

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

γ – הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים

חוק הוק – הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$
כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$	$k_{eff} = k_1 + k_2$
כוח גרר וכוח ציפה	GOOL

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$
כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת התנועה – משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.
מהירות סופית – המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
כוח סטוקס – כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ – צמיגות הנוזל, R רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
 $F_b = \rho_l V g$ כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע) **GOOL**

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta\theta \cdot R$
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית ($speed$): $v(t) = \frac{ds}{dt}$
כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 f – התדירות, T – זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{המרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קבועה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$
הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$
כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m \omega^2 R$
בכיוון החוצה מהמעגל.
שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה מסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

עבודה ואנרגיה **GOOL**

עבודה של כוח קבוע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
- אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
 $W_{EF} = \Delta E_k$ העבודה של **כל הכוחות** שפועלים על הגוף
 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$ אנרגיה קינטית
כוח משמר:

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.
- העבודה במסלול סגור מתאפסת.
- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c = -\Delta U$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$
כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

- חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות
אנרגיה (מכאנית) כללית:
 $E = E_k + U$
 U – סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה:
 $E_i + W_{NC} = E_f$
 W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים
חוק שימור האנרגיה:
אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת
העבודה של כוח לא קבוע:

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$
בשביל הנוסחה צריך גם משוואה להמסלול.
דוגמה בוד-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נזרת $dy = 5x^4 dx$.
אז $dy = 5x^4 dx$ בדוגמה (בדוגמה גבולות של x)
איך בודקים אם כוח הוא משמר:
אם ורק אם $\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.
נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתווזה קטנה): $U''_x > 0$
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווזה קטנה): $U''_x < 0$
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
שיווי משקל יציב – כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף – כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס
הספק ונצילות **GOOL**

הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 $\vec{F}$ – הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
נצילות: $\eta = \frac{W_{out}}{E_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$
כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מציין את כל מה שמושקע.
מתקף ותנע **GOOL**

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח: $\vec{j} = \int \vec{F} dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבבלב עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
בדיכ רשמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשויות אלסטיות: יש גם שימור אנרגיה ונוסף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2 = m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2$
אם התנגשויות חזיתיות (במיד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:
 $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשויות אלסטיות לא חזיתיות בין שני גופים בעלי **מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות**: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשויות פלסטיות (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$
בהתנגשויות פלסטיות לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תסימה:
 $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.
מרכז מסה **GOOL**

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיות בהתאמה.
מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$
אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.
בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:
 $x_{c.m.} = \int x dm$
כ"ל לגבי z-y, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.
מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M \vec{v}_{c.m.}$
ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.
מערכת מרכז המסה היא מערכת שזוהי ביחד עם נקודת מרכז המסה.
בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמציות גליליי.
במערכת מרכז המסה **התנע הכולל של המערכת הוא אפס** ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.
אם ההתנגשויות אלסטיות, **גודל המהירות של כל גוף נשמר**.

מומנט כוח **GOOL**

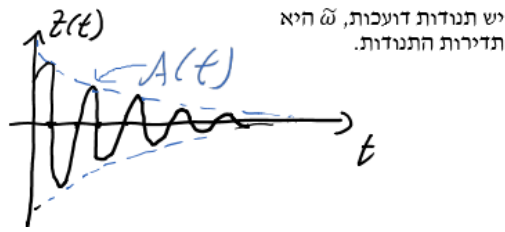
מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_\perp$
כאשר $r_\perp$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח
כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.
תנע זוויתי (תנ"ז) **GOOL**

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{r}$ – הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ – התנע הקווי
עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:
 $|\vec{L}| = mvd$
כאשר d זה המרחק האפקטיבי.
 v – המהירות.
הקשר בין תנ"ז למומנט כוח: $\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$
חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר
תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.
מומנט התמד **GOOL**

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$
משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת של הגוף. **הערה**: משפט שטיינר פועל רק **לצירים מקבילים**, ורק כאשר אחד הצירים עובר **במרכז המסה**.
אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$	טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$	



יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.

תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$$

Ω ו- F_0 קבועים כלשהם

$$\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$$

משוואת התנועה:

פתרון משוואת התנועה:

$$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$$

(t) הומוגני - x הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת

שמתחלק לשלושת המקרים ...

- במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזניח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה

מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם

$\omega_0 \ll \Gamma$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות

התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרסן)

איך נגשים לשאלות?

- דרך כוחות ומומנטים

עושים:

 1. $\Sigma F = ma_{c.m.}$ חוק II
 2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
 3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

חוקי שימור

בודקים מה נשמר:

 1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
 2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
 3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

GOOL

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה:

k ו- m הם קבועים **חיוביים** כלשהם.

x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.

x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.

$\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.

חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה:

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.

A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.

ω - תדירות זוויתית $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$.

ϕ - פאזה.

מציאת הקבועים בפתרון:

x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{\text{של המקדם } x}{\text{של המקדם } \ddot{x}}}$$

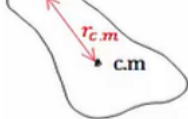
A, ϕ מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית:

מטוטלת פיזיקאלית:

גוף קשיח שתולים בנקודה

כלשהי



$$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

I_0 - מומנט ההתמד בנקודת

התליה

האנרגיה:

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך

האמפליטודה.

- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית,

הפוטנציאלית מקסי בקצוות והקינטית בשיווי משקל.

בור פוטנציאל: כאשר גוף נע בסביבה קרובה מאוד

למינימום של הפוטנציאל (האנרגיה הכללית שלו גדולה רק

במעט מהאנרגיה הפוטנציאלית במינימום) אז הוא מבצע

תנועה הרמונית בתדירות:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{U''(x_0)}{m}}$$

x_0 - מיקום נקי המינימום, ו- $U''(x_0)$ נגזרת שניה בנקודה.

GOOL

תנועה הרמונית מרוסנת

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרסן מהצורה:

v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה:

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x -במישור הדיסקה	$I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
מוט במרכז המסה	$I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$
מוט בקצה	$I = \frac{1}{3} mL^2$
כדור מלא במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:

אם $I_x = I_y$ (בדרי"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף **סימטרי לאורך ציר z**: מומנט ההתמד של

הגוף סביב ציר z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy.

לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה

ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס

הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא

מהרשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף

מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא

באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

תנ"ז:

- גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים

בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר

- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב

מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה

ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות

הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.