

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.

1

מצפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

γ – הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

מצפט הסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים

חוק הוק – הכוח של קפיץ:

$$F = -k(x - x_0)$$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:

$$W_{SF} = \Delta E_k$$

העבודה $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית

כוח משמר:

העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

העבודה במסלול סגור מתאפסת.

יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:

$$W_c = -\Delta U$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$U_g = mgh$$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית:

$$U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית:

$$E = E_k + U$$

סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבניה.

משפט עבודה אנרגיה:

$$E_i + W_{NC} = E_f$$

העבודה של כל הכוחות הלא משמרים W_{NC}

חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע:

$$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה בדו-מימד: נתון $x = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$, בדוגמה $dy = 5x^4 dx$ (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.

נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.

הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\vec{\nabla} U = 0$ או $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$

שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_{xx} > 0$

שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_{xx} < 0$

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

אם יש כמה ממימד אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

הספק ונצילות

הספק ממוצע:

$$P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

פירוק לרכיבים:

$$A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

תנועה בקו ישר (מימד אחד)

מהירות רגעית:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$$

מהירות ממוצעת:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$$

תאוצה רגעית:

$$a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$$

תאוצה ממוצעת:

$$\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$$

קשרים הפוכים:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v(t) = v_0 + at$$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):

השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).

השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד):

וקטור המיקום:

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$$

וקטור ההעתק:

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity):

$$\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

וקטור המהירות הרגעית (velocity):

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$$

וקטור התאוצה הממוצעת:

$$\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

וקטור התאוצה הרגעית:

$$\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר s זה הדרך.

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$$

$$\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$$

$$\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.
- נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

מבוא מתמטי

GOOL

ניצב שמול יתר:

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

ניצב ליד יתר:

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

ניצב שמול ליד ניצב:

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

ניצב ליד:

$$\cot \alpha = \frac{b}{a}$$

1 / ניצב שמול:

$$\tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha}$$

1 / ניצב ליד:

$$\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$a^2 + b^2 = c^2$

$90^\circ - \alpha$	$90^\circ + \alpha$	$180^\circ - \alpha$	$180^\circ + \alpha$
$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\sin(180^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$
$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$\cos(180^\circ + \alpha) = \cos \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\tan(180^\circ + \alpha) = \tan \alpha$
$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(180^\circ + \alpha) = \cot \alpha$

סיכום והפרש של פונקציות:

סכום:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

הפרש:

$$\cos \alpha \pm \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

סכום:

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פיתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרלים:

נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x היא פונקציה של t אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

נגזרות נוספות:

$$\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$$

$$\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$$

$$\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$$

$$\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$$

אינטגרל:

$$\int \frac{1}{x} dx = \ln(x)$$

אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סיכומה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים - מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים - מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל.

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

GOOL

פירוק לרכיבים:

כפל בסקלר:

$$\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α – זווית בין הוקטורים.

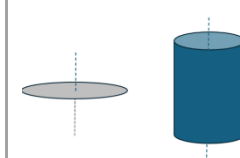
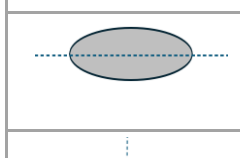
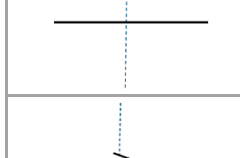
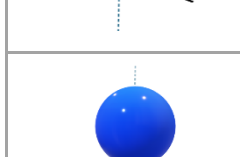
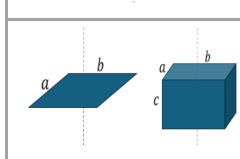
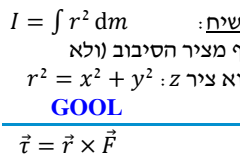
תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

	דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z- אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x- במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
	מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$
	מוט בקצה $I = \frac{1}{3} mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$
כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$

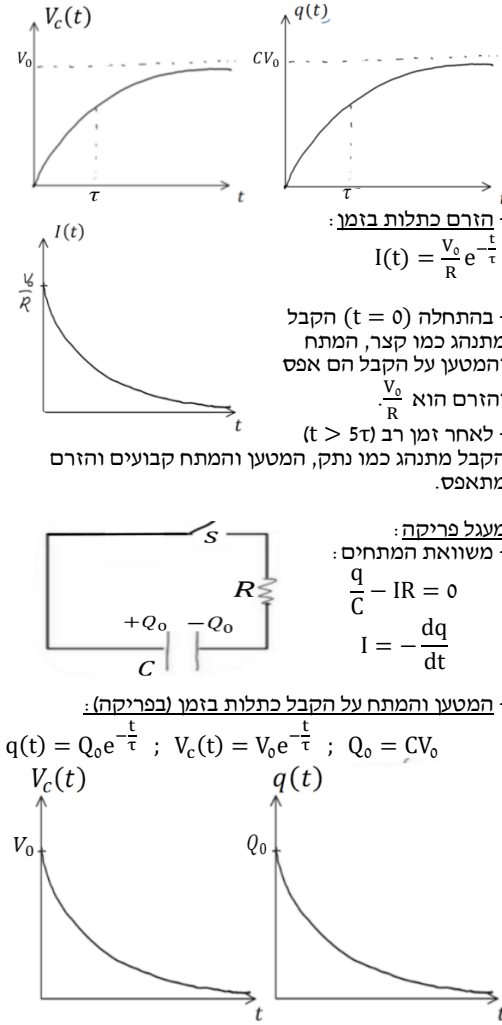
מומנט כוח
GOOL
מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר ועד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$
כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

גוף קשיח
GOOL
אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח:
אנרגיה קינטית סיבובית:
- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגולל ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $a_{c.m.} = aR \leftarrow$
- בגלל החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?
חוקי שימור
בדקים מה נשמר:
1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.



מרכז מסה
GOOL
מיקום מרכז המסה:
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
מהירות מרכז המסה:
תאוצת מרכז המסה:
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשכבה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

מומנט התמד
GOOL
אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:
משפט שטיינר:
כאשר d הוא המרחק בין הצירים m היא המסה הכוללת של הגוף. **הערה:** משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. **אדטיביות:** ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.
גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:



הספק רגעי:
GOOL
התנע של גוף:
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון:
המתקף של כוח:
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$
אם ההתנגשות חזיתית (במיד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
התנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם התקומה:
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזניח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)
GOOL
הדרך בתנועה מעגלית:
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!
גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):
כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית:
f- התדירות, T- זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
הכוחות למרכז המעגל:
תאוצה זוויתית:
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה):
הגובה במעגל אנכי:
כאשר h ו- theta נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי:
בכיוון החוצה מהמעגל.
שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

פריקה וטעינה של קבל
GOOL
מעגל טעינה:
משוואת המתחים:
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):
tau = RC הוא קבוע הזמן אופייני

