

## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים  
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את  
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית  
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר  
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,  
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.  
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.  
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

### מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.  
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.  
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו  
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון  
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.  
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר  
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים  
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



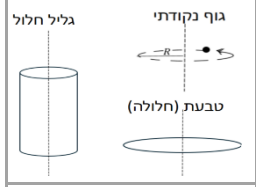
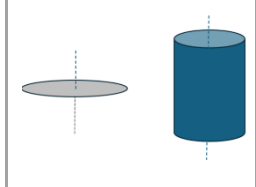
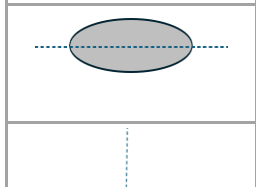
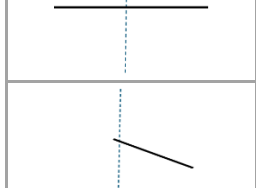
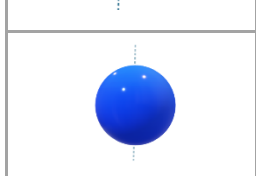
| GOOL                                                                                                         | מרכז מסה                                        |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------|
| $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$                                             | מיקום מרכז המסה:                                |
| $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$                                                               | ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x: |
| $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$                                             | מהירות מרכז המסה:                               |
| $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$                                             | תאוצת מרכז המסה:                                |
| עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה. |                                                 |
| גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.                         |                                                 |
| תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:                                                                   |                                                 |

$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$ 
אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה"- לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות. בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m} = \int xdm$$

כ"ל לגבי y ו- z, לחישוב  $dm$  הסתכלו במבוא המתמטי. מערכת מרכז המסה:  $\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$ 
ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה. מערכת מרכז המסה היא מערכת שזוה ביחד עם נקודת מרכז המסה. בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גלילי. במערכת מרכז המסה **התנע הכולל של המערכת הוא אפס** ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד. אם ההתנגשות אלסטית, **גודל המהירות של כל גוף נשמר**.

| GOOL                                                                                                                                                                                                                                                                             | מומנט התמד                          |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------|
| אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב <b>כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית</b> (אך לא באותה מהירות קווית)                                                                                                                                                |                                     |
| $I = \Sigma m_i r_i^2$                                                                                                                                                                                                                                                           | מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: |
| $I' = I_{c.m.} + md^2$                                                                                                                                                                                                                                                           | משפט שטיינר:                        |
| כאשר $d$ הוא המרחק בין הצירים ו $m$ היא המסה הכוללת של הגוף. <b>הערה:</b> משפט שטיינר פועל רק <b>לצירים מקבילים</b> , ורק כאשר אחד הצירים עובר <b>במרכז המסה</b> . <b>אדטיביות:</b> ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$ |                                     |

|                                                                                    |                                                                                                                               |
|------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: <p><math>I = mR^2</math></p> טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: <p><math>I_{c.m.} = mR^2</math></p> |
|  | דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z- אנך לדיסקה <p><math>I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2</math></p>                               |
|  | דיסקה במרכז מסה סביב ציר x- במישור הדיסקה <p><math>I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2</math></p>                                      |
|  | מוט במרכז המסה <p><math>I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2</math></p>                                                                |
|  | מוט בקצה <p><math>I = \frac{1}{3}mL^2</math></p>                                                                              |
|  | כדור מלא במרכז מסה <p><math>I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2</math></p>                                                             |

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת  $\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x$  וגם  $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$  וגם  $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ 
שלב 1 - נעשה  $U = - \int F_x dx + g(y, z)$ 
כאשר  $g(y, z)$  היא פונקציה כללית שתלויה רק ב y, z,
דוגמה:  $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$ 
 $U = - \int 2xyzdx + g(y, z) = -x^2yz + g(y, z)$ 
שלב 2 - נעשה  $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$  ומשם נמצא את  $g(y, z)$ :
באמצעות אינטגרל על y ונוסיף  $h(z)$ . בדוגמה:
נציב ב  $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ :  $-x^2z + \frac{\partial g(y,z)}{\partial y} = -(zx^2 + 3)$ 
נעשה אינטגרל ונוסיף  $h(z)$ :  $g(y, z) = -3y + h(z)$ 
עכשיו  $U = -x^2yz - 3y + h(z)$ 
שלב 3- נעשה  $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$  ומשם נמצא את  $h(z)$  באמצעות אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:
נציב ב  $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ :  $-x^2y + \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -yx^2$ 
נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע:  $h(z) = C$ 
קבלנו:  $U = -x^2yz - 3y + C$ 
שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה לדוגמה  $U(0,0,0) = 0$ , אם אין תנאי נשאיר את C.
- אם אין תלות ב- Z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

| GOOL                                                                      | הספק ונצילות |
|---------------------------------------------------------------------------|--------------|
| $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$                                            | הספק ממוצע:  |
| $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} =  \vec{F}  \vec{v} cos\alpha$ | הספק רגעי:   |
| $\eta = \frac{W_{out}}{W_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$                  | נצילות:      |
| כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.  |              |

| GOOL                                                                                                       | מתקף ותנע                              |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------|
| $\vec{p} = m\vec{v}$                                                                                       | התנע של גוף:                           |
| $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$                                                                       | הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: |
| $\vec{J} = \int \vec{F} dt$                                                                                | המתקף של כוח:                          |
| המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום). |                                        |
| המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:                                                             |                                        |

$\vec{J}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$ 
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע:  $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$ 
בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
**התנגשות אלסטית:** יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואת התנע את המשוואה:  $m_1u_1^2 + m_2u_2^2 = m_1v_1^2 + m_2v_2^2$ 
אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:  $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$ 
**התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד מהגופים במנוחה לפני ההתנגשות:** הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
**התנגשות פלסטית** (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):  $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)u$ 
בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
**התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות:** אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
**התנגשויות קצרות:** ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.
**מקדם תקומה:**  $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$ 
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית.
**התנגשויות ללא שימור תנע:** אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד לא אז נזניח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

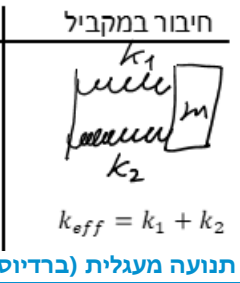
| GOOL | מסה משתנה |
|------|-----------|
|------|-----------|

הנוסחה  $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$  לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני:  $\Sigma \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$ 
**נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:**

$$\sum \vec{F}_{ext} = M(t)\frac{d\vec{v}}{dt} + \vec{v}_{rel}\frac{dm}{dt}$$

כאשר  $\frac{dm}{dt}$  הוא קצב הפליטה (חיובי) כאשר חומר יוצא מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף).
 **$\vec{v}_{rel}$**  - מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחורה אז היא צריכה להיות שלילית)
**ext** - הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

כאשר  $x$  הוא מיקום הגוף ו-  $x_0$  המיקום שבו הקפיץ רפוי.

| חיבור במקביל                                                                       | חיבור בטור                                                                         |
|------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
|  |  |
| תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)                                                         | GOOL                                                                               |

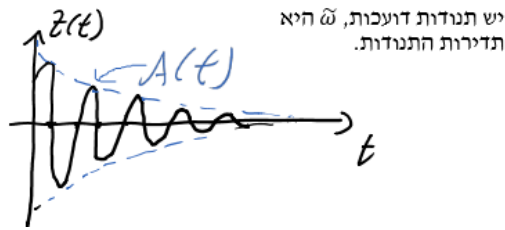
**הדרך בתנועה מעגלית:**  $S = \Delta \theta \cdot R$ 
**הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל.**  $\Delta \theta$  היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!
**גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):**  $v(t) = \frac{ds}{dt}$ 
-כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
**מהירות זוויתית:**  $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ 
**f** - התדירות, **T** - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)
**קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:**  $v = \omega R$ 
**תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):**  $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ 
**הכוחות למרכז המעגל:**  $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m\frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$

**תאוצה זוויתית:**  $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$ 
**תאוצה משיקית(רק בתנועה לא קצובה):**  $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$ 
**הגובה במעגל אנכי:**  $h = R(1 - \cos \theta)$ 
- כאשר  $h$  ו-  $\theta$  נמדדים מתחתית המעגל.
**הכוח הצנטריפוגלי:**  $F_r = m\omega^2 R$ 
- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
**וקטור המיקום:**  $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$ 
**הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:**  $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$ 
**הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:**  $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

| GOOL                  | כוח גרר וכוח ציפה                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-----------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\vec{F} = -k\vec{v}$ | <b>כוח גרר הוא כוח מהצורה:</b> <p>כאשר <math>\vec{v}</math> היא מהירות הגוף ו- <math>k</math> הוא קבוע כלשהו. <b>משוואת תנועה</b> - משוואה הכוללת את <math>x</math>, <math>v</math> ו- <math>a</math>. בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות. <b>מהירות סופית</b> - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס) <b>כוח סטוקס</b> - כוח גרר שפועל על <b>כדור בתוך נוזל</b>: <math>\eta</math>- צמיגות הנוזל, <math>R</math>- רדיוס הכדור <b>כוח ציפה:</b> פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד. <b>כוח ציפה:</b> <math>F_b = \rho_l Vg</math></p> |

כאשר  $\rho_l$  היא צפיפות הנוזל ו-  $V$  הוא נפח הגוף.

| GOOL                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | עבודה ואנרגיה |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------|
| <b>עבודה של כוח קבוע:</b> <p><math>W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} =  \vec{F}  \cdot  \Delta \vec{r}  \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z</math> כאשר <math>\alpha</math> היא הזווית בין הכוח להעתק. העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת. - אם הגוף לא אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס). הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית: <b><math>W_{EF} = \Delta E_k</math></b> העבודה של <b>כל הכוחות</b> שפועלים על הגוף <b>כוח משמר:</b> <math>E_k = \frac{1}{2}mv^2</math></p>                                                                                                                                                                                                                                                            |               |
| <b>העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול,</b> היא תלויה רק בנקודת ההתחלה והסיום של התנועה. - העבודה במסלול סגור מתאפסת. - יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c = -\Delta U$ האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$ האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$ כאשר $x$ ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- $k$ קבוע הקפיץ. - חוץ מ- $U_g$ ו- $U_{el}$ יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות <b>אנרגיה (מכאנית) כללית:</b> $E = E_k + U$ - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה. <b>משפט עבודה אנרגיה:</b> $E_i + W_{NC} = E_f$ <b><math>W_{NC}</math></b> העבודה של כל הכוחות הלא משמרים <b>חוק שימור האנרגיה:</b> אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת <b>חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:</b> |               |



יש תנודות דועכות,  $\tilde{\omega}$  היא תדירות התנודות.

## תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:

$$\vec{F}(t) = F_0 \sin(\Omega t)$$

$\Omega$  ו- $F_0$  קבועים כלשהם

$$\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$$

משוואת התנועה:

פתרון משוואת התנועה:

$$x(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$$

( $t$ ) הומוגני -  $x$  הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת

שמתחלק לשלושת המקרים ...

- במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזניח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה

מקסימאלי. ניתן למצא אותה ע"י נגזרת של  $A$  לפי  $\Omega$ . אם

$\omega_0 \ll \Gamma$  אז תדירות התהודה היא בקירוב  $\omega_0$  (תדירות

התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרסן)

| $F$ | $\tau$ |
|-----|--------|
|-----|--------|

לגולל ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח)  $\leftarrow a_{c.m.} = aR$ ;  $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

א"ר נגשים לשאלות?

דורך כוחות ומומנטים

חוקי שימור

עושים:

$$\Sigma F = ma_{c.m.} : I$$

$$\Sigma \tau = I\alpha$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

$$a_{c.m.} = aR$$

1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.

2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.

3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה:

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

$$-k(x - x_0) = m\ddot{x}$$

|                       |                                      |
|-----------------------|--------------------------------------|
| תיבה או לוח במרכז מסה | $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$ |
|-----------------------|--------------------------------------|

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:  $I_z = I_x + I_y$

אם  $I_x = I_y$  (בדרי"כ מסימטריה) אז  $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר  $Z$ : מומנט ההתמד של

הגוף סביב ציר  $Z$  יהיה כמו של גוף משטחי במישור  $xy$ .

לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה

ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס

הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:

כאשר  $r$  הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא

מהרשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר  $z$ :  $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח:  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר  $\vec{r}$  הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל

הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או

באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט:  $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$

כאשר  $r_{\perp}$  הוא הרכיב של  $\vec{r}$  המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז:  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$  - הוא וקטור המיקום של הגוף,  $\vec{p}$  - התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$$|\vec{L}| = mvd$$

כאשר  $d$  זה המרחק האפקטיבי.

$v$  - המהירות.

הקשר בין תנ"ז

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם  $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$  אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב

מרכז מסה שני:

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

כאשר  $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$  זה התנע הזוויתי של מרכז המסה

כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

ו- $\vec{L}_{c.m.}$  התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר

סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת

מרכז המסה.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף

מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא

באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:

$$\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$$

תנ"ז:

גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$$

בגוף אותה מהירות קווית):

$$\vec{L} = I\vec{\omega}$$

תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע:

כאשר  $I$  מומנט ההתמד ביחס לציר

תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

מרכז המסה):