

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מבוא מתמטי

GOOL

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/rd\theta/dz$$

$$ds = r dr d\theta / r d\theta dz$$

$$dv = r d\theta dr dz$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$$

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

$$V, S, l \text{ הם נפח, שטח ואורך הגוף.}$$

$$\vec{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$$\alpha \text{ - זווית בין הוקטורים.}$$

$$\text{תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).}$$

$$\text{מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק}$$

$$\text{האם וקטורים מאונכים}$$

$$\text{וקטור בשלושה מימדים:}$$

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

$$\text{פירוק לרכיבים: } A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi; A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

$$\text{פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:}$$

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

$$\text{זווית בין שני וקטורים:}$$

$$\text{מכפלה וקטורית:}$$

$$\text{דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:}$$

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

$$\text{דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:}$$

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

$$\text{גודל המכפלה הוא:}$$

$$\text{וכיוון לפי כלל יד ימין}$$

$$\text{שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!}$$

$$\text{גרדיאנט בקרטזיות:}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\text{בגליליות:}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\text{בכדוריות (*):}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

$$\text{רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$\text{חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען } q_1 \text{ כלשהו על}$$

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{מטען } q_2 \text{ כלשהו:}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \text{ וקטור מ- } q_1 \text{ אל } q_2, |\vec{r}| = r$$

$$\text{השדה החשמלי שיוצר מטען } q \text{ במרחק:}$$

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$$\text{וקטור מהמטען } q \text{ אל הנקודה בה מחשבים את השדה.}$$

$$\text{שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.}$$

$$\text{כוח הפועל על מטען } q \text{ הנמצא בשדה חשמלי:}$$

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

$$\text{שימו לב שבנוסחה הזו המטען } q \text{ הוא המטען שמרגיש את}$$

$$\text{הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי}$$

$$\text{לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)}$$

$$\text{חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:}$$

$$\text{נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה}$$

$$\text{שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו}$$

$$\text{לב שלשכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.}$$

$$\text{אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:}$$

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$$\text{כאשר } dl, ds, dv \text{ הם אלמנט אורך, שטח ונפח}$$

$$\text{בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי}$$

$$\text{תחת הקורדינטות המתאימות.}$$

$$\text{פוטנציאל}$$

$$\text{הגדרת הפוטנציאל: } \vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \text{ או } \varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\text{אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:}$$

$$U = q\varphi$$

$$\text{מתח:}$$

$$V = \Delta\varphi$$

$$\text{עבודה של הכוח החשמלי:}$$

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

$$\text{עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי:}$$

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

$$\text{פוטנציאל של מטען נקודתי:}$$

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

$$\text{מוליכים:}$$

$$\text{המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.}$$

$$\text{במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח)}$$

$$\text{בתוך המוליך מתאפס.}$$

$$\text{על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.}$$

$$\text{במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא}$$

$$\text{אפס למעט על השפה.}$$

$$\text{הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).}$$

$$\text{הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.}$$

$$\text{שיטות לחישוב פוטנציאל:}$$

$$1. \text{ אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם}$$

$$\text{השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום}$$

$$\text{ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות}$$

$$\text{של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).}$$

$$2. \text{ חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל}$$

$$\text{חתיכה כמו גוף נקודתי } d\varphi = \frac{k dq}{r} \text{ (הסבר על } dq \text{ בחוק קולון)}$$

$$\text{דיפול חשמלי}$$

$$\text{דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה}$$

$$\text{וסימון הפוך הנמצאים במרחק } d \text{ זה מזה.}$$

$$\text{מומנט חדיפול:}$$

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

$$\text{כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.}$$

$$\text{הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול } r \gg d$$

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

$$\text{השדה של דיפול במרחק גדול:}$$

$$\text{מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:}$$

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\text{מציאת התפלגות מטען}$$

$$\text{למצא צפיפות נפחית נעשה:}$$

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

$$\text{למצא צפיפות משטחית:}$$

$$\sigma = \epsilon_0 E_{\perp}$$

$$\text{כאשר } \Delta E_{\perp} \text{ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.}$$

$$\text{מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה } \vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית או יש}$$

$$\text{מטען נקודתי כך ש } q = \frac{\alpha}{k}$$

$$\text{צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה } \vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$$

$$\text{(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית או יש}$$

$$\text{צפיפות מטען אורכית כך ש } \lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$$

$$\text{אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות}$$

$$\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi \text{ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)}$$

$$\text{אנרגיה הדרושה לבניית מערכת}$$

$$\text{מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:}$$

$$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{מטען הפרוטון והאלקטרון:}$$

$$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = e = -q_e$$

$$\text{מקדם דיאלקטרי של הריק ו- } k:$$

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}; \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

$$\text{חוק קולון}$$

$$\text{חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען } q_1 \text{ כלשהו על}$$

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{מטען } q_2 \text{ כלשהו:}$$

$$\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r} \text{ וקטור מ- } q_1 \text{ אל } q_2, |\vec{r}| = r$$

$$\text{השדה החשמלי שיוצר מטען } q \text{ במרחק:}$$

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

$$\text{חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל}$$

$$\text{כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.}$$

$$\text{כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים}$$

$$\text{ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.}$$

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר. $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

א-מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרי"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r \epsilon_0 = \epsilon$

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free,1}$$

$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$ - צפיפות המטען הכוללת:

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים:

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$.

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהחומר.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

בתוך החומר:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in,f}$$

בחומרים לינארים (בדרי"כ בשאלות):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

מעגלי זרם ישר

$$I = \frac{dq}{dt}$$

זרם: כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

$$V = IR$$

חוק אוהם: הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$R_T = R_1 + R_2$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

$$R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$$

בטור: $R_T = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

החשפך בנגד:

$$P = IV$$

($P = IV$) נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$$V = \epsilon - Ir$$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

נגדיר זרם לכל חוט במעגל.

נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).

נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.

נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$$

$$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$$

$$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$$

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:

2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.

3. נפתור את מערכת המשוואות

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_2) - 2 = 0$$

3. נפתור את מערכת המשוואות

חומרים דיאלקטרים

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

a - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$$C' = kC_0$$

k (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$.

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):

$$C_T = C_1 + C_2$$

כאשר $V_T = V_1 = V_2$ ו- $Q_T = Q_1 + Q_2$.

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדרי"כ יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

$$U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$$W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$$F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה טעינה של קבל

מעגל טעינה:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right); V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\tau = RC$$

τ הוא קבוע הזמן אופייני

משוואת המתחים:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$V_c(t)$$

$$q(t)$$

$$V_0$$

$$CV_0$$

$$\tau$$

$$I(t)$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

הזרם כתלות בזמן:

בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המתח והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:

משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; Q_0 = CV_0$$

$$V_c(t)$$

$$q(t)$$

$$V_0$$

$$Q_0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - ההתנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

$$I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

$\vec{J}$ - צפיפות הזרם ליחידת שטח:

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.

אם $\vec{J}$ אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסיפוף $\vec{v}_{drift}$.

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

$\vec{k}$ - צפיפות הזרם ליחידת אורך:

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

$$I = k l$$

אם $\vec{k}$ אחידה אז:

$$\vec{k} = \sigma \vec{E}$$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:

$$I = \lambda v$$

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.

- דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

- דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא:

$$F_B = qvB \sin \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין!

שימו לב שאותם עם יד ימין!

כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).

$$\vec{F}$$

$$\vec{B}$$

$$\vec{v}$$

$$\vec{F}$$

$$\vec{B}$$

$$\vec{v}$$

4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$ ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

יחס המתחים בשנאי:

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:

$$1. \text{ חוק גאוס } \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\varepsilon_0} \rho \quad ; \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho dV$$

$$2. \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad ; \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$$

$$3. \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt} \quad ; \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$$

$$4. \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \quad ; \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \varepsilon_0 \int \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$$

מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי $\varepsilon = -\phi_B$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

מעגלי זרם חילופין

מעגל LC:
 משוואת המעגל: $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$
 ו- $I = -\dot{q}$
 (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

$$\text{פתרון: } q(t) = A \cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

האנרגיה האגורה במעגל:
 (האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC:
 משוואת המעגל:

$$I = -\dot{q} \quad ; \quad \ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$$

(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$$\text{ו- } \Gamma = \frac{R}{2L}$$

הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:
מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$

$$\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$$

מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$
 $q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$
 בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.

$$\text{מקרה 3 - ריסון חלש: } \Gamma < \omega_0$$

$$q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \varphi)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:

$$E \propto e^{-2\Gamma t}$$

(בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא λ במקום Γ)

מעגלים עם מקור מתח חילופין:
 משוואת המעגל:

$$\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$$

ו- $I = \dot{q}$
 (ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.

פתרון המשוואה:

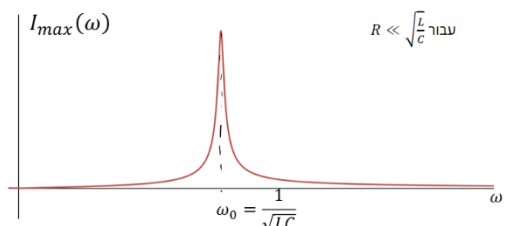
פתרון הומוגני $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \varphi)$
 הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דוועך בזמן.
 הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בד"כ מתייחסים רק אליו.

$$I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$$

$$\tan \varphi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$$

תהודה: מצב שבו $I_{max}(\omega)$ מקסימאלי.
 שימו לב, I_{max} הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות ω מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.

- בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לגזור את I_{max} לפי ω ולהשוות לאפס. עבור $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$



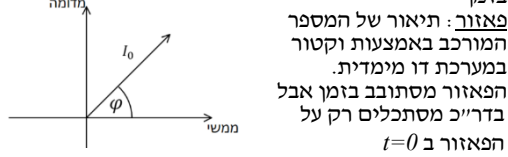
מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
 פתרון עם מספרים מורכבים:

אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה $A \cos(\omega t + \varphi)$ והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$$

$$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi)}$$

(בדרכי לא רושמים את הגל)
 בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן



פאזורים: תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית. הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרכי מסתכלים רק על הפאזור ב $t=0$

עכבה Impedance:
 תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע).
 הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם

ברכיב: $\varphi_z = \varphi_v - \varphi_I$

הגודל של העכבה:

הרכיב	העכבה של הרכיב Z	הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב
נגד	R	המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה
סליל	iωL	בסליל המתח מקדים את הזרם ב $\frac{\pi}{2}$
קבל	1/iωC	בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב $\frac{\pi}{2}$

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את העכבה הכוללת של המעגל:

$$\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$$

ו- $\tilde{I}_s$ הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).

ערכי RMS (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):

$$I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \quad ; \quad V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$$

הספק רגעי:
 לשם לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.

$$\text{הספק ממוצע: } \bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \varphi = V_{RMS} I_{RMS} \cos \varphi$$

כאשר φ היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.
 $\cos \varphi$ הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

גלים והתאבכות גלים

מהירות גל מחזורי:
 $v = \lambda f$

λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.

חוק השבירה:
 θ - הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאנך למשטח.

n - מקדם השבירה של כל תווך.
 v - מהירות הגל בכל תווך.

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:
 ℓ - אורך המיתר. n - מספר נקודות הקמר (מקסי/מיני) קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n.

L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n

n - סדר קו המקסימום. λ - אורך הגל.

d - המרחק בין החריצים.

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

θ_n - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

X_n - המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n.

L_n - המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n.

λ - אורך הגל. d - המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n \cdot \lambda$$

θ_n - הזווית למקסימום מסדר n.

d - המרחק בין שני חריצים צמודים. N - קבוע הסריג.

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:

$$\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$$

θ_n - הזווית למינימום מסדר n.

X_n - מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי. L_n - המרחק בין החריץ למינימום מסדר n.

w - רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע:

$$\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$$

כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 - סף השמע של אדם.

- ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים

$$\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha - \beta}{10}\right)}$$

שונים α ו- β :

האנרגיה של גל קול:

$$E = I \cdot S \cdot t$$

E - האנרגיה הכוללת של גל הקול. I - העוצמה בדציבל.

S - שטח החתך בו הגל פוגע.

t - משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

חוק סנל

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

חוק סנל:
 כאשר n הם מקדמי השבירה של התווך ו- θ הן הזוויות בין הקרן שפוגעת/מוחזרת לבין האנך למשטח.

גלים אלקטרומגנטיים

משוואות הגלים בריק ($\rho = j = 0$):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \quad ; \quad \vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$$

c היא מהירות האור כאשר $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \varepsilon_0$

- למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.

- המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow \vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2} \quad ; \quad \vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2}$$

זכורת לאפליסאן:

$$\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$$

פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$

ω היא התדירות הזוויתית

כאשר f היא התדירות בהרץ ו- T הוא זמן המחזור.

- הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .

איך למצא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{k} \times \vec{E} \quad ; \quad \vec{E} = c \vec{B} \times \vec{k}$$

צורת הגל במרחב:

השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

λ הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא): $|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$

יחס הדיספרסיה: $\omega = c|k|$
היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואת הגלים.

פתרון נוסף (עם פלוס): $E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$
במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל $\vec{k}$

וקטור פוינטינג והאנרגיה האגורה בשדות GOOL
אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left(\frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח): $u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$

וקטור פוינטינג: $\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

הקשר בין האנרגיה לוקטור פוינטינג בריק:

$$\oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פוינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

הקשר הדיפרנציאלי בריק: $\vec{\nabla} \cdot \vec{s} = - \frac{du_{em}}{dt}$