

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

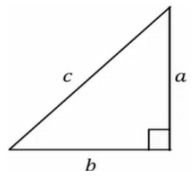
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



ניצב שמול יתר
 $\sin \alpha = \frac{a}{c}$
 ניצב ליד יתר
 $\cos \alpha = \frac{b}{c}$
 ניצב שמול ליד ניצב
 $\tan \alpha = \frac{a}{b}$

ניצב ליד ניצב שמול
 $\cot \alpha = \frac{b}{a}$
 $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
 $\frac{1}{\tan \alpha} = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$
 $a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$
 $\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$
 $\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

נגזרת של מכפלה:

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז:

$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$
 $\frac{d}{dx} \left(\frac{1}{x} \right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx} (\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx} (\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx} (e^x) = e^x$

$\frac{d}{dx} (\ln(x)) = \frac{1}{x}$

אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$x = r \cos \theta$
 $y = r \sin \theta$
 $z = z$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$

$dl = dr/r d\theta$ (טבעת) / dz
 $ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)
 $dv = r dr d\theta dz$ (קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$z = r \cos \varphi$
 $x = r \sin \varphi \cos \theta$
 $y = r \sin \varphi \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$
 $\tan \theta = \frac{y}{x}$



$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$

$ds = r^2 \sin \varphi d\varphi d\theta$ (מקטפת כדור)

$dv = r^2 \sin \varphi d\varphi d\theta dr$ (כדור מלא / קליפה כדורית עבה)

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

וקטורים

פירוק לרכיבים:

$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$
 $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$
 $|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$
 $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

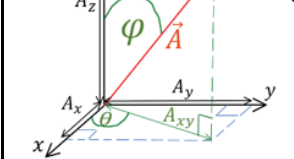
זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:

$0 \leq \varphi \leq \pi$
 $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$; $\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

מכפלה וקטורית:

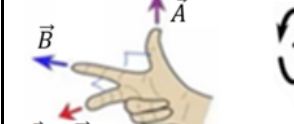
דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$

וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות:

$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

גרדיאנט בגליליות:

$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$

$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$

בגליליות:

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$

בכדוריות (*):

$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} +$

$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial (r \cdot F_\theta)}{\partial r} \right) \hat{\varphi}$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x

תנועה בקו ישר (מימד אחד) GOOL

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t) dt$

$v(t) = \int a(t) dt$

את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a t^2$; $v(t) = v_0 + a t$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):

השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).

השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\bar{v} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר s זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$.

סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצוא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב- $y(t)$.

תאוצה משיקית: $|\vec{a}_t| = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \frac{d|\vec{v}|}{|\vec{v}|} \vec{v}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a} \cdot \vec{v})}{|\vec{v}|^2} \vec{v}$

התאוצה המשיקית היא ההרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

התאוצה הנורמלית היא ההרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

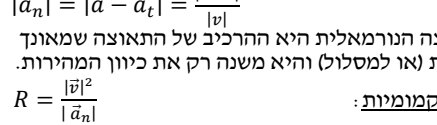
שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את תנוגי הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$

מטרה: למצוא את הזווית α או β או γ (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

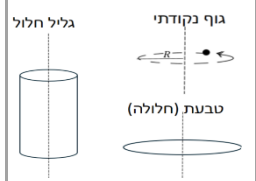
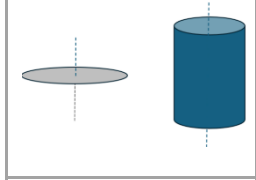
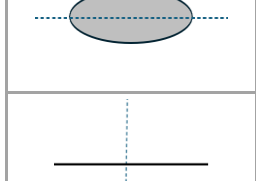
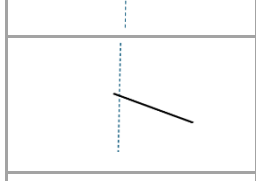
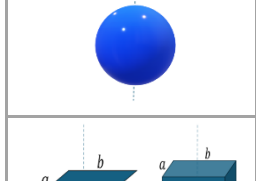
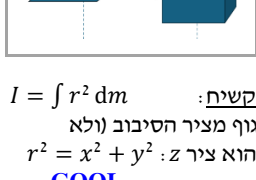
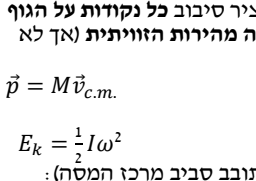
מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

מטרה: למצוא את הצלע a או b או c (לפי הצורך).

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

GOOL
מומנט כוח
 $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
מומנט כוח:
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט:
 $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$
כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

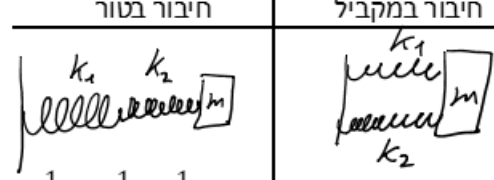
GOOL
מומנט התמד
אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:
 $I = \sum m_i r_i^2$
משפט שטיינר:
 $I' = I_{c.m.} + md^2$
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. **הערה:** משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. **אדטיביות:** ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.
 $I_T = I_1 + I_2$

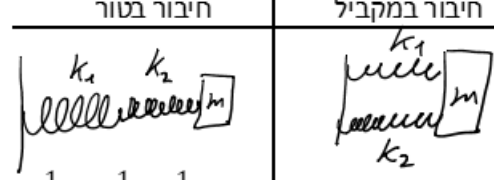
	גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
	דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
	מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$
	מוט בקצה: $I = \frac{1}{3} mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
	תיבה או לוח במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:
כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהרשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z :
 $r^2 = x^2 + y^2$
GOOL קשיח
אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
תנע קווי של גוף קשיח:
 $\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$
אנרגיה קינטית סיבובית:
- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$
- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
 $E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$
- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):
 $E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$
כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר. (*השימוש בנוסחה מאוד נדיר)

$W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$
בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
דוגמה בדו-מימד: נתון $y(x) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$, בדוגמה $dy = 5x^4 dx$. הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) **איד בודקים אם כוח הוא משמר:**
אם ורק אם $\vec{v} \cdot \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.
נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
הערה: צריך שכל רכיב יתאפשר בנפרד.
נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma \vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U''_{xx} > 0$
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U''_{xx} < 0$
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$
שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס
GOOL הספק ונצילות
הספק ממוצע:
 $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי:
 $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$
 $\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.
נצילות:
 $\eta = \frac{W_{out}}{W_{in}} = \frac{P_{out}}{P_{in}}$
כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.
GOOL מתקף ותנע
התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$
המתקף של כוח: $\vec{j} = \int \vec{F} dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:
 $\vec{j}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$
בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשויות אלסטיות: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$
אם ההתנגשויות חזיתיות (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:
 $v_1 + u_1 = v_2 + u_2$
התנגשויות אלסטיות לא חזיתיות בין שני גופים בעלי מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשויות פלסטיות (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):
 $m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$
בהתנגשויות פלסטיות לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שחן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.
מקדם תקופמה:
 $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו- 0 בפלסטיות.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

GOOL מרכז מסה
מיקום מרכז המסה:
 $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:
 $x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה:
 $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה:
 $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.
מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:
 $\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

קפיצים
חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$
כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.
חבור במקביל

 $k_{eff} = k_1 + k_2$
תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)
הדרך בתנועה מעגלית:
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!
גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):
 $v(t) = \frac{ds}{dt}$
- כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית:
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $v = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
 $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל:
 $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$
תאוצה זוויתית:
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קבועה):
 $a_{\theta} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$
הגובה במעגל אנכי:
 $h = R(1 - \cos \theta)$
- כאשר h - נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי:
 $F_r = m \omega^2 R$
- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום:
 $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
 $\vec{a}_{\theta} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$
 γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול a , α הזווית מול a המהירות שמודד מד ליינר:
 $\vec{v} = \frac{\dot{x} \cdot \hat{x} + \dot{y} \cdot \hat{y}}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{d}{dt} |\vec{r}|$
- מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.
קפיצים
חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$
כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.
חבור במקביל

 $k_{eff} = k_1 + k_2$
תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)
הדרך בתנועה מעגלית:
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!
גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):
 $v(t) = \frac{ds}{dt}$
- כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית:
 $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
- f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $v = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):
 $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
הכוחות למרכז המעגל:
 $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$
תאוצה זוויתית:
 $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קבועה):
 $a_{\theta} = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$
הגובה במעגל אנכי:
 $h = R(1 - \cos \theta)$
- כאשר h - נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי:
 $F_r = m \omega^2 R$
- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום:
 $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית:
 $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
 $\vec{a}_{\theta} = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגולל ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$ - בגלל החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור	דרך כוחות ומומנטים
בודקים מה נשמר: - אנרגיה אם כל הכוחות משמרים. - תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס. - תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.	עושים: - חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$ - משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$ - קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$

GOOL

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח):

$$\rho = \frac{M}{V}$$

מוצקים	צפיפות (kg/m³)	נוזלים	צפיפות (kg/m³)
אלומיניום	2.70×10^3	מים (4°C)	1.00×10^3
ברזל ופלדה	7.8×10^3	פלזמת דם	1.03×10^3
נחושת	8.9×10^3	דם מלא	1.05×10^3
עופרת	11.3×10^3	מי ים	1.025×10^3
זהב	19.3×10^3	כספית	13.6×10^3
בטון	2.3×10^3	אתנול (אלכוהול אתילי)	0.79×10^3
גרניט	2.7×10^3	בנזין	0.68×10^3
עץ (טיפוס)	$0.3-0.9 \times 10^3$	גזים	
זכוכית רגילה	$2.4-2.8 \times 10^3$	אוויר	1.29
קרח (H₂O)	0.917×10^3	הליום	0.179
עצם	$1.7-2.0 \times 10^3$	פחמן דו-חמצני (CO₂)	1.98
		אדי מים (100°C)	0.598

לחץ:

$$P = \frac{F}{A}$$

F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.

- הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI: $1Pa = 1N/m^2$

- זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.

- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.

- אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן,

- רכיב מקביל לדופן יגרום לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל (בעל צפיפות אחידה): $P = \rho gh$

*הנוסחה היא לחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:

$$P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$$

לחץ אטמוספרי:

$$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1atm$$

$$1bar = 10^5 Pa$$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): $P = P_0 + P_G$

P - לחץ אבסולוטי. P₀ - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.

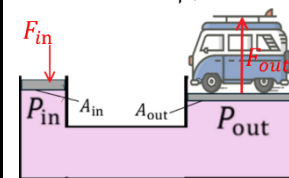
עקרון פסקל: אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז

הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.

מערכת הידראולית:

$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

$$F_b = \rho_l V g$$



ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

GOOL

הידרודינמיקה

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי.

איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$$

חתך ביחידת זמן):

ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v$$

ביחידת זמן):

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$$Q_{m1} = Q_{m2}$$

$$\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$$

משוואת הרציפות:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה $A_1 v_1 = A_2 v_2$

עקרון ברנולי: הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי:

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = const$$

או

הנחות למשוואת ברנולי: 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב.

2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טוריציילי: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית

של מיכל מלא בגובה h, זהה למהירות שצובר גוף בנפילה

$$v = \sqrt{2gh}$$

חופשית מאותו הגובה

צינור ונטורי:

