∓<!-- ∓ --> (3 8 π<!-- π -->) 1 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> e ±<!-- ± --> i ϕ<!-- ϕ --> ; 	
 Y 2 ±<!-- ± --> 2 = (15 32 π<!-- π -->) 1 2 sin 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> e ±<!-- ± --> 2 i ϕ<!-- ϕ --> 	
 Y 3 0 = (7 16 π<!-- π -->) 1 2 (5 cos 3 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 3 cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ -->) 	
 Y 3 ±<!-- ± --> 1 = ∓<!-- ∓ --> (21 64 π<!-- π -->) 1 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> (5 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 1) e ±<!-- ± --> i ϕ<!-- ϕ --> 	
 Y 3 ±<!-- ± --> 2 = (105 32 π<!-- π -->) 1 2 sin 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> e ±<!-- ± --> 2 i ϕ<!-- ϕ --> 	
 Y 3 ±<!-- ± --> 3 = ∓<!-- ∓ --> (35 64 π<!-- π -->) 1 2 sin 3 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> e ±<!-- ± --> 3 i ϕ<!-- ϕ --> 	
 P 1 0 = cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ; P 3 0 = 1 2 (5 cos 3 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 3 cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ -->) 	
 P 1 1 = sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ; P 3 1 = 3 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> (5 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 1) 	
 P 2 0 = 1 2 (3 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 1) 	
 P 3 1 = 3 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> (5 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 1) 	
 P 2 1 = 3 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> cos ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ; P 3 1 = 3 2 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> (5 cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> −<!-- − --> 1) 	
 P 2 2 = 3 sin 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> ; P 3 3 = 15 sin ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ --> (1 −<!-- − --> cos 2 ⁡<!-- ⁡ --> θ<!-- θ -->) 	
אורתוגונליות:	

המשוואה לחלק הרדיאלי:	GOOL
 1 R (r) ∂<!-- ∂ --> ∂<!-- ∂ --> r (r 2 ∂<!-- ∂ --> R (r) ∂<!-- ∂ --> r) −<!-- − --> 2 m r 2 ℏ<!-- ℏ --> 2 (V (r) −<!-- − --> E) = l (l + 1) 	
 R (r) = u (r) r 	
 −<!-- − --> ℏ<!-- ℏ --> 2 2 m d 2 u (r) d r 2 + [V (r) + ℏ<!-- ℏ --> 2 l (l + 1) 2 m r 2] u (r) = E u (r) 	
פתרון עבור אטום המימן V (r) = k e 2 r :	
 E n = −<!-- − --> m k 2 e 4 2 ℏ<!-- ℏ --> 2 ⋅<!-- ⋅ --> 1 n 2 = E 1 n 2 = −<!-- − --> 13.6 e V n 2 	
 R n l (r) = (2 n a) 3 (n −<!-- − --> l −<!-- − --> 1) ! 2 n [(n −<!-- − --> l) !] 3 e −<!-- − --> r n a (2 r n a) l L 2 l + 1 n −<!-- − --> l −<!-- − --> 1 (2 r n a) 	

עבור:

E
,
V
(
x
)
=
+
a
δ
(
x
)

 חייב להיות גדול מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר

E
>
0

.

פוטנציאלים תלת מימדים	GOOL
תיבה תלת מימדית בגודל a ×<!-- × --> b ×<!-- × --> c :	
 ψ<!-- ψ --> (x , y , z) = 8 a b c sin ⁡<!-- ⁡ --> (n x π<!-- π --> a x) sin ⁡<!-- ⁡ --> (n y π<!-- π --> b y) sin ⁡<!-- ⁡ --> (n z π<!-- π --> c z) 	
 E = π<!-- π --> 2 ℏ<!-- ℏ --> 2 2 m (n x 2 a 2 + n y 2 b 2 + n z 2 c 2) 	
אוסילטור הרמוני תלת מימד:	

 v (x , y , z) = 1 2 k y x 2 + 1 2 k y y 2 + 1 2 k z z 2 	
 E = (n x −<!-- − --> 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> x + (n y −<!-- − --> 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> y + (n z −<!-- − --> 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> z 	
נינון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).	
דרגת הנייון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.	

פונקציית הגל כתלות בזמן	GOOL
 Ψ<!-- Ψ --> (x , t) = ∑<!-- ∑ --> n α<!-- α --> n ψ<!-- ψ --> n (x) e i E n t ℏ<!-- ℏ --> 	
כאשר ψ<!-- ψ --> n (x) הן פתרונות המצבים העמידים ו- E n היא האנרגיה של כל מצב.	
 α<!-- α --> n 2 הן ההסתברות להיות במצב מסוים.	
 α<!-- α --> n = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> ψ<!-- ψ --> n ∗<!-- ∗ --> (x) Ψ<!-- Ψ --> (x , 0) d x 	
- אם Ψ<!-- Ψ --> (x , 0) מנורמלת אז Ψ<!-- Ψ --> (x , t) מנורמלת לכל <i>t</i> .	
אופרטורים	GOOL

אם

λ
ψ
=
λ
ψ
,
Q
ψ
=
Q
ψ
 אז

ψ
 היא פייע ו-

λ
 הוא ע"ייע.

ψ
(
x
)
=
A

e

i
k
x

 פייע של אופרטור התנע:

ℏ
k

 העייע של אופרטור התנע:

ψ
(
x
)
=
δ
(
x
−
a
)

 פייע של אופרטור המיקום:
ועייע:

a

 (המיקום עצמו).
אופרטור ההמילטוניאן (מודר את האנרגיה):

 H ^<!-- ^ --> = −<!-- − --> ℏ<!-- ℏ --> 2 2 m ∂<!-- ∂ --> 2 ∂<!-- ∂ --> x 2 + V (x) 	
אופרטורים הרמיטיים	GOOL
גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי. כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.	
הגדרה: (A ψ<!-- ψ -->) ∗<!-- ∗ --> = ψ<!-- ψ --> ∗<!-- ∗ --> A ^<!-- ^ --> לכל הפונקציות במרחב,	
או ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> Ψ<!-- Ψ --> 1 ∗<!-- ∗ --> A ^<!-- ^ --> Ψ<!-- Ψ --> 2 d x = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> (A ^<!-- ^ --> Ψ<!-- Ψ --> 1) ∗<!-- ∗ --> Ψ<!-- Ψ --> 2 d x 	
תכונות של אופרטור הרמיטי:	
1. ערך התוחלת של אופרטור הרמטי תמיד ממשי.	
2. הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.	
3. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמטי הן אורתוגונליות.	
4. הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.	
הפירוש הסטטיסטי המוכלל	GOOL

אם

λ

n

 ו-

ϕ

n

 הן הפייע ועייע של האופרטור

A
^
 אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

 Ψ<!-- Ψ --> (x , t) = ∑<!-- ∑ --> n α<!-- α --> n ϕ<!-- ϕ --> n 	
 α<!-- α --> n 2 זה ההסתברות להיות במצב ϕ<!-- ϕ --> n או ההסתברות למדוד את הערך λ<!-- λ --> n . הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.	
 α<!-- α --> n = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> ϕ<!-- ϕ --> n ∗<!-- ∗ --> Ψ<!-- Ψ --> (x , t) d x 	
במקרה הרציף:	
 α<!-- α --> n 2 →<!-- → --> α<!-- α --> (k , t) 2 d k ; λ<!-- λ --> n →<!-- → --> λ<!-- λ --> (k) ; ϕ<!-- ϕ --> n →<!-- → --> ϕ<!-- ϕ --> (k) 	
 Ψ<!-- Ψ --> (x , t) = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> α<!-- α --> (k , t) ϕ<!-- ϕ --> (k) d k 	
 α<!-- α --> (k , t) = ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> ϕ<!-- ϕ --> (k) Ψ<!-- Ψ --> (x , t) d x 	
יחס החילוף	GOOL

[
A
^
,
B
^
]
=
A
^
B
^
−
B
^
A
^

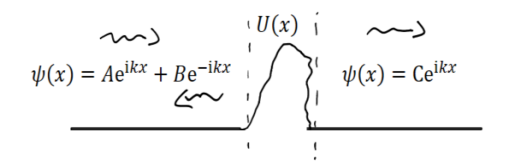
יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו.
אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).
יחס החילוף של המיקום עם התנע:
אם"ם האופרטורים

A
^
 ו-

B
^
 מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.
אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.
אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות בניהם לפי:

פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית.
באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית.
עקרונות לציור פונקציית גל:
1. ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
2. עבור המצב ה-*n*- ציירו גל עם *n* - 1 נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיפך).
4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שהפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling):	GOOL
מקדם ההעברה עבור T << 1 (ההסתברות לעבור):	
 T ≈<!-- ≈ --> 16 E U 0 (1 −<!-- − --> E U 0) e −<!-- − --> 2 α<!-- α --> l 	
 l , α<!-- α --> = 2 m (U 0 −<!-- − --> E) ℏ<!-- ℏ --> - <i>l</i> , אורך המחסום, U 0 > E גובה הפוטנציאל במחסום.	
מקדם החזרה:	
אוסילטור הרמוני:	GOOL
פונקציות הגל: b = ℏ<!-- ℏ --> m ω<!-- ω --> ψ<!-- ψ --> 1 (x) = (π<!-- π --> b 2) −<!-- − --> 1 4 e −<!-- − --> x 2 2 b 2 ψ<!-- ψ --> 2 (x) = 2 π<!-- π --> b 2) −<!-- − --> 1 4 1 b e −<!-- − --> x 2 2 b 2 ψ<!-- ψ --> 3 (x) = 8 3 (π<!-- π --> b 2) −<!-- − --> 1 4 (1 −<!-- − --> 2 x 2 b 2) e −<!-- − --> x 2 2 b 2 	
רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ 1 : E n = (n −<!-- − --> 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> 	
או שאפשר להתחיל את <i>n</i> מאפס ואז E n = (n + 1 2) ℏ<!-- ℏ --> ω<!-- ω --> 	
מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה	GOOL
מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):	
 v p h = ω<!-- ω --> k 	
מהירות החבורה:	
יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω<!-- ω --> ל- <i>k</i>	
פיזור	GOOL



מקדם העברה (ההסתברות לעבור):	 T = C 2 A 2
אם k 2 בתחום הימני שונה מ- k 1 בתחום השמאלי אז:	
מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה:	 T = C 2 k 2 A 2 k 1
- עבור מדרגת פוטנציאל E > U 0 וכאשר E > U 0 	
 T = 4 k 1 k 2 (k 1 + k 2) 2 	
 R = (k 1 −<!-- − --> k 2) 2 (k 1 + k 2) 2 	
- כאשר E < U (±<!-- ± --> ∞<!-- ∞ -->) נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.	
- כאשר E > U (±<!-- ± --> ∞<!-- ∞ -->) נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.	

פונקציית דלתא של דיראק	GOOL
הגדרות הפונקציה:	 δ<!-- δ --> (x) = { 0 , x ≠<!-- ≠ --> 0 ∞<!-- ∞ --> , x = 0 }
או ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> δ<!-- δ --> (x) d x = 1 או δ<!-- δ --> a (x) = 1 a √<!-- √ --> π<!-- π --> e −<!-- − --> x 2 / a 2 	
כאשר <i>a</i> הולך לאפס.	
 ∫<!-- ∫ --> −<!-- − --> ∞<!-- ∞ --> ∞<!-- ∞ --> f (x) δ<!-- δ --> (x −<!-- − --> a) d x = f (a) 	

פיזור מפונקציית דלתא:	
עבור V (x) = −<!-- − --> a δ<!-- δ --> (x) ו- E < 0 	
נקבל ψ<!-- ψ --> (x) = √<!-- √ --> a m ℏ<!-- ℏ --> e −<!-- − --> a m ℏ<!-- ℏ --> 2 x ו- E = −<!-- − --> a 2 m 2 ℏ<!-- ℏ --> 2 	
מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- <i>a</i> (גודל הבור).	
אם E > 0 :	
 T = C 2 A 2 = β<!-- β --> 2 1 + β<!-- β --> 2 , β<!-- β --> = a m ℏ<!-- ℏ --> 2 k , k = √<!-- √ --> 2 m E ℏ<!-- ℏ --> 	

רדיוס בוהר:

$$a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10} m$$

$$L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$$

$$L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$$

$$R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{8} \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192} \left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי:

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_{lm}(\theta, \varphi)$$

l ו- n שלמים, $n=1,2,3,\dots$ ו- $l=0,1,\dots,n-1$
 m שלם ומקיים: $-l \leq m \leq l$
אורתוגונליות:

$$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta dr d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק r מהגרעין):

$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$$

התנע הזוויתי:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$$
$$\hat{L}^2 \gamma_l^m = l(l+1) \hbar^2 \gamma_l^m$$

$$|L| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

גודל התנאי יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר. את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של L_z , משם אפשר למצא את $\cos \theta = \frac{L_z}{|L|}$

$$\hat{L}_z \gamma_l^m = m \hbar \gamma_l^m$$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!

$$g(n) = 2n^2 \quad (n=2 \text{ - הגיע מהספין}).$$

כללי מעבר: א. $n_i > n_f$ ב. $\Delta l = l_f - l_i = \pm 1$

$$\Delta m = m_f - m_i = 0, \pm 1$$

מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

מומנט כוח על דיפול מגנטי $\vec{\mu}$:
אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב

$$\vec{\mu} = \frac{-e\hbar}{2m_e} \vec{L}$$

הגרעין:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \text{ eV}/T$$

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני: $U = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B} = \mu_B B m$ כאשר m הוא המספר הקוונטי של L_z .

$$\Delta m = \pm 1, 0; \quad \Delta E_z = \mu_B B \Delta m$$

בעקבות אפקט זימן: התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרי להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושרטון גרלך:

$$\vec{j} = \vec{L} + \vec{S}$$

תנאי כולל: כאשר $\vec{L}$ תנאי מסילתי $\vec{S}$, תנאי כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

S גדולה - גודל התנאי מהספין. s קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון $s = \frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי $s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$. חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.

$$S_z = m_s \hbar$$

$s > m_s > -s$ בקפיצות של 1

עבור אלקטרון:

$$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

מומנט מגנטי מהספין:

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

$$g = 2.0023 \dots \approx 2$$

עבור אלקטרון 2, g פקטור

אטומים מורכבים והטבלה המחזורית: **GOOL**
כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי המספרים הקוונטים: n, l, m_l, m_s . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- n וגם ב- l .

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים: n, l, m_l, m_s .

ככל ש- l גדל (יש יותר תנאי מסילתי) האנרגיה גדלה. **תכונות המכפלה הפנימית:** **GOOL**

$$\langle v|u \rangle = \langle u|v \rangle^*$$

סקלר $\langle v|v \rangle = 0$ או $|v\rangle = |0\rangle$
 $\langle v|v \rangle = 0$ אם $|v\rangle = |0\rangle$
תמיד ממשי גדול או שווה לאפס $\langle v|v \rangle = 0$ אם $|v\rangle = |0\rangle$

$$\langle v|(\alpha|u\rangle + \beta|k\rangle) = \alpha\langle v|u\rangle + \beta\langle v|k\rangle$$

הגדרת המכפלה הפנימית בפונקציות הגל:

$$\langle \psi_1|\psi_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \psi_2 dx$$

נורמה: $\|v\| = \sqrt{\langle v|v \rangle}$

$$\langle \psi_1|\psi_2 \rangle = \sum \alpha_i^* \beta_i$$

מכפלה פנימית: כאשר α_i ו- β_i הם המקדמים של פונקציות הגל באותו בסיס

אי שוויון שורץ: **GOOL**

$$|\langle a|b \rangle|^2 \leq \langle a|a \rangle \langle b|b \rangle$$

זווית מוכללת בין וקטורים: $\cos \theta = \frac{\langle a|b \rangle}{\sqrt{\langle a|a \rangle \langle b|b \rangle}}$

$$|\langle a| + |b \rangle| \leq |a| + |b|$$

אי שוויון המשולש: **אופרטורים בייצוג אלגברי** **GOOL**

אופרטורים מיוצגים באמצעות מטריצות:

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \dots & Q_{nn} \end{pmatrix}$$

- האיבר Q_{ij} מעביר את הוקטור e_j לוקטור e_i (כפול סקלר כלשהו): $Q_{ij} = \langle e_i|\hat{Q}|e_j \rangle$, שורה i , עמודה j .

- אם הבסיס הוא בסיס עצמי של אופרטור כלשהו אז המטריצה של האופרטור תהיה אלכסונית והערכים על האלכסון הם הערכים העצמיים של האופרטור.

$$\langle \psi_1|\hat{Q}|\psi_2 \rangle = \langle \psi_1|\hat{Q}\psi_2 \rangle$$

- כתיב נוסף: $\langle \hat{Q}\psi| = (\hat{Q}|\psi\rangle)^\dagger = \langle \psi|\hat{Q}^\dagger$

$$A^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

מטריצה משוחלפת:

$$A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{21}^* & \dots & A_{n1}^* \\ A_{12}^* & A_{22}^* & \dots & A_{n2}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{1n}^* & A_{2n}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$$

מטריצה יחידה:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sum |\phi_n\rangle \langle \phi_n|$$

$$C = A \cdot B \Rightarrow C_{mn} = \sum A_{mi} B_{in}$$

כפל מטריצות:

$$AB \neq BA$$

כפל מטריצות הוא לא חילופי:

$$[A, B] = AB - BA$$

יחס חילוף בין מטריצות:

$$AA^{-1} = A^{-1}A = I$$

מטריצה ההופכית:

$$U^\dagger = U^{-1}$$

מטריצה אוניטרית:

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger; \quad (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$

זהויות:

$$(A^\dagger)^\dagger = A; \quad (\langle \psi_1|\hat{A}^\dagger|\psi_2 \rangle)^* = \langle \psi_2|\hat{A}|\psi_1 \rangle$$
$$(AB)^T = B^T A^T; \quad \langle \psi_1|\hat{A}\psi_2 \rangle = \langle \hat{A}^\dagger\psi_1|\psi_2 \rangle$$

- הגודל של עי"ע של אופרטור אוניטרי הוא תמיד 1. אופרטורים הרמיטים ואוניטרים הם אופרטורים נורמליים, כלומר: $[A, A^\dagger] = 0$.

אופרטור העלאה והורדה באוסילטור הרמוני: **אופרטור ההורדה (או השמדה):**

$$\hat{a}|\psi_n\rangle = \sqrt{n}|\psi_{n-1}\rangle; \quad \hat{a} = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega} \hat{p}\right)$$

אופרטור ההעלאה (או יצירה):

$$\hat{a}^\dagger = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega} \hat{p}\right)$$
$$\hat{a}^\dagger|\psi_n\rangle = \sqrt{n+1}|\psi_{n+1}\rangle$$

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega \left(\hat{a}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\right)$$
$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1; \quad E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n \psi_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} H_n \left[\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} x\right]$$

$$H_0(y) = 1; \quad H_2(y) = -2(1 - 2y^2)$$

$$H_1(y) = 2y; \quad H_3(y) = -12\left(y - \frac{2}{3}y^3\right)$$

תנ"י מסילתי והספין: **GOOL**

$$\hat{L}_z = (-i\hbar) \frac{\partial}{\partial \varphi}$$

התנאי בקואורדינטות כדוריות:

$$\hat{L}_x = -i\hbar \left(-\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos \varphi \cot \theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\hat{L}_y = -i\hbar \left(\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \sin \varphi \cot \theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$

$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)$$

$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$$
$$\hat{L}_+ \hat{L}_- = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hbar \hat{L}_z$$
$$\hat{L}_- \hat{L}_+ = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 - \hbar \hat{L}_z$$

יחסי החילוף של התנאי המסילתי:

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar \hat{L}_z; \quad [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar \hat{L}_x$$
$$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar \hat{L}_y; \quad [\hat{L}_+, \hat{L}_-] = 2\hbar \hat{L}_z$$
$$[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \pm \hbar \hat{L}_\pm; \quad [\hat{L}^2, \hat{L}_\pm] = 0$$
$$[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_y] = [\hat{L}^2, \hat{L}_x] = 0$$

$$L_\pm Y_l^m = \hbar \sqrt{l(l+1) - m(m \pm 1)} Y_l^{m \pm 1}$$

$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad l=1$$

מטריצות התנאי עבור $l=1$:

$$\hat{L}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{L}^2 = \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ספין - אותם יחסי חילוף כמו התנאי:

$$\hat{S}_z f = \hbar m_s f$$
$$\hat{S}^2 f = \hbar^2 S(S+1) f$$

$$-S \leq m_s \leq S$$

כפיצות של 1 m_s, S יכולים להיות חצי שלמים.

S קבוע ותלוי רק בסוג החלקיק. פרמיונים - חצי שלם, בוזונים - ספין שלם.

$$S = \frac{1}{2} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$

ספין חצי:

$$|x_+\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle \equiv |\uparrow\rangle; \quad |x_-\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle \equiv |\downarrow\rangle$$

$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{S}^2 = \frac{3}{4} \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$$

$$\hat{S}_\pm |s, m_s\rangle = \hbar \sqrt{s(s+1) - m_s(m_s \pm 1)} |s, m_s \pm 1\rangle$$

פונקציית ספין כללית:

$$|x\rangle = \alpha |x_+\rangle + \beta |x_-\rangle$$

המילטוניו פרקס:

$$\hat{H}(\hat{X}, \hat{P}, \hat{S}) = \hat{H}_0(\hat{X}, \hat{P}) + \hat{H}_S(\hat{S})$$

במקרה זה ניתן לפתור את משוואת שרדינגר לספין ולמרחב במפרד.

נקיפת לרמור: **GOOL**

ערך התוחלת של S עבור ספין חצי בשדה מגנטי עוושה נקיפה (פרסציה) מסביב לשדה בתדירות $\omega = \gamma B_0$

$$\gamma = g \frac{-e}{2m_e}$$

ובוויית α ביחס לשדה כאשר $\gamma = g \frac{-e}{2m_e}$.

$$g$$
 הוא היחס הגיירו מגנטי. α נקבעת מתנאי התחלה. **פונקציית הגל:**

$$\chi(t) = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}}, \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{-\frac{\gamma B_0 t}{2}}\right)$$

חיבור שני ספינים: **GOOL**

$$|S_1 - S_2| \leq S \leq S_1 + S_2$$

הוא של כל המערכת והוא לא קבוע בניגוד לחלקיק בודד. $-S \leq m_s \leq S$

$$|1, -1\rangle \rightarrow |\downarrow\downarrow\rangle$$

מצבי טריפלט:

$$|1, 1\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow\rangle; \quad |1, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$

$$|0, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

מצב סינגלט:

$$\hat{j} = \hat{L} + \hat{S}$$

תנאי כולל: אותם יחסי חילוף כמו של התנאי המסילתי והספין.

$$\hat{J}_zf=\hbar m_jf\qquad\qquad ; \qquad \hat{J}^2f=\hbar^2j(j+1)f$$

$$m_j=m_l+m_s\qquad\qquad ; \qquad |l-S|\leq j\leq l+S$$

GOOL **אינטראקציית ספין מסלול:**

$$U=-\vec{\mu}\cdot\vec{B}=\frac{e^2\cdot\vec{S}\cdot\vec{L}}{8\pi\epsilon_0m_e^2c^2r^3}$$

$$\vec{B}=\frac{1}{8\pi\epsilon_0}\cdot\frac{e}{m_ec^2r^3}\vec{L}$$

הע״ע של $\hat{\vec{S}}\cdot\hat{\vec{L}}$:

$$\frac{1}{2}\hbar^2(j(j+1)-S(S+1)-l(l+1))$$

תורת ההפרעות ללא תלות בזמן וללא ניוון:

עבור המילטוניאן מהצורה $H=H_0+H'$, כאשר $H'<<H_0$.

$$E_n^{(1)}=\left\langle\psi_n^{(0)}\left|H'\right|\psi_n^{(0)}\right\rangle$$

$$\psi_n^{(1)}=\sum_{m\neq n}\frac{\left\langle\psi_m^{(0)}\left|H'\right|\psi_n^{(0)}\right\rangle}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}\psi_m^{(0)}$$

$$E_n^{(2)}=\sum_{m\neq n}\frac{\left|\left\langle\psi_m^{(0)}\left|H'\right|\psi_n^{(0)}\right\rangle\right|^2}{E_n^{(0)}-E_m^{(0)}}$$