

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה! :

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השולים, לבחור שולים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות. בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר. אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים. ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה. בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא. ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

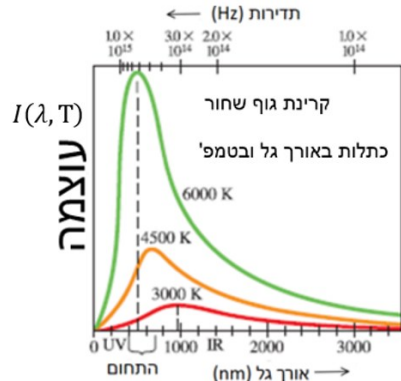
הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:

חוק בוין: $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$

λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין

נוסחת פלאנק לקרינת גוף שחור: $I(\lambda, T) = \frac{2\pi hc^2 \lambda^{-5}}{e^{hc/\lambda kT} - 1}$



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$

אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי: $E = nhf$

כאשר n הוא המספר הקוונטי

התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

אנרגיה של פוטון יחיד (f - תדירות האור): $E = hf$

הניסוי הפוטואלקטרי:

תדירות סף (פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$

אנרגיה קינטית מקסי של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$

מתח עצירה: $eV_0 = E_{kmax}$

השוואה לתורה הגלית:

לפי התורה הפוטונית

1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם.

הגדלת העוצמה תגדיל את מספר האלק' הנפלט אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.

2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.

3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית

1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה תגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.

2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.

אנרגיה מסה ותנע של פוטון:

אנרגיה של פוטון יחיד: $E = hf$

תנע של פוטון: $p = \frac{E}{c} = h \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$

מסת מנוחה של פוטון: $m = 0$

אפקט קומפטון:

הסתת קומפטון: $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$

λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.

אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות:

תנאים ביצירת זוגות:

1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען

2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגיית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .

3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.

4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.

דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

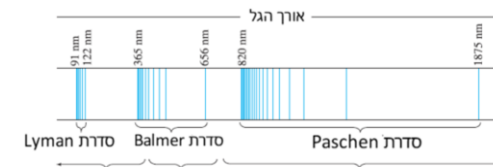
אורך גל דה ברויל של חלקיק: $\lambda = \frac{h}{p}$

$p = mv$ לא יחסותי, $p = \gamma mv$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום:

אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2} \right)$

קבוע Rydberg: $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$



בעיות במודל הפלנטארי של ראתפורד:

1. מדוע הקרינה שנפלטת היא באורכי גל מסוימים בלבד.

2. אם האלקטרון בתאוצה כל הזמן הוא צריך לאבד אנרגיה כל הזמן ולקרוס לגרעין. אטומים לא היו צריכים להיות יציבים.

מודל האטום של בוהר:

הנחות המודל:

1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים אורביטלים.

2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים מצבים יציבים.

אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

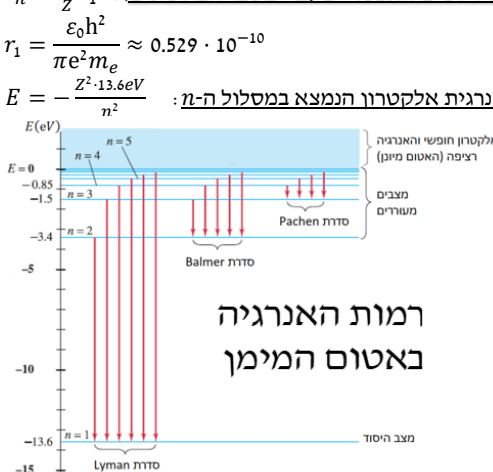
$hf = E_U - E_L$

הנחה על התנע הזוויתי ($n = 1, 2, 3, \dots$): $L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$

הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים): $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$

$r_1 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$

אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול n: $E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}}{n^2}$



רמות האנרגיה באטום המימן

בעיית שני הגופים ומסה מצומצמת:

מעבר למשתנים החדשים והמעבר ההפוך:

$\vec{r}_{rel} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$; $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

$\vec{r}_2 = \vec{r}_{c.m.} + \frac{m_1 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$; $\vec{r}_1 = \vec{r}_{c.m.} - \frac{m_2 \vec{r}_{rel}}{m_1 + m_2}$

האנרגיה במשתנים החדשים:

$E = \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} \mu v_{rel}^2 + U(r_{rel})$

$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ מסה מצומצמת:

בהנחה שאין כוחות חיצוניים אז החלק הראשון קבוע והאנרגיה תלויה רק ב r_{rel} והנגזרת שלו כמו במימד אחד.

תנ"צ: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$; $\vec{L}_{c.m.} = \mu \vec{r}_{rel} \times \vec{v}_{rel}$

פונקציית הגל של החומר:

ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$

נרמול: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$

כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.

מיקום ממוצע: $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$

המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).

שונות: $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$

כאשר: $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$

עקרון אי הודאות של הייזנברג:

אי ודאות מיקום תנע: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.

2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.

3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב-X והמיקום ב-Y בו זמנית.

אי ודאות זמן אנרגיה: $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$

1. ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.

2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות אסורות קלאסיות.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי: $\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$

משוואת שרדינגר:

משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \Psi(x,t)$

תנאים נוספים: 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד: $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + U \Psi$

משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$

כאשר: $\Psi(x,t) = \psi(x) e^{\frac{iEt}{\hbar}}$

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי:

פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$

חבילת גלים: $\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$

בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l:

$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{n\pi}{l} x\right)$

$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית.

באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:

1. ציירו את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.

2. עבור המצב ה-n ציירו גל עם n-1 נקודות צומת (לא כולל הקצוות).

3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולהיפך).

4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.

5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שההפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling):

מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$

הפוטנציאל במחסום. $U_0 > E$, אורך המחסום, $\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0-E)}}{\hbar}$ גובה

מקדם החזרה: $R = 1 - T$

אוסילטור הרמוני:

פונקציות הגל: $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$ $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$

$\psi_2(x) = \sqrt{2} (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$

$\psi_3(x) = 8\sqrt{3} (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$

רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ-1: $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

או שאפשר להתחיל את n מאפס ואז $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה

מהירות הפאזה (המהירות של אורך גל מסוים):

$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$

מהירות החבורה: $v_g = \frac{d\omega}{dk}$

יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל-k

פיזור

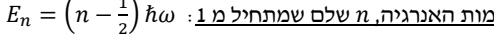
מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:

$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה: $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$

$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ $\psi(x) = Ce^{ikx}$



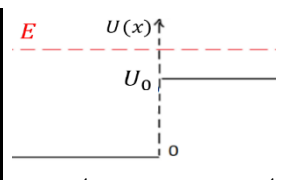
$T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$

אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:

$T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה: $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$

עבור מדרגת פוטנציאל
וכאשר $E > U_0$



$$T = \frac{4k_1k_2}{(k_1+k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1-k_2}{k_1+k_2}\right)^2$$

כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.
כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

פונקציית דלתא של דיראק

הגדרות הפונקציה:

$$\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$$

או $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ או $\delta_a(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-x^2/a^2}$ כאשר a הולך לאפס.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\delta(x-a) dx = f(a)$$

פיזור מפונקציית דלתא:
עבור $E < 0$ $V(x) = -a\delta(x)$

נקבל $\psi(x) = \frac{\sqrt{am}}{\hbar} e^{-\frac{am}{\hbar^2}|x|}$ ו- $E = -\frac{a^2m}{2\hbar^2}$

מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב- a (גודל הבור).

אם $E > 0$: $R = \left|\frac{B}{A}\right|^2 = \frac{\beta^2}{1+\beta^2}$

$T = \left|\frac{C}{A}\right|^2 \frac{1}{1+\beta^2}$, $\beta = \frac{am}{\hbar^2k}$, $k = \frac{\sqrt{2mE}}{\hbar}$

עבור: $E, V(x) = +a\delta(x)$ חייב להיות גודל מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר $E > 0$.

פוטנציאלים תלת מימדיים

תיבה תלת מימדית בגודל $a \times b \times c$:

$$\psi(x, y, z) = \sqrt{\frac{8}{abc}} \sin\left(\frac{n_x\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{n_y\pi}{b}y\right) \sin\left(\frac{n_z\pi}{c}z\right)$$

$$E = \frac{\pi^2\hbar^2}{2m} \left(\frac{n_x^2}{a^2} + \frac{n_y^2}{b^2} + \frac{n_z^2}{c^2}\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימדי:

$$v(x, y, z) = \frac{1}{2}k_x x^2 + \frac{1}{2}k_y y^2 + \frac{1}{2}k_z z^2$$

$$E = \left(n_x - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_x + \left(n_y - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_y + \left(n_z - \frac{1}{2}\right)\hbar\omega_z$$

ניון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה ולא מתרחש במימד אחד.
דרגת הניון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

פונקציית הגל כתלות בזמן

GOOL

$$\Psi(x, t) = \sum_n \alpha_n \psi_n(x) e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}$$

כאשר $\psi_n(x)$ הן פתרונות המצבים העמידים ו- E_n היא האנרגיה של כל מצב.
 $|\alpha_n|^2$ הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

אם $\Psi(x, 0)$ מנורמלת אז $\Psi(x, t)$ מנורמלת לכל t .

אופרטורים

אם $\hat{Q}\psi = \lambda\psi$ אז ψ היא פ"ע ו- λ הוא ע"ע.
פ"ע של אופרטור התנע: $\psi(x) = Ae^{ikx}$
הע"ע של אופרטור התנע: $\hbar k$
פ"ע של אופרטור המיקום: $\psi(x) = \delta(x-a)$
ע"ע: a (המיקום עצמו).
אופרטור ההמילטוניאן (מוודד את האנרגיה):

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + V(x)$$

אופרטורים הרמיטיים

גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי.
כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים ע"י אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה: $(\hat{A}\Psi)^* = \Psi^* \hat{A}$ לכל הפונקציות במרחב, או $\int_{-\infty}^{\infty} \Psi_1^* \hat{A} \Psi_2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} (\hat{A} \Psi_1)^* \Psi_2 dx$

תכונות של אופרטור הרמיטי:

- ערך התוחלת של אופרטור הרמיטי תמיד ממשי.
- הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי הן אורתוגונליות.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

הפירוש הסטטיסטי המוכלל

GOOL

אם ϕ_1, ϕ_2 הן הפ"ע ע"ע של האופרטור \hat{A} אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

$\Psi(x, t) = \sum \alpha_n \phi_n$
זה ההסתברות להיות במצב ϕ_n או ההסתברות למדוד את הערך λ_n . הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

במקרה הרציף:

$$\alpha_n \rightarrow \alpha(k, t); \lambda_n \rightarrow \lambda(k); \phi_n \rightarrow \phi(k)$$

$$\alpha_n = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_n^* \Psi(x, t) dx$$

$$\alpha(k, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(k) \Psi(x, t) dx$$

יחס החילוף

GOOL

$[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$

יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו.
אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).
יחס החילוף של המיקום עם התנע: $[\hat{x}, \hat{p}_x] = i\hbar$
אם"ם האופרטורים \hat{A} ו- \hat{B} מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.
אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.
אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות $\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |[\hat{A}, \hat{B}]|$ בניהם לפי:

משפט ארנפס

GOOL

$$\frac{d}{dt} \langle Q \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [\hat{H}, Q] \rangle + \left\langle \frac{\partial Q}{\partial t} \right\rangle$$

אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.

זרם ההסתברות

GOOL

$$\vec{j} = \frac{\hbar}{2mi} (\psi^* \vec{\nabla} \psi - \psi \vec{\nabla} \psi^*)$$

זרם ההסתברות מתאפס כשפונקציות גל ממשיים.
קבוע עבור מצבים יציבים.

אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי

GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב- r :
ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:

$$\Psi(r, \theta, \varphi) = R(r)\theta(\theta)\phi(\varphi)$$

המשוואה ל- $\theta(\theta)$:

$$\frac{1}{\theta(\theta)} \sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial \theta(\theta)}{\partial \theta} \right) + l(l+1) \sin^2 \theta = m^2$$

המשוואה ל- $\phi(\varphi)$:

$$\frac{\partial^2 \phi(\varphi)}{\partial \varphi^2} = -m^2 \phi(\varphi)$$

פתרון ל- $\theta(\theta)$ ו- $\phi(\varphi)$:

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = \theta(\theta)\phi(\varphi) = \varepsilon \sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$$

שם: $|m| \leq l$ ו- $\varepsilon = \begin{cases} (-1)^m & m > 0 \\ 1 & m \leq 0 \end{cases}$ $l \geq 0$

$P_l^m(x) = (1-x^2)^{\frac{|m|}{2}} \left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|} P_l(x)$

$$P_l(x) = \frac{1}{2^l l!} \left(\frac{d}{dx}\right)^l (x^2-1)^l$$

$$Y_0^0 = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}; Y_2^0 = \left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (3\cos^2\theta - 1)$$

$$Y_1^0 = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \cos\theta; Y_2^{\pm 1} = \mp \left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\theta \cos\theta e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_1^{\pm 1} = \mp \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\theta e^{\pm i\varphi};$$

$$Y_2^{\pm 2} = \left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2\theta e^{\pm 2i\varphi}$$

$$Y_3^0 = \left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}} (5\cos^3\theta - 3\cos\theta)$$

$$Y_3^{\pm 1} = \mp \left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\theta (5\cos^2\theta - 1) e^{\pm i\varphi}$$

$$Y_3^{\pm 2} = \left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^2\theta \cos\theta e^{\pm 2i\varphi}$$

$$Y_3^{\pm 3} = \mp \left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin^3\theta e^{\pm 3i\varphi}$$

$$P_1^0 = \cos\theta; P_3^0 = \frac{1}{2} (5\cos^3\theta - 3\cos\theta)$$

$$P_1^1 = \sin\theta; P_3^1 = \frac{3}{2} \sin\theta (5\cos^2\theta - 1)$$

$$P_2^0 = \frac{1}{2} (3\cos^2\theta - 1)$$

$$P_3^2 = \frac{3}{2} \sin\theta (5\cos^2\theta - 1)$$

$$P_2^1 = 3\sin\theta \cos\theta; P_3^1 = \frac{3}{2} \sin\theta (5\cos^2\theta - 1)$$

$$P_2^2 = 3\sin^2\theta; P_3^3 = 15\sin\theta (1 - \cos^2\theta)$$

אורתוגונליות:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\pi [Y_l^m(\theta, \varphi)]^* [Y_l^m(\theta, \varphi)] \sin\theta d\theta d\varphi = \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$$\frac{1}{R(r)} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right) - \frac{2mr^2}{\hbar^2} (V(r) - E) = l(l+1)$$

$$R(r) = \frac{u(r)}{r}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 u(r)}{dr^2} + \left[V(r) + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2m r^2} \right] u(r) = E u(r)$$

פתרון עבור אטום המימן:

$$E_n = -\frac{mk^2 e^4}{2\hbar^2} \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6eV}{n^2}$$

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{2l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$$

$a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10} m$ רדיוס בוהר:

$$L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$$

$$L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$$

$$R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2r}{3a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3r}{4a} + \frac{3}{8} \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192} \left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי:

$$\psi_{nlm}(r, \theta, \varphi) = R_{nl}(r) Y_l^m(\theta, \varphi)$$

l ו- n שלמים, $l=0, 1, 2, 3, \dots$ ו- $n=1, 2, 3, \dots$
 m שלם ומקיים: $-l \leq m \leq l$

אורתוגונליות:

$$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin\theta dr d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק r מהגרעין):

$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$$

התנע הזוויתי: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$

$$\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1)\hbar^2 Y_l^m$$

$$|L| = \sqrt{l(l+1)}\hbar$$

גודל התנע יכול להיות אפס בניגוד לגודל של בוהר.
את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של L_z , משם אפשר למצא את $\cos\theta = \frac{L_z}{|L|}$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!
צפיפות המצבים: $g(n) = 2n^2$ (ה-2 מגיע מהספין).
כללי מעבר: א. $n_i > n_f$. ב. $\Delta l = l_f - l_i = \pm 1$. ג. $\Delta m = m_f - m_i = 0, \pm 1$.

מונטס מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

מונטס כוח על דיפול מגנטי $\vec{\mu}$: $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי: $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \nabla) \vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין:

$$\vec{\mu} = \frac{-\mu_B \vec{L}}{\hbar}$$

המגנטון של בוהר:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = 5.788 \cdot 10^{-5} \text{ eV/T}$$

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני: $U = \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \cdot \vec{B} = \mu_B B m$ כאשר m הוא המספר הקוונטי של L_z .

תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות בעקבות אפקט זימן: $\Delta E_z = \mu_B B \Delta m$

התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרום להתפצל לשלושה קווים.

ספין ניסוי ושרן גרלך:

GOOL

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

תנ"י כולל: כאשר \vec{L} תנ"י מסילתי, \vec{S} תנ"י כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)}\hbar$$

S גדולה - גודל התנ"י מהספין. s קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון $s = \frac{1}{2}$. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין הן כפולות שלמות של חצי.

$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם נקראים **פרמיונים** וחלקיקים שהספין שלהם שלם נקראים **בוזונים**.

$$S_z = m_s \hbar$$

$s < m_s < s$ בקפיצות של 1 עבור אלקטרון:

$$m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$$

מומנט מגנטי מהספין:

$$\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$$

פקטור g , עבור אלקטרון $g \approx 2.0023$...

אטומים מורכבים והטבלה המחזורית:

כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי המספרים הקוונטיים: n, l, m_l, m_s . בגלל האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות תלויות ב- n וגם ב- l .

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטיים: n, l, m_l, m_s .

ככל ש- l גדל (יש יותר תנ"י מסילתי) האנרגיה גדלה.

GOOL **ייצוג באמצעות אלגברה ליניארית:**

תכונות המכפלה הפנימית:

$$\langle u|v \rangle = \langle v|u \rangle^*$$

$\langle v|v \rangle = |v|^2$ ממשי גדול או שווה לאפס

אם $\langle v|v \rangle = 0$ אז $|v\rangle = |0\rangle$

$$\langle v|(\alpha|u\rangle + \beta|k\rangle) = \alpha\langle v|u\rangle + \beta\langle v|k\rangle$$

גדרת המכפלה הפנימית בפונקציות הגל:

$$\langle \psi_1|\psi_2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \psi_1^* \psi_2 dx$$

נורמה: $\|v\| = \sqrt{\langle v|v \rangle}$

מכפלה פנימית: $\langle \psi_1|\psi_2 \rangle = \sum \alpha_i^* \beta_i$ כאשר α_i ו- β_i הם המקדמים של פונקציות הגל באותו בסיס

GOOL **אי שוויון שורץ:**

$$|\langle a|b \rangle|^2 \leq \langle a|a \rangle \langle b|b \rangle$$

זווית מוכללת בין וקטורים:

$$\cos \theta = \frac{\langle a|b \rangle \langle b|a \rangle}{\langle a|a \rangle \langle b|b \rangle}$$

אי שוויון המשולש:

$$|\langle a|a \rangle + \langle b|b \rangle| \leq \langle a|a \rangle + \langle b|b \rangle$$

GOOL **אופרטורים בייצוג אלגברי**

אופרטורים מיוצגים באמצעות מטריצות:

$$\hat{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & \dots & Q_{1n} \\ Q_{21} & Q_{22} & \dots & Q_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Q_{n1} & Q_{n2} & \dots & Q_{nn} \end{pmatrix}$$

האיבר Q_{ij} מעביר את הוקטור e_j לוקטור e_i (כפול סקלר כלשהו): $Q_{ij} = \langle e_i|\hat{Q}|e_j \rangle$, שורה i , עמודה j .

אם הבסיס הוא בסיס עצמי של אופרטור כלשהו אז המטריצה של האופרטור תהיה אלכסונית והערכים על האלכסון הם הערכים העצמיים של האופרטור.

$$\langle \psi_1|\hat{Q}|\psi_2 \rangle = \langle \psi_1|\hat{Q}|\psi_2 \rangle$$

כתיב נוסף:

$$\langle \hat{Q}\psi | = (\hat{Q}|\psi \rangle)^\dagger = \langle \psi|\hat{Q}^\dagger$$

מטריצה משוחלפת:

$$A^T = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{pmatrix}$$

צמד הרמיטי:

$$A^\dagger = (A^*)^T = \begin{pmatrix} A_{11}^* & A_{12}^* & \dots & A_{1n}^* \\ A_{21}^* & A_{22}^* & \dots & A_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ A_{n1}^* & A_{n2}^* & \dots & A_{nn}^* \end{pmatrix}$$

מטריצת יחידה:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{pmatrix} = \sum |\phi_n\rangle\langle\phi_n|$$

כפל מטריצות: $C = A \cdot B \Rightarrow C_{mn} = \sum A_{mi} B_{in}$

כפל מטריצות הוא לא חילופי: $AB \neq BA$

יחס חילוף בין מטריצות: $[A, B] = AB - BA$

מטריצה ההופכית: $AA^{-1} = A^{-1}A = I$

מטריצה אוניטרית: $U^\dagger = U^{-1}$

זהויות:

$$(AB)^\dagger = B^\dagger A^\dagger; (AB)^{-1} = B^{-1} A^{-1}$$
$$(A^\dagger)^\dagger = A; (\langle \psi_1|A^\dagger|\psi_2 \rangle)^* = \langle \psi_2|A|\psi_1 \rangle$$
$$(AB)^T = B^T A^T; \langle \psi_1|A\psi_2 \rangle = \langle A^\dagger\psi_1|\psi_2 \rangle$$

הגודל של עי"ע של אופרטור אוניטרי הוא תמיד 1.

אופרטורים הרמיטיים ואוניטריים הם אופרטורים נורמליים, כלומר: $[A, A^\dagger] = 0$.

פונקציות של אופרטורים והפרופגטור

GOOL

$$f(\hat{A}) = \sum_n \alpha_n \hat{A}^n$$

אם $f(x) = \sum_n \alpha_n x^n$ אז ניתן להגדיר $f(\hat{A})$ אם ורק אם \hat{A} אלכסונית ו- a_i הם הע"ע שלה

כלומר אם $\hat{A} = \begin{pmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

$$\hat{B} = f(\hat{A}) = \begin{pmatrix} f(a_1) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f(a_2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

זהויות:

$$[\hat{A}, f(\hat{B})] = 0 \text{ תא } [\hat{A}, \hat{B}] = 0$$

אם $[\hat{A}, \hat{B}] = cI$ כאשר I היא מטריצת יחידה ו- c קבוע. אז $[\hat{A}, f(\hat{B})] = c \frac{df(\hat{B})}{dx}$

אם $f(x)$ ממשית ואנליטית, כלומר ניתן לפתח אותה לטור

אז $f^\dagger(\hat{A}) = f(\hat{A}^\dagger)$

הפרופגטור:

$$|\psi(t)\rangle = \hat{U}(t)|\psi(0)\rangle$$
$$\hat{U}(t) = \sum_n e^{-i\frac{E_n t}{\hbar}} |E_n\rangle\langle E_n| = e^{-i\frac{\hat{H}t}{\hbar}}$$

הפרופגטור הוא אופרטור אוניטרי ולכן הנורמה של פונקציית הגל נשמרת במהלך ההתפתחות בזמן.

אופרטור העלאה והורדה באוסילטור הרמוני:

אופרטור ההורדה (או השמדה):

$$\hat{a}|\psi_n\rangle = \sqrt{n}|\psi_{n-1}\rangle; \hat{a} = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} + \frac{i}{m\omega}\hat{p}\right)$$

אופרטור ההעלאה (או יצירה):

$$\hat{a}^\dagger = \left(\frac{m\omega}{2\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\hat{x} - \frac{i}{m\omega}\hat{p}\right)$$
$$\hat{a}^\dagger|\psi_n\rangle = \sqrt{n+1}|\psi_{n+1}\rangle$$

$$\hat{H} = \hbar\omega \left(\hat{a}^\dagger\hat{a} + \frac{1}{2}\right) = \hbar\omega \left(\hat{a}\hat{a}^\dagger - \frac{1}{2}\right)$$
$$[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1; E_n = \hbar\omega \left(n + \frac{1}{2}\right) \quad n = 0, 1, 2, \dots$$
$$\psi_0(x) = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2}$$

$$\psi_n = \frac{1}{\sqrt{n!}} (\hat{a}^\dagger)^n \psi_0 = \left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{\frac{1}{4}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} e^{-\frac{m\omega}{2\hbar}x^2} H_n \left[\left(\frac{m\omega}{\hbar}\right)^{\frac{1}{2}} x\right]$$
$$H_0(y) = 1; H_2(y) = -2(1 - 2y^2)$$
$$H_1(y) = 2y; H_3(y) = -12\left(y - \frac{2}{3}y^3\right)$$

GOOL **תנ"י מסילתי והספין:**

התנ"י בקואורדינטות כדוריות:

$$\hat{L}_z = (-i\hbar) \frac{\partial}{\partial \varphi}$$
$$\hat{L}_x = -i\hbar \left(-\sin\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \cos\varphi \cot\theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$
$$\hat{L}_y = -i\hbar \left(\cos\varphi \frac{\partial}{\partial \theta} - \sin\varphi \cot\theta \frac{\partial}{\partial \varphi}\right)$$
$$\hat{L}^2 = -\hbar^2 \left(\frac{1}{\sin\theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \sin\theta \frac{\partial}{\partial \theta} + \frac{1}{\sin^2\theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}\right)$$
$$\hat{L}_\pm = \hat{L}_x \pm i\hat{L}_y$$
$$\hat{L}_+\hat{L}_- = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hbar\hat{L}_z$$
$$\hat{L}_-\hat{L}_+ = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 - \hbar\hat{L}_z$$

יחסי החילוף של התנ"י המסילתי:

$$[\hat{L}_x, \hat{L}_y] = i\hbar\hat{L}_z; [\hat{L}_y, \hat{L}_z] = i\hbar\hat{L}_x$$
$$[\hat{L}_z, \hat{L}_x] = i\hbar\hat{L}_y; [\hat{L}_x, \hat{L}_-] = 2\hbar\hat{L}_z$$
$$[\hat{L}_z, \hat{L}_\pm] = \pm\hbar\hat{L}_\pm; [\hat{L}^2, \hat{L}_\pm] = 0$$

$$[\hat{L}^2, \hat{L}_z] = [\hat{L}^2, \hat{L}_y] = [\hat{L}^2, \hat{L}_x] = 0$$
$$L_\pm Y_l^m = \hbar\sqrt{l(l+1) - m(m\pm 1)} Y_l^{m\pm 1}$$
$$\hat{L}_x = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}; l = 1$$

מטריצות התנ"י עבור $l = 1$

$$\hat{L}_y = \frac{\hbar}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & i & 0 \\ -i & 0 & i \\ 0 & -i & 0 \end{pmatrix}; \hat{L}^2 = \hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

ספין - אותם יחסי חילוף כמו התנ"י:

$$\hat{S}_z f = \hbar m_s f$$
$$\hat{S}^2 f = \hbar^2 S(S+1) f$$

$-S \leq m_s \leq S$ קפיצות של 1

m_s, S יכולים להיות חצי שלמים.

S קבוע ותלוי רק בסוג החלקיק. פרמיונים - חצי שלם, בוזונים - ספין שלם.

ספין חצי:

$$S = \frac{1}{2} \quad m_s = \pm \frac{1}{2}$$
$$|x_+\rangle = \left|\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right\rangle \equiv |\uparrow\rangle; |x_-\rangle = \left|\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right\rangle \equiv |\downarrow\rangle$$
$$\hat{S}_z = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}; \hat{S}_x = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$\hat{S}_y = \frac{\hbar}{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}; \hat{S}^2 = \frac{3}{4}\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$
$$\hat{S}_\pm = \hat{S}_x \pm i\hat{S}_y$$
$$\hat{S}_\pm |s, m_s\rangle = \hbar\sqrt{s(s+1) - m_s(m_s \pm 1)} |s, m_s \pm 1\rangle$$

פונקציית ספין כללית:

$$|x\rangle = \alpha|x_+\rangle + \beta|x_-\rangle$$

המילטוניו פרקי:

$$\hat{H}(\hat{X}, \hat{P}, \hat{S}) = \hat{H}_0(\hat{X}, \hat{P}) + \hat{H}_S(\hat{S})$$

במקרה זה ניתן לפתור את משוואת שרדינגר לספין ולמרחב בנפרד.

GOOL **נקיפת לרמור:**

ערך התוחלת של S עבור ספין חצי בשדה מגנטי עושה נקיפה (פרסציה) מסביב לשדה בתדירות $\omega = \gamma B_0$

בוזויות α ביחס לשדה כאשר $\gamma = \frac{e}{2m_e}$.

g הוא היחס הגיירו מגנטי. α נקבעת מתנאי התחלה.

פונקציית הגל:

$$\chi(t) = \left(\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{\frac{\gamma B_0 t}{2}}, \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) e^{-\frac{\gamma B_0 t}{2}}\right)$$

GOOL **חיבור תנ"י:**

$$|S_1 - S_2| \leq S < S_1 + S_2$$

חיבור שני ספינים:

S הוא של כל המערכת והוא לא קבוע בניגוד לחלקיק בודד.

$$-S \leq m_s \leq S$$

עבור שני חלקיקים עם ספין חצי:

$$|1, -1\rangle \rightarrow |\downarrow\downarrow\rangle$$

מצבי טריפלט:

$$|1, 1\rangle \rightarrow |\uparrow\uparrow\rangle; |1, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\rangle)$$
$$|0, 0\rangle \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|\uparrow\downarrow\rangle - |\downarrow\uparrow\rangle)$$

מצב סינגלט:

$$\hat{J} = \hat{L} + \hat{S}$$

תנ"י כולל: אותם יחסי חילוף כמו של התנ"י המסילתי והספין.

$$\hat{J}_z f = \hbar m_j f; \hat{J}^2 f = \hbar^2 j(j+1) f$$
$$m_j = m_l + m_s; |l - S| \leq j \leq l + S$$

GOOL **אינטראקציית ספין מסלול:**

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = \frac{e^2 \cdot \vec{S} \cdot \vec{L}}{8\pi\epsilon_0 m_e^2 c^2 r^3}$$
$$\vec{B} = \frac{1}{8\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e}{m_e c^2 r^3} \vec{L}$$

העי"ע של $\vec{S} \cdot \vec{L}$:

$$\frac{1}{2}\hbar^2(j(j+1) - S(S+1) - l(l+1))$$

GOOL **פונקציית הגל של חלקיקים זהים**

$$P(a \leq x_1 \leq b, c \leq x_2 \leq d) = \int_c^d \int_a^b |\Psi(x_1, x_2, t)|^2 dx_1 dx_2$$
$$H = -\frac{\hbar^2}{2m_1} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} - \frac{\hbar^2}{2m_2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + V(x_1, x_2, t)$$

אם הפוטנציאל לא תלוי בזמן אז פונקציית הגל היא:

$$\Psi(x_1, x_2, t) = \psi(x_1, x_2) e^{-i\frac{Et}{\hbar}}$$

עבור שני חלקיקים הנמצאים במצבים $\psi_a(x)$ ו- $\psi_b(x)$ אורתונורמליים, פונקציית הגל היא:

אם החלקים שונים, אז:

$$\psi(x_1, x_2) = \psi_a(x_1)\psi_b(x_2)$$

אם החלקיקים הם בוזונים / פרמיונים זהים אז פונקציית הגל צריכה להיות סימטרית (פלוס) / אנטי-סימטרית (מינוס) להחלפה של החלקיקים:

$$\Psi_\pm(x_1, x_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(x_1)\psi_b(x_2) \pm \psi_a(x_2)\psi_b(x_1)]$$

שימו לב שפונקציית הגל הכללית צריכה לקיים את תנאי הסימטריה וצריך להתחשב גם בספין.

כוח ההחלפה – Exchange Forces

ריבוע המרחק הממוצע של שני חלקיקים שונים

$$\langle \Delta x^2 \rangle_a = \langle (x_1 - x_2)^2 \rangle = \langle x^2 \rangle_a + \langle x^2 \rangle_b - 2\langle x \rangle_a \langle x \rangle_b$$

$$\langle x \rangle_a = \int x |\psi_a(x)|^2 dx$$

ריבוע המרחק הממוצע של חלקיקים עם פונקציה מרחבית סימטרית / אנטי סימטרית

$$\langle \Delta x^2 \rangle_{\pm} = \langle \Delta x^2 \rangle_a \mp 2|\langle x \rangle_{ab}|^2$$

$$\langle x \rangle_{ab} = \int \psi_a(x) \psi_b(x) dx$$

קשר קוולנטי נוצר כאשר יש אלקטרונים במצב ספין אנטי-סימטרי (עבור שני אלקטרונים זהו מצב הסינגלט). מצב הספין האנטי-סימטרי מאלץ את פונקציית הגל המרחבית של האלקטרונים להיות סימטרית ולקרב בין האלקטרונים. המטען העודף של האלקטרונים כשהם מתקרבים מושך את הגרעינים של האטומים ויוצר את הקשר.

אינטרפרומטר מאך זנדר: GOOL

פונקציית הגל ביציאה:

$$\psi = \frac{r^2 - t^2 e^{i\theta}}{rt(1 + e^{i\theta})}$$

המטריצות של מפצלי הקרניים:

$$BS2 = \begin{pmatrix} r & t \\ t & -r \end{pmatrix}; \quad BS1 = \begin{pmatrix} -r & t \\ t & r \end{pmatrix}$$

תורת הפרעות ללא תלות בזמן וללא ניוון:

עבור המילטוניאן מהצורה $H = H_0 + H'$,

כאשר $H' \ll H_0$.

H_0 הן האנרגיות ופונקציות הגל של $E_n^{(0)}$ ו- $\psi_n^{(0)}$.

$$E_n^{(1)} = \langle \psi_n^{(0)} | H' | \psi_n^{(0)} \rangle$$

$$\psi_n^{(1)} = \sum_{m \neq n} \frac{\langle \psi_m^{(0)} | H' | \psi_n^{(0)} \rangle}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}} \psi_m^{(0)}$$

$$E_n^{(2)} = \sum_{m \neq n} \frac{|\langle \psi_m^{(0)} | H' | \psi_n^{(0)} \rangle|^2}{E_n^{(0)} - E_m^{(0)}}$$