

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0

בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
 - 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g y_0 ; t_גובה = v_0 / g

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)

העתק: Δr = Δx i + Δy j = (Δx, Δy)

מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = Δr / Δt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(θ) t ; v_x(t) = v_0 cos(θ)

y(t) = y_0 + v_0 sin(θ) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(θ) + a_y t

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g = -a_y, תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה (v_y(t) = 0): t_גובה = v_0 sin(θ) / g

שיא גובה: y_0 + (v_0 sin(θ))^2 / 2g

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2θ) / g

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיכוך סטטי: פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע). כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: f_s ≤ μ_s N או f_s,max = μ_s N

חיכוך קינטי: פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע). גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים).

בינוגר לסטטיק ושווה ל: המישור המשופע: בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של mg במקביל למישור יהיה mgsin(θ) ובמאונך למישור mgcos(θ) , שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: ΣF = m a

בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר

בנפרד. כלומר: ΣF_x = m a_x , ΣF_y = m a_y

בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נסיק את הקשר בין התאוצות של הגופים.

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן): v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים: התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.

הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = ∫ v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

a(t) = dv/dt ; v(t) = ∫ a(t) dt

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים

פירוק לרכיבים: A_y = |A| sin θ , A_x = |A| cos θ

למצא גודל וזווית: |A| = √(A_x^2 + A_y^2) ; tan θ = A_y / A_x

חיבור וקטורים: בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.

תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.

בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר: B = α A = (α A_x, α A_y)

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A · B = A_x · B_x + A_y · B_y + A_z · B_z = |A| |B| cos α

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos α = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

וקטור יחידה: וקטור בשלושה מימדים: 0 ≤ φ ≤ π , 0 ≤ θ ≤ 2π

tan θ = A_y / A_x

פירוק לרכיבים: A_xy = |A| sin φ , A_z = |A| cos φ

A_x = |A| sin φ cos θ ; A_y = |A| sin φ sin θ

מכפלה וקטורית: דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A × B = | i j k | | A_x A_y A_z | | B_x B_y B_z |

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד: גודל המכפלה הוא: |A × B| = |A| |B| sin α

וכיוון לפי כלל יד ימין:

שימו לב שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמוחל: sin α = a/c , cos α = b/c , tan α = a/b

יתר: c

ניצב ליד: b

יתר: a

ניצב שמוחל: a

ליד ניצב: b

ליד ניצב: b

1 / tan α = cot α = b/a

ניצב שמוחל: a

ניצב שמוחל: b

a^2 + b^2 = c^2

sin(90° - α) = cos α ; cos(90° - α) = sin α	90° - α
tan(90° - α) = cot α ; cot(90° - α) = tan α	
sin(90° + α) = cos α ; cos(90° + α) = -sin α	90° + α
tan(90° + α) = -cot α ; cot(90° + α) = -tan α	
sin(180° - α) = sin α ; cos(180° - α) = -cos α	180°
tan(180° - α) = -tan α ; cot(180° - α) = -cot α	-α
sin(-α) = -sin α ; cos(-α) = cos α	-α
tan(-α) = -tan α ; cot(-α) = -cot α	
sin 2α = 2 sin α cos α	
cos 2α = cos^2 α - sin^2 α = 1 - 2 sin^2 α = 2 cos^2 α - 1	2α
sin(α ± β) = sin α cos β ± sin β cos α	α ± β
cos(α ± β) = cos α cos β ∓ sin α sin β	

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n

משוואת הקו הישר: m = Δy / Δx = tan α כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2

הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b / (2a)

נוסחת השורשים: x_{1,2} = (-b ± √(b^2 - 4ac)) / 2a

מעברים בין יחידות: קיל (k) זה 1000 : 1km = 1000m , 1kg = 1000gr

מיל (m) זה 1/1000 : 1mm = 1/1000 m

ומיליגרם 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3

קוב: 1 קוב = 1000m^3 = 1000liter

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 · 10^15 m

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c}

(a^b)^c = a^{bc} ; 1/a^b = a^{-b}

צפיפות: צפיפות נפחית: ρ = M/V ; צפיפות משטחית: σ = M/S

צפיפות אורכית: λ = M/l

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Δx = x_2 - x_1

דרך- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: v = Δx / Δt = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה: x(t) = x_0 + v(t - t_0)

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = Δv / Δt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה: v(t) = v_0 + a(t - t_0)

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

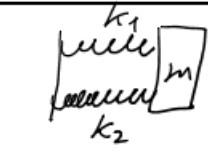
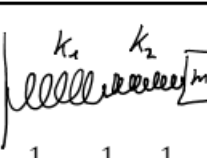
מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

קפיצים

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ:
 $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

GOOL

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$-m\vec{a}_0 + \vec{\Sigma F}_{אמיתיים} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.
 $\vec{F}_{אמיתיים}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
 $-\vec{m}\vec{a}_0$ " הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת **הצופה**.
 הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

הכוח הצנטריפוגלי:
 $\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$
 או בצורה יותר כללית
 $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$
כוח קוריאוлис:
 $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$
 כאשר $\vec{v}'$ בשתי הנוסחאות ω הוא של **הצופה** (ולא של הגוף)
 $\vec{v}'$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.
 $\vec{r}$ - וקטור המיקום של הגוף

GOOL

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה:
 $\vec{F} = -k\vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x ו- v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.
מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **גוף כדור** בתוך נוזל:
 $\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
 $F_b = \rho_l V g$

GOOL

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:
 $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
 - כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
 - אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

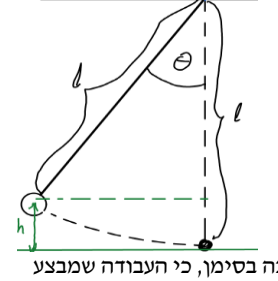
אנרגיה קינטית:
 $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית:
 $W_{\Sigma F} = \Delta E_k$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:
 $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:
 $W_g = -\Delta U_g$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):
 $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$

k הוא קבוע הקפיץ
 Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)
האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 *בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.
משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $E_i + W_{NC} = \Delta E$
 E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.
 W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות **הלא משמרים** בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מוטטלת:

$h = l(1 - \cos \theta)$
 h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חוס (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
 - כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן), כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 - ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.



הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:
 $P = \frac{W}{\Delta t}$
 היחידה הסטנדרטית של ההספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.
יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):
 $1Hp = 746Watt$
נוסחה נוספת להספק:
 $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.
 - הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

GOOL

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.
מיקום הגוף:
 $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
חדר (אורך הקשת שמול הזווית):
 $S = R \cdot \Delta \theta$
 - יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים
המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.
מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:
 $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 (ביחידות של רדיאן לשנייה)
 f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור.
הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבוע):
 $|\vec{v}| = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
 $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
סכום הכוחות למרכז המעגל:
 $\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$

בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה X למרכז המעגל וציר ה Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
 אם גודל המהירות אינו קבועה (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משקיית. התאוצה המשקיית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).
עבור תאוצה משקיית קבועה או ממוצעת:
 $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה:
 $\Sigma F_\theta = ma_\theta$
תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.
עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:
 $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$
 (ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).
הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשקיית (גם עבור תאוצה משתנה):
 $a_\theta = \alpha R$
מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:
 $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$
זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:
 $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$

GOOL

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:
 $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$
התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:
 $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$
התנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:
 $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.
 - משוואת שימור התנע הופכת ל-
 $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$
 $\vec{u}$ היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות.
תנע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.
 - משוואת שימור התנע הופכת ל-
 $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.
 שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.
 - הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית **לחלוטין**.
התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות
שאלה הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

GOOL

הידרוסטטיקה

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)
צפיפות (מסה חלקי נפח):
 $\rho = \frac{M}{V}$

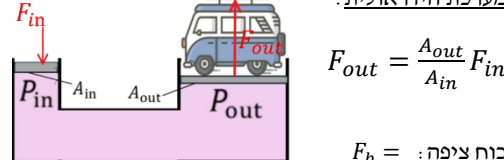
מוצקים	צפיפות (kg/m³)	נוזלים	צפיפות (kg/m³)
אלומיניום	2.70×10^3	מים (4°C)	1.00×10^3
ברזל ופלדה	7.8×10^3	פלגמת דם	1.03×10^3
נחושת	8.9×10^3	דם מלא	1.05×10^3
עופרת	11.3×10^3	מי ים	1.025×10^3
זהב	19.3×10^3	כספית	13.6×10^3
בטון	2.3×10^3	אתנול (אלכוהול אתילי)	0.79×10^3
גרניט	2.7×10^3	בנזין	0.68×10^3
עץ (טיפוסים)	$0.3 - 0.9 \times 10^3$	גזים	
זכוכית רגילה	$2.4 - 2.8 \times 10^3$	אוויר	1.29
קרח (H₂O)	0.917×10^3	הליום	0.179
עצם	$1.7 - 2.0 \times 10^3$	פחמן דו-חמצני (CO₂)	1.98
		אדי מים (100°C)	0.598

לחץ:
 $P = \frac{F}{A}$

F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.
 $1Pa = 1N/m^2$: יחידות SI.
 - זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.
 - עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.
 - אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן, רכיב מקביל לדופן גירום לזרימה.
הלחץ בעומק h בתוך נוזל (בעל צפיפות אחידה):
 $P = \rho g h$
 *הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.
לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:
 $P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$

לחץ אטמוספרי:
 $P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1atm$
 $1bar = 10^5 Pa$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי):
 $P = P_0 + P_G$
 P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.
עקרון פסקל: אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.
מערכת הידראולית:



כוח ציפה:
 $F_b = \rho_l V g$
 ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

GOOL

הידרונימיקה

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.
זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.
ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן):
 $Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$
 ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

- סביב ציר **קבוע** כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה): $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*): $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר. השימוש בנוסחה מאוד נדיר (*).

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגלי"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

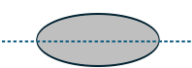
חוקי שימור

בדקים מה נשמר:

1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

עושים:

1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x - במישור הדיסקה		$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
מוט במרכז המסה		$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
מוט בקצה		$I = \frac{1}{3}mL^2$
כדור מלא במרכז מסה		$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה		$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$

אם $I_x = I_y$ (בדיר"כ מסימטריה) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}| = mvd$

כאשר d זה המרחק האפקטיבי.

v - המהירות.

הקשר בין תנ"ז

למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב

מרכז מסה שנע: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$

תנ"ז:

- גוף הנע בקו ישר (ולא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר

- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן): $Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$Q_{m_1} = Q_{m_2}$

משוואת הרציפות: $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה הזורם $A_1 v_1 = A_2 v_2$

עקרון ברנולי: הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי:

$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho gh_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho gh_2 + P_2$

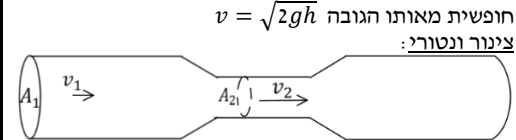
או $\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho gh + P = const$

הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב.

2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טוריצ'לי: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בגובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה $v = \sqrt{2gh}$

צינור ונטורי:



מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שללית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה)

אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$x_{c.m.} = \int x dm$

כנ"ל לגבי y ו- z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.

מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$

ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גליליי.

במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשמר.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$

משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת של הגוף.

הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביבות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$

דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$

גוף נקודתי סביב ציר גוף נקודתי

טבעת (חלולה)

גליל חלול

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי

דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה