

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$\Psi(x,t) = \psi(x)e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ כאשר:

חלקיק חופשי ובור פוטנציאל אינסופי: GOOL
פונקציית הגל, חלקיק חופשי: $\psi(x) = A \sin(kx)$
חבילת גלים: $\psi(x) = \sum_n A_n \sin(k_n x) + B_n \cos(k_n x)$
בור פוטנציאל אינסופי ברוחב l :

$$\psi_n(x) = \sqrt{\frac{2}{l}} \sin\left(\frac{\pi n}{l} x\right)$$

$$E_n = \frac{\hbar^2}{8ml^2} n^2, n = 1, 2, 3, \dots$$

לפי תורת הקוונטים קיימת אפשרות שהחלקיק יהיה במקום שבו האנרגיה הכוללת קטנה מהאנרגיה פוטנציאלית, מצב שאינו אפשרי לפי המכניקה הקלאסית. באזור האסור פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית. עקרונות לציור פונקציית גל:
1. ציור את פונקציית הפוטנציאל ואת אנרגיית החלקיק.
2. עבור המצב n - ציור גל עם $n - 1$ נקודות צומת (לא כולל הקצוות).
3. ככל שהאנרגיה הקינטית גדולה יותר כך האמפליטודה ואורך הגל קטנים יותר (ולחיצה).
4. פונקציית הגל הולכת לאפס במיקום בו הפוטנציאל הולך לאינסוף.
5. פונקציית הגל דועכת אקספוננציאלית במקומות האסורים קלאסית. ככל שהפרש בין האנרגיה הפוטנציאלית לאנרגיה הכללית גדול יותר כך הדעיכה מהירה יותר.

מנהור (tunneling): GOOL
מקדם ההעברה עבור $T \ll 1$ (ההסתברות לעבור):

$$T \approx 16 \frac{E}{U_0} \left(1 - \frac{E}{U_0}\right) e^{-2\alpha l}$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{2m(U_0 - E)}}{\hbar}$$

הפוטנציאל במחסום. $U_0 > E$ אורך המחסום, גובה
מקדם החזרה:
GOOL אוסילטור הרמוני:

פונקציות הגל: $\psi_1(x) = (\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$ $b = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$
 $\psi_2(x) = \sqrt{2}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \frac{x}{b} e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$
 $\psi_3(x) = 8\sqrt{3}(\pi b^2)^{-\frac{1}{4}} \left(1 - \frac{2x^2}{b^2}\right) e^{-\frac{x^2}{2b^2}}$

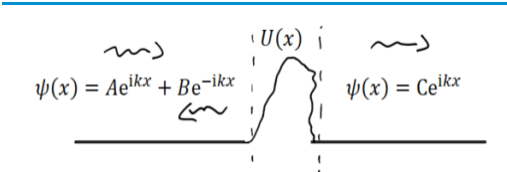
רמות האנרגיה, n שלם שמתחיל מ 1: $E_n = \left(n - \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$
או שאפשר להתחיל את n מאפס ואז $E_n = \left(n + \frac{1}{2}\right) \hbar \omega$

מהירות הפאזה והחבורה, יחס דיספרסיה
מהירות הפאזה (מהירות של אורך גל מסוים):

$$v_{ph} = \frac{\omega}{k}$$

$$v_g = \frac{d\omega}{dk}$$

מהירות החבורה:
יחס דיספרסיה הוא הקשר בין ω ל- k
GOOL פיזור

$$\psi(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$


מקדם העברה (ההסתברות לעבור): $T = \frac{|C|^2}{|A|^2}$
אם k_2 בתחום הימני שונה מ- k_1 בתחום השמאלי אז:
 $T = \frac{|C|^2 k_2}{|A|^2 k_1}$

מקדם החזרה (ההסתברות לחזור) בכל מקרה: $R = \frac{|B|^2}{|A|^2}$
- עבור מדרגת פוטנציאל $U(x)$
וכאשר $E > U_0$

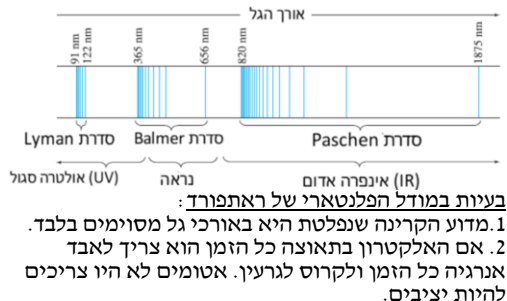
$$T = \frac{4k_1 k_2}{(k_1 + k_2)^2}$$

$$R = \left(\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2}\right)^2$$

- כאשר $E < U(\pm\infty)$ נקבל מצבים קשורים, החלקיק "כלוא" ורמות האנרגיה בדידות.
- כאשר $E > U(\pm\infty)$ נקבל פיזור, החלקיק יגיע לאינסוף ורמות האנרגיה רציפות.

פונקציית דלתא של דיראק GOOL

הגדרות הפונקציה: $\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0 \\ \infty, & x = 0 \end{cases}$
או $\int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1$ או $\delta_a(x) = \frac{1}{a\sqrt{\pi}} e^{-x^2/a^2}$
כאשר a הולך לאפס.

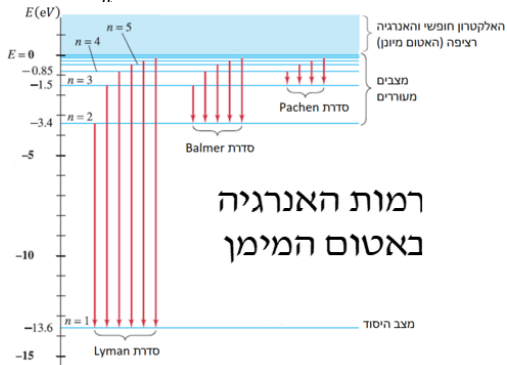


מודל האטום של בוהר: GOOL
הנחות המודל:
1. האלקטרונים יכולים לנוע רק במסלולים/רדיוסים ספציפיים מסביב לגרעין. המסלולים נקראים **אורביטלים**.
2. האלקטרונים לא מאבדים אנרגיה בתנועה המעגלית (למרות שהם בתאוצה). בגלל שהאלקטרון לא מאבד אנרגיה במצבים אלו הם נקראים **מצבים יציבים**.
אנרגיית הפוטון שווה להפרש האנרגיות בין שני מצבים:

$$hf = E_U - E_L$$

הנחה על התנע הזוויתי ($n=1,2,3,\dots$): $L = mvr_n = \frac{nh}{2\pi}$
הרדיוסים האפשריים (Z - מספר הפרוטונים): $r_n = \frac{n^2}{Z} r_1$
 $r_1 = \frac{\epsilon_0 \hbar^2}{\pi e^2 m_e} \approx 0.529 \cdot 10^{-10}$
אנרגיית אלקטרון הנמצא במסלול ה- n :

$$E = -\frac{Z^2 \cdot 13.6 \text{ eV}}{n^2}$$



פונקציית הגל של החומר: GOOL
ההסתברות שחלקיק נמצא בין x_1 ל- x_2 היא:

$$\int_{x_1}^{x_2} |\psi(x)|^2 dx$$

נרמול: $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(x)|^2 dx = 1$
כאשר מתבצעת מדידה של החלקיק פונקציית הגל קורסת.
מיקום ממוצע: $\langle x \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x |\psi(x)|^2 dx$
המיקום בעל ההסתברות הגבוה ביותר הוא נקודת המקסימום של פונקציית ההסתברות $|\psi(x)|^2$ (ניתן למצוא אותו על ידי נגזרת).
שונות: $\sigma^2 = \langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2$
כאשר - $\langle x^2 \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\psi(x)|^2 dx$

עקרון אי הוודאות של הייזנברג: GOOL
אי ודאות מיקום תנע: $\Delta x \Delta p_x \geq \frac{\hbar}{2}$

$$\hbar = \frac{h}{2\pi} = 1.055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{S}$$

1. אי אפשר למדוד במדויק את המיקום והתנע באותו ציר בו זמנית.
2. אותה נוסחה לכל ציר בנפרד.
3. אין בעיה למדוד במדויק את התנע ב- X והמיקום ב- Y בו זמנית.
אי ודאות זמן אנרגיה: $\Delta E \Delta t \geq \frac{\hbar}{2}$
1. ככל שמודדים את הזמן בדיוק גבוה יותר כך הדיוק במדידת האנרגיה קטן.
2. האנרגיה נשמרת עד כדי אי הוודאות, הגופים יכולים להיות באנרגיות האסורות קלאסית.

אי ודאות במדידת הזווית והתנע הזוויתי: GOOL

$$\Delta L_z \Delta \theta \geq \frac{\hbar}{2}$$

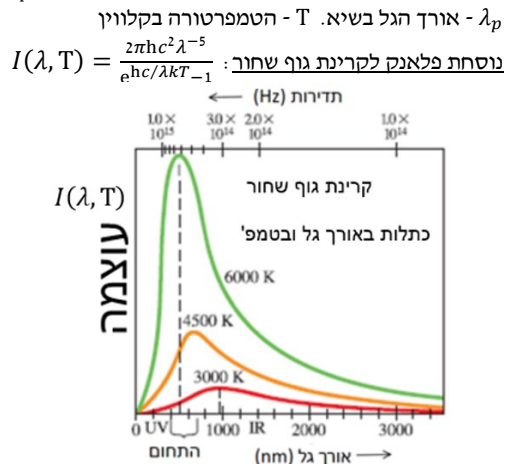
משוואת שרדינגר:
משוואת שרדינגר עם תלות בזמן במימד אחד:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \Psi(x,t)}{\partial x^2} + U(x,t) \Psi(x,t)$$
- **תנאים נוספים:** 1. פסי מנורמלת. 2. פסי יכולה להיות פונקציה מורכבת. 3. פסי רציפה. 4. הנגזרת של פסי רציפה למעט נקודות בהן הפוטנציאל מתבדר.

בתלת מימד: $i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \psi + U\psi$
משוואת שרדינגר ללא תלות בזמן במימד אחד:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{d^2 \psi}{dx^2} + U(x) \psi = E \psi$$

תיאוריות מוקדמות של תורת הקוונטים והאטום:
חוק בוין: $\lambda_p T = 2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}$
 λ_p - אורך הגל בשיא. T - הטמפרטורה בקלווין



קבוע בולצמן: $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
קבוע פלאנק: $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
התנחה הקוונטית של פלאנק: האנרגיה המינימלית של מטען בתנועה הרמונית באטום היא $E_{min} = hf$
- אנרגיית המטען חייבת להיות כפולה שלמה של הערך המינימלי: $E = nhf$
כאשר n הוא המספר הקוונטי
התיאוריה הפוטונית והאפקט הפוטואלקטרי:

אנרגיה של פוטון יחיד (f - תדירות האור): $E = hf$
הניסוי הפוטואלקטרי:
תדירות סף (W_0 - פונקציית העבודה של המתכת): $hf_0 = W_0$
אנרגיה קינטית מקסי' של האלקטרונים: $E_k = hf - W_0$
מתח עצירה: $eV = E_{kmax}$
השוואה לתורה הגלית:
- **לפי התורה הפוטונית**
1. עוצמת האור קשורה למספר הפוטונים ולא אנרגיה של כל אחד מהם. הגדלת העוצמה מגדיל את מספר האלק' הנפלטים אבל לא את האנרגיה הקינטית שלהם.
2. האנרגיה של הפוטון תלויה בתדירות.
3. רק פוטון אחד נותן את כל האנרגיה שלו ולכן קיימת תדירות סף.

- **לפי התורה הגלית-אלקטרומגנטית**
1. עוצמת האור קשורה לגודל השדה, הגדלת העוצמה מגדיל את האנרגיה הקינטית של האלקטרונים.
2. התדירות לא משפיעה על האנרגיה של האלקטרונים.
אנרגיה מסה ותנע של פוטון: GOOL

אנרגיה של פוטון יחיד: $E = hf$
תנע של פוטון: $p = \frac{E}{c} = \hbar \frac{f}{c} = \frac{h}{\lambda}$
מסת מנוחה של פוטון: $m = 0$
אפקט קומפטון: GOOL

סחכת קומפטון: $\lambda' = \lambda + \frac{h}{m_e c} (1 - \cos \theta)$
 λ - אורך הגל של הקרן הפוגעת. λ' - אורך הגל של הקרן המפוזרת. θ - זווית ביחס לכיוון הקרן הפוגעת.

$\frac{h}{m_e c}$ - אורך גל של האלקטרון החופשי.

אינטראקציות של פוטונים ויצירת זוגות: GOOL
תנאים ביצירת זוגות:
1. חייב להיווצר זוג בשביל שיתקיים שימור מטען
2. אנרגיית הפוטון שווה לאנרגית הזוג, יש להוסיף אנרגיית מנוחה יחסותית לכל חלקיק mc^2 .
3. בשביל ליצור זוג חייבת להיות אינטראקציה עם גוף נוסף (בד"כ גרעין) כדי שיהיה שימור תנע.
4. התהליך יכול גם לקרות הפוך ונקרא אינהלציה. לדוגמה פוזיטרון פוגש אלקטרון, הם נכחדים ויוצרים פוטון.
דואליות גל חלקיק והאופי הגלי של החומר:

אורך גל דה ברויל של חלקיק: $\lambda = \frac{h}{p}$

$p = mv$ לא יחסותי, $p = \gamma mv$ יחסותי

מודלים מוקדמים של האטום: GOOL
אורכי הגל הנפלטים מאטום המימן: $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$
קבוע Rydberg: $R = 1.097 \cdot 10^7 \text{ m}^{-1}$

$$E_n = -\frac{mk^2e^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2} = \frac{E_1}{n^2} = \frac{-13.6eV}{n^2}$$

$$R_{nl}(r) = \sqrt{\left(\frac{2}{na}\right)^3 \frac{(n-l-1)!}{2n[(n-l)!]^3}} e^{-\frac{r}{na}} \left(\frac{2r}{na}\right)^l L_{n-l-1}^{l+1}\left(\frac{2r}{na}\right)$$

$$a = \frac{\hbar^2}{kme^2} = 0.529 \cdot 10^{-10}m$$

רדיוס בוהר:

$$L_{q-p}^p(x) = (-1)^p \left(\frac{d}{dx}\right)^p L_q(x)$$

$$L_q(x) = e^x \left(\frac{d}{dx}\right)^q (e^{-x} x^q)$$

$$R_{10} = 2a^{-\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{r}{a}\right)$$

$$R_{20} = \frac{1}{\sqrt{2}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{2} \frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{21} = \frac{1}{\sqrt{24}} a^{-\frac{3}{2}} \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{2a}\right)$$

$$R_{30} = \frac{2}{\sqrt{27}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{r}{a} + \frac{2}{27} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{31} = \frac{8}{27\sqrt{6}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{6} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{32} = \frac{4}{81\sqrt{30}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right) \exp\left(-\frac{r}{3a}\right)$$

$$R_{40} = \frac{1}{4} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{3}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{8} \left(\frac{r}{a}\right)^2 - \frac{1}{192} \left(\frac{r}{a}\right)^3\right) \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{41} = \frac{\sqrt{5}}{16\sqrt{3}} a^{\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{4} \frac{r}{a} + \frac{1}{80} \left(\frac{r}{a}\right)^2\right) \frac{r}{a} \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{42} = \frac{1}{64\sqrt{5}} a^{-\frac{3}{2}} \left(1 - \frac{1}{12} \frac{r}{a}\right) \left(\frac{r}{a}\right)^2 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

$$R_{43} = \frac{1}{768\sqrt{35}} a^{-\frac{3}{2}} \left(\frac{r}{a}\right)^3 \exp\left(-\frac{r}{4a}\right)$$

פתרון כללי:

$$\psi_{nlm}(r,\theta,\varphi) = R_{nl}(r)Y_l^m(\theta,\varphi)$$

n ו-*l* שלמים, *n*=1,2,3... ו-*l* ≤ *n* - 1 ו-*m* שלם ומקיים:

−
l
≤
m
≤
l

{\displaystyle -l\leq m\leq l}

אורתוגונליות:

$$\int \psi_{nlm}^* \psi_{n'l'm'} r^2 \sin \theta \, dr d\theta d\varphi = \delta_{nn'} \delta_{ll'} \delta_{mm'}$$

פונקציית ההסתברות הרדיאלית (צפיפות ההסתברות למצא את האלקטרון במרחק *r* מהגרעין):

$$P_{nl}(r) = |R_{nl}|^2 r^2$$

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} = (L_x, L_y, L_z)$$

$$\hat{L}^2 Y_l^m = l(l+1) \hbar^2 Y_l^m$$

$$|L| = \sqrt{l(l+1)} \hbar$$

גודל התני"ז יכול להיות אפס בניגוד למודל של בוהר.

את הכיוון נתאר באמצעות הגודל של *L*_z, משם אפשר למצא את

cos
⁡
θ

=

L

z

|
L
|

{\displaystyle \cos \theta ={\frac {L_{z}}{|L|}}}

$$\hat{L}_z Y_l^m = m \hbar Y_l^m$$

גם הכיוון של וקטור התנע הזוויתי מקוונטט!

צפיפות המצבים:

g
(
n
)
=

2

n

2

{\displaystyle g(n)=2n^{2}}

 (2-ג מעי מהספין).

כללי מעבר: א. *n_f* > *n_i*. ב.

Δ

l

=

l

f

−

l

i

=
±
1

{\displaystyle \Delta l=l_{f}-l_{i}=\pm 1}

. ג.

Δ

m

=

m

f

−

m

i

=
0
,
±
1

{\displaystyle \Delta m=m_{f}-m_{i}=0,\pm 1}

.

מומנט מגנטי מסילתי ואפקט זימן הנורמאלי:

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

מומנט כוח על דיפול מגנטי *μ̄*:

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

כוח על דיפול מגנטי בשדה מגנטי לא אחיד:

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}$$

מומנט דיפול מגנטי כתוצאה מתנועת האלקטרון סביב הגרעין:

$$\vec{\mu} = \frac{-\mu_B}{\hbar} \vec{L}$$

המגנטון של בוהר:

μ

B

=

e
ℏ

2

m

e

=
5.788
⋅

10

−
5

eV

/

T

{\displaystyle \mu _{B}={\frac {e\hbar }{2m_{e}}}=5.788\cdot 10^{-5}eV/T}

האנרגיה הפוטנציאלית של המומנט המגנטי המסילתי עם שדה מגנטי חיצוני:

U
=

μ

B

ℏ

⋅

B
→

=

μ

B

B

m

{\displaystyle U={\frac {\mu _{B}}{\hbar }}\cdot {\vec {B}}=\mu _{B}Bm}

 כאשר *m* הוא המספר הקוונטי של *L_z*.

תוספת לשינוי באנרגיה כתוצאה ממעבר בין הרמות בעקבות אפקט זימן:

Δ

E

z

=

μ

B

B
Δ

m

{\displaystyle \Delta E_{z}=\mu _{B}B\Delta m}

 ;

Δ

m

=
±
1
,
0
;
{\displaystyle \Delta m=\pm 1,0;}

התוספת בעקבות אפקט זימן גורמת לכל קו ספקטרלי להתפצל לשלושה קווים.

ספיץן ניסוי ושטרן גרלך:

תני"ז כולל:

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

כאשר *L̄* תני"ז מסילתי, *S̄* תני"ז כתוצאה מהספין.

$$S = \sqrt{s(s+1)} \hbar$$

S גדולה - גודל התני"ז מהספין. *s* קטנה - הספין של החלקיק, עבור אלקטרון *s* =

1
2

{\displaystyle s={\frac {1}{2}}}

. עבור חלקיקים אחרים ערכי הספין קן כפולות שלמות של חצי

יחס החילוף הוא אופרטור בפני עצמו. אם סדר הפעולה של האופרטורים לא משנה אז יחס החילוף שלהם שווה לאפס (אופרטורים חילופיים).

יחס החילוף של המיקום עם התנע:

⟨
[
x
^
,

p

x

]
⟩
=
i
ℏ

{\displaystyle \langle [{{\hat {x}}},{\hat {p}}_{x}] \rangle =i\hbar }

אם"ם האופרטורים *Â* ו-*B̂* מתחלפים אז קיים סט של פונקציות עצמיות משותפות לשניהם.

אם שני אופרטורים מתחלפים אז ניתן למדוד את שניהם בו זמנית בדיוק אינסופי.

אם הם לא מתחלפים אז ניתן לרשום את יחס אי הודאות

$$\Delta A \Delta B \geq {\frac {1}{2}}|\langle [{\hat {A}},{\hat {B}}]\rangle |$$

בניהם לפי:

משפט ארנפט

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle Q\rangle =\frac{\mathrm{i}}{\hbar }\langle [\hat{H},\hat{Q}]\rangle +\left\langle \frac{\partial \hat{Q}}{\partial t}\right\rangle$$

אם אופרטור מתחלף עם ההמילטוניאן אז ערך התוחלת של הגודל הפיזיקאלי קבוע בזמן.

אטום המימן ותנע זוויתי קוונטי: GOOL

משוואת שרדינגר לפוטנציאל התלוי רק ב-*r*:

ניתן לעשות הפרדת משתנים לפונקציית הגל:

$$\Psi(r,\theta,\varphi) = R(r)\theta(\theta)\phi(\varphi)$$

המשוואה ל-*θ(θ)*:

$$\frac{1}{\theta(\theta)}\sin\theta\,\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\,\frac{\partial\theta(\theta)}{\partial\theta}\right)+l(l+1)\sin^2\theta=m^2$$

$$\frac{\partial^2\phi(\varphi)}{\partial\varphi^2}=-m^2\phi(\varphi)$$

משוואה ל-*φ(φ)*:

פתרון ל- *θ(θ)* ו-*φ(φ)*:

$$Y_l^m(\theta,\varphi)=\theta(\theta)\phi(\varphi)=$$

$$=\varepsilon\sqrt{\frac{(2l+1)(l-|m|)!}{4\pi(l+|m|)!}}P_l^m(\cos\theta)e^{im\varphi}$$

ε
=

{

(
−
1

)

m

m
>
0

1

m
≤
0

{\displaystyle \varepsilon ={\begin{cases}(-1)^{m}&m>0\\1&m\leq 0\end{cases}}

 ו-

|
m
|
≤
l

{\displaystyle |m|\leq l}

 שלם.

$$P_l^m(x)=(1-x^2)^{\frac{|m|}{2}}\left(\frac{d}{dx}\right)^{|m|}P_l(x)$$

$$P_l(x)=\frac{1}{2^ll!}\left(\frac{d}{dx}\right)^l(x^2-1)^l$$

$$Y_0^0=\left(\frac{1}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}};\;Y_2^0=\left(\frac{5}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(3\cos^2\theta-1)$$

$$Y_1^0=\left(\frac{3}{4\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\cos\theta;\;Y_2^{\pm1}=\mp\left(\frac{15}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta\cos\theta\,e^{\pm i\phi}$$

$$Y_1^{\pm1}=\mp\left(\frac{3}{8\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta e^{\pm i\phi};$$

$$Y_2^{\pm2}=\left(\frac{15}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta\,e^{\pm2i\phi}$$

$$Y_3^0=\left(\frac{7}{16\pi}\right)^{\frac{1}{2}}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$$

$$Y_3^{\pm1}=\mp\left(\frac{21}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)e^{\pm i\phi}$$

$$Y_3^{\pm2}=\left(\frac{105}{32\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^2\theta\cos\theta\,e^{\pm2i\phi}$$

$$Y_3^{\pm3}=\mp\left(\frac{35}{64\pi}\right)^{\frac{1}{2}}\sin^3\theta\,e^{\pm3i\phi}$$

$$P_1^0=\cos\theta;\;P_3^0=\frac{1}{2}(5\cos^3\theta-3\cos\theta)$$

$$P_1^1=\sin\theta;\;P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^0=\frac{1}{2}(3\cos^2\theta-1)$$

$$P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^1=3\sin\theta\cos\theta\;;\;P_3^1=\frac{3}{2}\sin\theta\,(5\cos^2\theta-1)$$

$$P_2^2=3\sin^2\theta\;\;\;\;;\;P_3^3=15\sin\theta\,(1-\cos^2\theta)$$

אורתוגונליות:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}[Y_l^m(\theta,\varphi)]^* \left[Y_{l'}^{m'}(\theta,\varphi)\right]\sin\theta\,\mathrm{d}\varphi\,\mathrm{d}\theta=\delta_{ll'}\delta_{mm'}$$

המשוואה לחלק הרדיאלי:

$$\frac{1}{R(r)}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial R(r)}{\partial r}\right)-\frac{2mr^2}{\hbar^2}(V(r)-E)=l(l+1)$$

$$R(r)=\frac{u(r)}{r}$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2u(r)}{\mathrm{d}r^2}+\left[V(r)+\frac{\hbar^2}{2m}\frac{l(l+1)}{r^2}\right]u(r)=Eu(r)$$

פתרון עבור אטום המימן

V
(
r
)
=

k

e

2

r

{\displaystyle V(r)={\frac {ke^{2}}{r}}}

:

$$\int_{-\infty}^{\infty}f(x)\delta(x-a)\,\mathrm{d}x=f(a)$$

פיזור מפונקציית דלתא:

עבור

E
<
0

{\displaystyle E<0}

 ו-

V
(
x
)
=
−
a
δ
(
x
)

{\displaystyle V(x)=-a\delta (x)}

נקבל

E
=
−

a

2

m

2
ℏ

2

ψ
(
x
)
=

√
a
m
ℏ

e

−

a
m
ℏ

2

|
x
|

{\displaystyle E=-{\frac {a^{2}m}{2\hbar ^{2}}}\psi (x)={\frac {\sqrt {am}}{\hbar }}e^{-{\frac {am}{\hbar ^{2}}}|x|}}

 ו-

ψ
(
x
)
=

√
a
m
ℏ

e

−

a
m
ℏ

2

|
x
|

{\displaystyle \psi (x)={\frac {\sqrt {am}}{\hbar }}e^{-{\frac {am}{\hbar ^{2}}}|x|}}

מקבלים מצב אחד בלבד, לא תלוי ב-*a* (גודל הבור).

אם

E
>
0

{\displaystyle E>0}

:

$$R=\left|{\frac {B}{A}}\right|^{2}={\frac {\beta ^{2}}{1+\beta ^{2}}}$$

$$T=\left|{\frac {C}{A}}\right|^{2}={\frac {1}{1+\beta ^{2}}}\;,\;\beta ={\frac {am}{\hbar ^{2}k}}\;,\;k={\frac {\sqrt {2mE}}{\hbar }}$$

עבור:

E
,
V
(
x
)
=
+
a
δ
(
x
)

{\displaystyle E,V(x)=+a\delta (x)}

 חייב להיות גודל מאפס והפתרון זהה לפתרון במקרה של הפוטנציאל השלילי כאשר

E
>
0

{\displaystyle E>0}

.

פוטנציאלים תלת מימדים

תיבה תלת מימדית בגודל *a* × *b* × *c*

$$\psi(x,y,z)={\sqrt {\frac {8}{abc}}}\sin\left({\frac {n_{x}\pi }{a}}x\right)\sin\left({\frac {n_{y}\pi }{b}}y\right)\sin\left({\frac {n_{z}\pi }{c}}z\right)$$

$$E={\frac {\pi ^{2}\hbar ^{2}}{2m}}\left({\frac {n_{x}^{2}}{a^{2}}}+{\frac {n_{y}^{2}}{b^{2}}}+{\frac {n_{z}^{2}}{c^{2}}}\right)$$

אוסילטור הרמוני תלת מימדי:

$$v(x,y,z)={\frac {1}{2}}k_{y}x^{2}+{\frac {1}{2}}k_{y}y^{2}+{\frac {1}{2}}k_{z}z^{2}$$

$$E=\left(n_{x}-{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega _{x}+\left(n_{y}-{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega _{y}+\left(n_{z}-{\frac {1}{2}}\right)\hbar \omega _{z}$$

ניוון: כמה מצבים (פונקציות גל) עם אותה האנרגיה (לא מתרחש במימד אחד).

דרגת הניוון מוגדרת לפי מספר המצבים הקוונטים שיש לאנרגיה.

פונקציית הגל כתלות בזמן

$$\Psi(x,t)=\sum _n\alpha _n\psi _n(x)e^{-{\frac {iE_n}{\hbar }}t}$$

כאשר *ψ_n(x)* הן פתרונות המצבים העמידים ו- *E_n* היא האנרגיה של כל מצב.

|

α

n

|

2

{\displaystyle |\alpha _{n}|^{2}}

 הן ההסתברות להיות במצב מסוים.

- אם *Ψ(x,0)* מנורמלת אז *Ψ(x,t)* מנורמלת לכל *t*.

אופרטורים

אם *ψ̂Q*, אז *ψ* היא פייע ו-*λ* הוא עייע.

פייע של אופרטור התנע:

ψ
(
x
)
=
A

e

i
k
x

{\displaystyle \psi (x)=Ae^{ikx}}

העייע של אופרטור התנע:

ℏ
k

{\displaystyle \hbar k}

פייע של אופרטור המיקום:

ועייע: *a* (המיקום עצמו).

אופרטור ההמילטוניאן (מודד את האנרגיה):

$$\hat{H}=-{\frac {\hbar ^{2}}{2m}}{\frac {\partial ^{2}}{\partial x^{2}}}+V(x)$$

אופרטורים הרמיטיים

גודל פיזיקאלי מדיד חייב להיות מספר ממשי. כל הגדלים הפיזיקאלי מיוצגים עי"י אופרטורים הרמיטיים.

הגדרה:

(
A
Ψ
)

∗

=
Ψ

∗

A

{\displaystyle ({\hat {A}}\Psi)^{*}=\Psi ^{*}{\hat {A}}}

 לכל הפונקציות במרחב,

או

∫

−
∞

Ψ

1

∗

Ψ

2

d
x
=

∫

−
∞

(
A
Ψ

1

)

∗

Ψ

2

d
x

{\displaystyle \int _{-\infty }^{\infty }\Psi _{1}^{*}\Psi _{2}\,dx=\int _{-\infty }^{\infty }({\hat {A}}\Psi _{1})^{*}\Psi _{2}\,dx}

תכונות של אופרטור הרמיטי:

- ערך התוחלת של אופרטור הרמטי תמיד ממשי.
- הערכים העצמיים של אופרטור הרמיטי תמיד ממשיים.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמטי הן אורתוגונליות.
- הפונקציות העצמיות של אופרטור הרמיטי מהוות סט שלם.

הפירוש הסטטיסטי המוכלל

אם *λ_n* ו-*φ_n* הן הפייע ועייע של האופרטור *Â*

אז אפשר לרשום כל פונקציית גל בצורה:

$$\Psi(x,t)=\sum \alpha _n\phi _n$$

|

α

n

|

2

{\displaystyle |\alpha _{n}|^{2}}

 זה ההסתברות להיות במצב *φ_n* או ההסתברות למדוד את הערך *λ_n*. הערכים המדידים היחידים של גודל מסוים הם הערכים העצמיים של האופרטור השייך לאותו גודל.

$$\alpha _n=\int _{-\infty }^{\infty }\phi _n^{*}\Psi (x,t)\,dx$$

במקרה הרציף:

$$|\alpha _n|^{2}\rightarrow |\alpha (k,t)|^{2}\,dk;\;\lambda _n\rightarrow \lambda (k);\;\;\phi _n\rightarrow \phi (k)$$

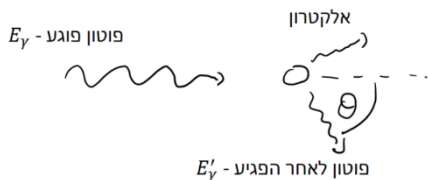
$$\Psi (x,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\alpha (k,t)\phi (k)\,dk$$

$$\alpha (k,t)=\int _{-\infty }^{\infty }\phi (k)\Psi (x,t)\,dx$$

יחס החילוף

$$[{\hat {A}},{\hat {B}}]={\hat {A}}{\hat {B}}-{\hat {B}}{\hat {A}}$$

פוטון הפוגע בפלט
אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$$

E_γ - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

E'_γ - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

m_e - מסת אלקטרון

θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

יחידת האלקטרון וולט: $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

חמרת מסת הגופים לאנרגיה:

$$m_e \approx 9.11 \times 10^{-31} \text{ kg} (\approx 511 \text{ keV})$$

$$m_p \approx 1.67 \times 10^{-27} \text{ kg} (\approx 938 \text{ MeV})$$

$$m_{\text{Uranium}} \approx 3.55 \times 10^{-25} \text{ kg} (\approx 225 \text{ GeV})$$

- ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{mv}{c}$

כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב- c.

עקרונות יסוד בתורת היחסות:

- חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
- האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
- מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
- אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור
- בואקום. מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
- הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

פקטור גאמה: $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v_0^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} ; \beta = \frac{v_0}{c}$

γ_0 תמיד גדולה מ-1

טרנספורמציה לורנץ למיקום והזמן:

$$x' = \gamma_0 (x - v_0 t) ; y' = y ; z' = z$$

$$t' = \gamma_0 \left(t - \frac{v_0 x}{c^2} \right) ; \beta = \frac{v_0}{c} ; \gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_0}{c} \right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$x = \gamma_0 (x' + v_0 t') ; y = y' ; z = z'$$

$$t = \gamma_0 \left(t' + \frac{v_0 x'}{c^2} \right)$$

- הצירים של המערכות חייבים להיות מקבילים.

- בזמן $t = t' = 0$ חייבים שהראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית:

מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

- זמן עצמי τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

- אורך עצמי l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכונות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה

$$l = \frac{l_0}{\gamma_0} \quad \text{(העצמית) למערכת נעה}$$

התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית)

$$\Delta t = \gamma_0 \tau \quad \text{(למערכת נעה)}$$

שינוי זווית במדידת אורך: $\tan \theta = \gamma_0 \tan \theta'$

θ' - זווית ביחס לציר ה-x (ציר התנועה) במערכת העצמית

θ - זווית ביחס לציר ה-x (ציר התנועה) במערכת אחרת.

אפקט דופלר היחסות:

$$T = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \tau \quad \text{זמן המחזור של הגל:}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1 + \beta}{1 - \beta}} \lambda' \quad \text{אורך הגל:}$$

$$f = \sqrt{\frac{1 - \beta}{1 + \beta}} f' \quad \text{תדירות הגל:}$$

λ', f', τ - הזמן, התדירות ואורך הגל במערכת העצמית

טרנספורמציה לורנץ למהירויות:

$$v'_x = \frac{v_x - v_0}{1 - \frac{v_0 v_x}{c^2}} ; v'_y = \frac{v_y}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)} ; v'_z = \frac{v_z}{\gamma_0 \left(1 - \frac{v_0 v_x}{c^2} \right)}$$

אברציה - שינוי זווית המהירות:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_0 \left(\cos \theta - \frac{v_0}{c} \right)}$$

שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות

(כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.

תנע ואנרגיה יחסותיים: $\vec{p} = \gamma m \vec{v} ; E = \gamma mc^2$

- הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב

את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות.

נוסחאות נוספות:

$$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4 ; |p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$$

אנרגיית מנוחה: $E_0 = mc^2$

אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = mc^2 (\gamma - 1)$

עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון),

ניוטרינו) והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = h\nu$

ν היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ קבוע פלאנק

טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$$E' = \gamma_0 (E - v_0 p_x) ; p'_x = \gamma_0 (p_x - v_0 E / c^2)$$

$$p'_y = p_y ; p'_z = p_z$$

וקטור תנע אנרגיה: $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c} \right)$

"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות היחוס:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c} \right)^2 = \text{const}$$

- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר

התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.

- עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$

פיזור קומפטון:

$s = 0, \frac{1}{2}, 1, \frac{3}{2}, \dots$ חלקיקים שהספין שלהם חצי שלם

נקראים פרמיונים וחלקיקים שהספין שלהם שלם

נקראים בוזונים.

$$S_z = m_s \hbar$$

$s < m_s < -s$ בקפיצות של 1

עבור אלקטרון: $m_s = -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}$

מומנט מגנטי מהספין: $\vec{\mu}_s = -g \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}$

פקטור g, עבור אלקטרון $g \approx 2.0023$

אטומים מורכבים והטבלה המחזורית: GOOL

כל אלקטרון מאכלס מצב מסוים המאופיין על ידי

המספרים הקוונטים: n, l, m_l, m_s . בגלל

האינטראקציה של האלקטרונים עם עצמם האנרגיות

תלויות ב-n וגם ב-l.

עיקרון האיסור של פאולי, לא יכולים להיות שני

אלקטרונים שיש להם בדיוק אותם מספרים קוונטים:

n, l, m_l, m_s

ככל ש-l גדל (יש יותר תנ"י מסילת) האנרגיה גדלה.

ייצוג באמצעות אלגברה לינארית: GOOL

תכונות המכפלה הפנימית:

$$\langle u|v \rangle = \langle v|u \rangle^*$$

$$\langle v|v \rangle = \langle v|v \rangle^* = 1$$

$$\langle v|0 \rangle = 0$$

$$\langle v|v \rangle = 0$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$

$$\langle v|k \rangle = \langle v|u \rangle + \langle v|k \rangle$$