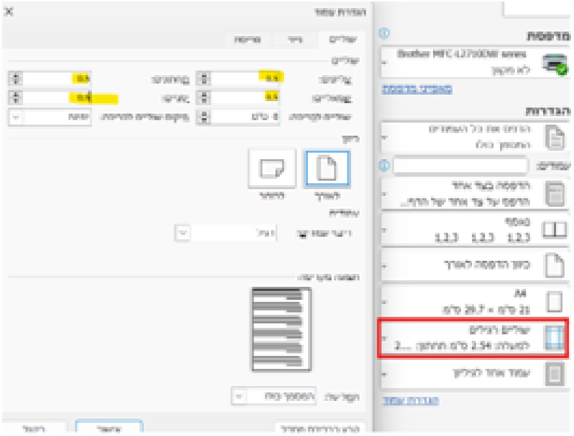
הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה! :

את הדף יש להדפיס עם <u>שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד</u>.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השולים, לבחור שולים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

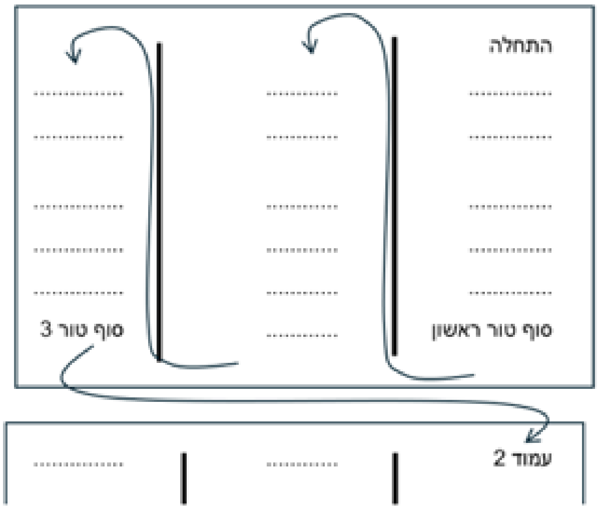
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:

הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני <u>באותו עמוד</u> (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

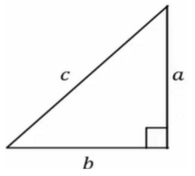


מבוא מתמטי GOOL

$\sin\alpha = \frac{a}{c} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{יתר}}$

$\cos\alpha = \frac{b}{c} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{יתר}}$

$\tan\alpha = \frac{a}{b} = \frac{\text{ניצב שמול}}{\text{ניצב ליד}}$



$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$

$a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ-\alpha)=\cos\alpha$; $\cos(90^\circ-\alpha)=\sin\alpha$ $\tan(90^\circ-\alpha)=\cot\alpha$; $\cot(90^\circ-\alpha)=\tan\alpha$	$90^\circ-\alpha$
$\sin(90^\circ+\alpha)=\cos\alpha$; $\cos(90^\circ+\alpha)=-\sin\alpha$ $\tan(90^\circ+\alpha)=-\cot\alpha$; $\cot(90^\circ+\alpha)=-\tan\alpha$	$90^\circ+\alpha$
$\sin(180^\circ-\alpha)=\sin\alpha$; $\cos(180^\circ-\alpha)=-\cos\alpha$ $\tan(180^\circ-\alpha)=-\tan\alpha$; $\cot(180^\circ-\alpha)=-\cot\alpha$	$180^\circ-\alpha$
$\sin(-\alpha)=-\sin\alpha$; $\cos(-\alpha)=\cos\alpha$ $\tan(-\alpha)=-\tan\alpha$; $\cot(-\alpha)=-\cot\alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1-2\sin^2\alpha = 2\cos^2\alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha\pm\beta)=\sin\alpha\cos\beta\pm\sin\beta\cos\alpha$ $\cos(\alpha\pm\beta)=\cos\alpha\cos\beta\mp\sin\alpha\sin\beta$	$\alpha\pm\beta$

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha\pm\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha\mp\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\cos\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2\sin\left(\frac{\alpha+\beta}{2}\right)\sin\left(\frac{\alpha-\beta}{2}\right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin\alpha$
$x_1 = \alpha + 2\pi k$ $x_2 = -\alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos\alpha$
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan\alpha$

נגזרות ואינטגרלים:

- **נגזרת של מכפלה:**

$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$

- **כלל שרשרת:** אם y היא פונקציה של x ו- x הוא פונקציה של t אז: $\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}$

- **נגזרות נוספות:** $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$

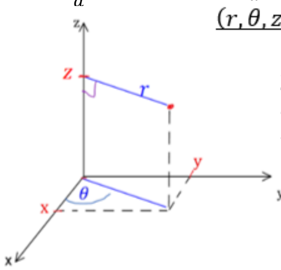
$\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

$\frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}$

- **אינטגרל** היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה. אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל. אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$$\int_a^b x^n\,dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}\bigg|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

קואורדינטות גליליות: (r,θ,z)



$x = r\cos\theta$

$y = r\sin\theta$

$z = z$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

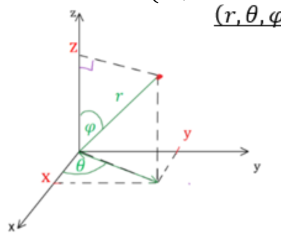
$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$dl = dr/rd\theta(\text{טבעת})/dz$

$ds = rdrd\theta(\text{דיסקה})/rd\theta dz(\text{קליפה גלילית דקה})/drdz$

$dv = rd\theta drdz(\text{גליל מלא או קליפה גלילית עבה})$

קואורדינטות כדוריות: (r,θ,φ)



$z = r\cos\varphi$

$x = r\sin\varphi\cos\theta$

$y = r\sin\varphi\sin\theta$

$r = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$

$\tan\theta = \frac{y}{x}$

$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}$

$dl = dr/rsin\varphi d\theta/rd\varphi$

$ds = r^2 sin\varphi d\theta d\varphi(\text{מעטפת כדור})$

$dv = r^2 sin\varphi d\theta d\varphi dr(\text{כדור מלא / קליפה כדורית עבה})$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V,S,l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

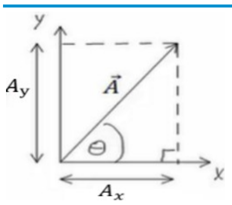
אלמנט מסה אינפיניטסימאלי אורכי/משטחי/נפחי:

$dm = \lambda dl/\sigma ds/\rho dv$

$dl/ds/dv$ – ראו קוארדינטות

וקטורים GOOL

פירוק לרכיבים:



$A_x = |\vec{A}|\cos\theta$

$A_y = |\vec{A}|\sin\theta$

$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

כפל בסקלר: $\alpha\vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A}\cdot\vec{B} = A_x\cdot B_x + A_y\cdot B_y = |\vec{A}|\cdot|\vec{B}|\cdot\cos\alpha$

α - זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).
- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך **לבדוק האם וקטורים מאונכים.**

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

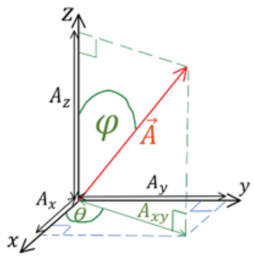
$\vec{A}\cdot(\vec{B}+\vec{C}) = \vec{A}\cdot\vec{B} + \vec{A}\cdot\vec{C}$

$(\vec{A}+\vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A}\cdot\vec{B} + |\vec{B}|^2$

זווית בין שני וקטורים: $\cos\alpha = \frac{A_xB_x+A_yB_y}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|} = \frac{\vec{A}\cdot\vec{B}}{|\vec{A}|\cdot|\vec{B}|}$

וקטור יחידה: $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

וקטור בשלושה מימדים:



$0 \le \varphi \le \pi$

$0 \le \theta \le 2\pi$

$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

$\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}$; $\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2+A_y^2+A_z^2}}$

- **פירוק לרכיבים:** $A_{xy} = |\vec{A}|\sin\varphi$; $A_z = |\vec{A}|\cos\varphi$

$A_x = |\vec{A}|\sin\varphi\cos\theta$; $A_y = |\vec{A}|\sin\varphi\sin\theta$

מכפלה וקטורית:

- **דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:**

$$\vec{A}\times\vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

- **דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:**

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}\times\vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}||\sin\alpha|$

וכיוון לפי **כלל יד ימין:**

- **שימו לב** שאתם עם יד ימין!!
- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר״כ לפתוח את האמה!

גרדיאנט בקרטזיות: $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial x}\hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y}\hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

גרדיאנט בגליליות: $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z}\hat{z}$

בכדוריות (*): $\vec{\nabla}f = \frac{\partial f}{\partial r}\hat{r} + \frac{1}{r\sin\varphi}\cdot\frac{\partial f}{\partial\theta}\hat{\theta} + \frac{1}{r}\frac{\partial f}{\partial\varphi}\hat{\varphi}$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix} =$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z}\right)\hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z}\right)\hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y}\right)\hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \left(\frac{1}{r}\frac{\partial F_z}{\partial\theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z}\right)\hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial(rF_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial\theta}\right)\hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla}\times\vec{F} = \frac{1}{r\sin\varphi}\left(\frac{\partial}{\partial\varphi}(F_\theta\sin\varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial\theta}\right)\hat{r} + \frac{1}{r}\left(\frac{\partial}{\partial r}(rF_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial\varphi}\right)\hat{\theta} + \frac{1}{r}\left(\frac{1}{\sin\varphi}\frac{\partial F_r}{\partial\theta} - \frac{\partial}{\partial r}(r\cdot F_\theta)\right)\hat{\varphi}$$

(*) **שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר x**

תנועה בקו ישר (מימד אחד) GOOL

מהירות רגעית: $v_{(t)} = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a_{(t)} = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים: $x(t) = \int v(t)\,dt$

$v(t) = \int a(t)\,dt$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

$x(t) = x_0 + v_0\cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$

שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):

- השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתח לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
- השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$

וקטור ההעתק: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (*velocity*): $\bar{\vec{v}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

וקטור המהירות הרגעית (*velocity*): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול

וקטור התאוצה הממוצעת: $\bar{\vec{a}} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$

גודל המהירות (*Speed*): $|\vec{v}| = \frac{dS}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

משוואת מסלול (דו מימד): פונקציה מהצורה $y(x)$. סרטוט של הפונקציה הוא המסלול של הגוף במישור. ניתן למצא את המשוואה באמצעות בידוד משתנה הזמן מהפונקציה $x(t)$ והצבה ב $y(t)$.

תאוצה משיקה: $|\vec{a}_t| = \frac{\vec{a}\cdot\vec{v}}{|\vec{v}|} = \frac{d|\vec{v}|}{dt}$; $\vec{a}_t = \frac{(\vec{a}\cdot\vec{v})}{|\vec{v}|^2}\vec{v}$

- התאוצה המשיקית היא הרכיב של התאוצה שמשיק למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את גודל המהירות.

תאוצה נורמלית: $\vec{a}_n = \vec{a} - \vec{a}_t$

$|\vec{a}_n| = |\vec{a} - \vec{a}_t| = \frac{|\vec{a}\times\vec{v}|}{|v|}$

- התאוצה הנורמלית היא הרכיב של התאוצה שמאונך למהירות (או למסלול) והיא משנה רק את כיוון המהירות.

רדיוס עקמומיות: $R = \frac{|\vec{v}|^2}{|\vec{a}_n|}$

תנועה יחסית (טרנס' גלילי) GOOL

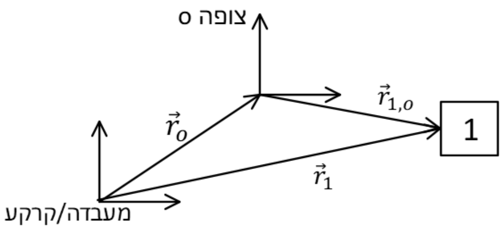
המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

שיטה שניה -שימוש בתרשים וקטורים:

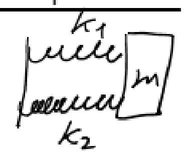
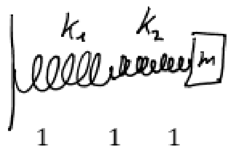
1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_o$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_o$.
3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,o}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.
4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$c^2=a^2+b^2-2ab\cos(\gamma)$
γ – הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).
משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):
$$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}$$
γ הזווית מול הצלע c, β הזווית מול b, α הזווית מול a
המהירות שמודדת מד לייזר:
$$\vec v_{\text{שמודד לייזר}}=\frac{\dot x\cdot\hat x+\dot y\cdot\hat y}{\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{d}{dt}|\vec r|$$
- מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

קפיצים GOOL
חוק הוק – הכוח של קפיץ: $F=-k(x-x_0)$
כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff}=k_1+k_2$	$\frac{1}{k_{eff}}=\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}$

כוח גרר וכוח ציפה GOOL
כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec F=-k\vec v$
כאשר $\vec v$ היא מהירות הגוף ו-k הוא קבוע כלשהו.
משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x, v ו- a. בדרך מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.
מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)
כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:
$\vec F_v=-6\pi\eta R\vec v$ η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור
כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.
$F_b=\rho_l Vg$
כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו-V הוא נפח **הגוף**.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע) GOOL
הדרך בתנועה מעגלית: $S=\Delta\theta\cdot R$
- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציג אותה ברדיאנים!
גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t)=\frac{dS}{dt}$
-כיוון המהירות תמיד משיק למעגל
מהירות זוויתית: $\omega=\frac{d\theta}{dt}=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$
f- התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)
קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v=\omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r=\frac{v^2}{R}=\omega^2R$
הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{למרכז המעגל}}=m\frac{v^2}{R}=m\omega^2R$
תאוצה זוויתית: $\alpha=\frac{d\omega}{dt}$
תאוצה משיקית(רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta=\frac{d|\vec v|}{dt}=\alpha R$
הגובה במעגל אנכי: $h=R(1-\cos\theta)$
- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.
הכוח הצנטריפוגלי: $F_r=m\omega^2R$
- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.
וקטור המיקום: $\vec r=R\cos\theta\,\hat x+R\sin\theta\,\hat y$
הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec v=\vec\omega\times\vec r$
הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית:
$$\vec a_\theta=\vec\alpha\times\vec r$$

תנועה תחת שדה אלקטרומגנטי GOOL
מסת פרוטון ונויטרון: $m_p\approx m_n=1.67\cdot10^{-27}\text{kg}$
מסת אלקטרון: $m_e\approx9.11\cdot10^{-31}\text{kg}\approx\frac{1}{2000}\text{mp}$
מטען האלקטרון והפרוטון:
$q_e=-q_p=-1.6\cdot10^{-19}c=-e$
- גודל המטען e הוא גודל יסודי והמטען הכולל של כל גוף חייב להיות כפולה שלמה.
- לניוטרון אין מטען והוא לא מושפע מהכוח החשמלי.
הכוח החשמלי (חוק קולון) הכוח בין שני חלקיקים טעונים: $\vec F=\frac{kq_1q_2}{r^2}\hat r$
$k=9\cdot10^9\cdot\frac{N\cdot m^2}{c^2}$ ו- r הוא המרחק בין הגופים.

קואורדינטות פולריות GOOL
$x=r\cos\theta$; $y=r\sin\theta$
$r=\sqrt{x^2+y^2}$; $\tan\theta=\frac{y}{x}$
$\hat r=\cos\theta\,\hat x+\sin\theta\,\hat y$; $\hat\theta=-\sin\theta\,\hat x+\cos\theta\,\hat y$
$\vec r=x\hat x+y\hat y=r\hat r$; $\vec v=\dot r\hat r+r\dot\theta\hat\theta$
$$\vec a=(\ddot r-r\dot\theta^2)\hat r+(2\dot r\dot\theta+r\ddot\theta)\hat\theta$$

כוחות מדומים GOOL
כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף.
החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:
$$-m\vec a_0+\Sigma\vec F_{\text{אמיתיים}}=m\vec a'$$
$\vec a'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.
$\Sigma\vec F_{\text{אמיתיים}}$ הם הכוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.
"$-m\vec a_0$" הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec a_0$ היא תאוצת **הצופה**.
הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:
הכוח הצנטריפוגלי: $\vec F=m\omega^2r\hat r$
או בצורה יותר כללית: $\vec F=-m\vec\omega\times(\vec\omega\times\vec r)$
כוח קוריאוליס: $\vec F_c=-2m\vec\omega\times\vec v'$
כאשר בשתי הנוסחאות ω הוא של **הצופה** (ולא של הגוף)
$\vec v'$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.
$\vec r$ - וקטור המיקום של הגוף
אם הצופה גם מסתובב וגם נע אז נוסיף גם $-ma_0$ וגם את הצנטריפוגלי וקוריאוליס
כאשר הצופה מסתובב במהירות זוויתית **משתנה** אז נוסיף את כוח אוילר: $\vec F_{\text{אוילר}}=-m\dot{\vec\omega}\times\vec r'$
(שימו לב שיש נגזרת בזמן מעל אומגה)

עבודה ואנרגיה GOOL
עבודה של כוח קבוע:
$$W=\vec F\cdot\Delta\vec r=|\vec F|\cdot|\Delta\vec r|\cdot\cos\alpha=F_x\Delta x+F_y\Delta y+F_z\Delta z$$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
- אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:
$W_{\Sigma F}=\Delta E_k$ העבודה של **כל הכוחות** שפועלים על הגוף
$E_k=\frac12mv^2$ אנרגיה קינטית
כוח משמר:
- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודת ההתחלה והסיום של התנועה.
- העבודה במסלול סגור מתאפסת.
- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c=-\Delta U$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g=mgh$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el}=\frac12kx^2$
כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.
- חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות
אנרגיה (מכאנית) כללית: $E=E_k+U$
U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.
משפט עבודה אנרגיה: $E_i+W_{NC}=E_F$
W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים
חוק שימור האנרגיה:
אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת
העבודה של כוח לא קבוע:
$$W=\int\vec F\cdot d\vec r=\int(F_x\,dx+F_y\,dy+F_z\,dz)$$
בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
דוגמה בדו-מימד: נתון $y(x)=x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- $dx\cdot$ גוזרת $=dy$, בדוגמה $dy=5x^4dx$.
הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x)
איך בודקים אם כוח הוא משמר:
אם ורק אם $\vec\nabla\times\vec F=0$, אז הכוח משמר.
נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.
נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\Sigma\vec F=0$ או $\frac{\partial U}{\partial x}=0$
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתזוזה קטנה): $U_x''>0$
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתזוזה קטנה): $U_x''<0$
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה
- אם יש כמה ממדים אז $\vec\nabla U=0$
שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס
חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת
$\frac{\partial U}{\partial x}=-F_x$ וגם $\frac{\partial U}{\partial y}=-F_y$ וגם $\frac{\partial U}{\partial z}=-F_z$
שלב 1 – נעשה $U=-\int F_xdx+g(y,z)$
כאשר $g(y,z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב z,y
דוגמה: $\vec F(x,y,z)=2xyz\hat x+(zx^2+3)\hat y+yx^2\hat z$
$$U=-\int2xyzdx+g(y,z)=-x^2yz+g(y,z)$$
שלב 2 – נעשה $\frac{\partial U}{\partial y}=-F_y$ ומשם נמצא את $g(y,z)$ באמצעות אינטגרל על y ונוסיף $h(z)$. בדוגמה:
נציב ב $\frac{\partial U}{\partial y}=-F_y$: $-x^2z+\frac{\partial g(y,z)}{\partial y}=-(zx^2+3)$
נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $g(y,z)=-3y+h(z)$
עכשיו $U=-x^2yz-3y+h(z)$
שלב 3- נעשה $\frac{\partial U}{\partial z}=-F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:
נציב ב $\frac{\partial U}{\partial z}=-F_z$: $-x^2y+\frac{\partial h(z)}{\partial z}=-yx^2$
נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע: $h(z)=C$
קבלנו: $U=-x^2yz-3y+C$
שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה לדוגמה $U(0,0,0)=0$, אם אין תנאי נשאר את C.
- אם אין תלות ב- Z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק ונצילות GOOL
הספק ממוצע: $P_{avg}=\frac{W}{\Delta t}$
הספק רגעי: $P=\frac{dW}{dt}=\vec F\cdot\vec v=|\vec F||\vec v|\cos\alpha$
$\vec F$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec v$ היא מהירות הגוף.
נצילות: $\eta=\frac{W_{out}}{E_{in}}=\frac{P_{out}}{P_{in}}$
כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- in מציין את כל מה שמושקע.

מתקף ותנע GOOL
התנע של גוף: $\vec p=m\vec v$
הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum\vec F=\frac{d\vec p}{dt}$
המתקף של כוח: $\vec J=\int\vec F\,dt$
המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות **בזמן** (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות **במיקום**).
המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:
$\vec J_{\Sigma F}=\Delta\vec p$
חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.
הנוסחה משימור תנע: $m_1\vec v_1+m_2\vec v_2=m_1\vec u_1+m_2\vec u_2$
בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.
התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1v_1^2+m_2v_2^2=m_1u_1^2+m_2u_2^2$
אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום: $v_1+u_1=v_2+u_2$
התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי מסות **שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות**: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.
התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות): $m_1v_1+m_2v_2=(m_1+m_1)u$
בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.
התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.
התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את השפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.
מקדם תקומה: $e=\frac{u_2-u_1}{v_1-v_2}$
בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו- 0 בפלסטית.
התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזניח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונתחשב גם בו.

בעיית שני הגופים-מסות מצומצמת GOOL
נוסחאות המעבר למשתנים:
$\vec r_{c.m.}=\frac{m_1\vec r_1+m_2\vec r_2}{m_1+m_2}$; $\vec r_{rel}=\vec r_2-\vec r_1$
מעבר הפוך: $\vec r_1=\vec r_{c.m.}-\frac{m_2\vec r_{rel}}{m_1+m_2}$; $\vec r_2=\vec r_{c.m.}+\frac{m_1\vec r_{rel}}{m_1+m_2}$
האנרגיה: $E=\frac12(m_1+m_2)v_{c.m}^2+\frac12\mu v_{rel}^2+U(r_{rel})$
כאשר $\mu=\frac{m_1\cdot m_2}{m_1+m_2}$ היא המסה המצומצמת
תנ"ז: $\vec L=\vec r_{c.m.}\times\vec p_{c.m.}+\vec L_{c.m.}$; $\vec L_{c.m.}=\mu\vec r_{rel}\times\vec v_{rel}$

מרכז מסה GOOL

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.}=\frac{m_1\vec{r}_1+m_2\vec{r}_2}{m_1+m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד , לדוגמה לרכיב x :

$$x_{c.m.}=\frac{m_1x_1+m_2x_2}{m_1+m_2}$$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.}=\frac{m_1\vec{v}_1+m_2\vec{v}_2}{m_1+m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.}=\frac{m_1\vec{a}_1+m_2\vec{a}_2}{m_1+m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.
מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\Sigma F_{ext}=ma_{c.m}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה"- לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.
בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$$x_{c.m}=\int xdm$$

כנ"ל לגבי y ו- z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.

מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T=M\vec{v}_{c.m.}$

ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.
מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.
בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמציית גלילי.
במערכת מרכז המסה **התנע הכולל של המערכת הוא אפס** ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.
אם ההתנגשות אלסטית, **גודל המהירות של כל גוף נשמר.**

מסה משתנה GOOL

הנוסחה $\Sigma\vec{F}=m\vec{a}$ לא נכונה עבור גוף שהמסה שלו משתנה. נעבור לניסוח הכללי יותר של חוק שני: $\Sigma\vec{F}=\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}$

נוסחה כללית לתנועה גופים שפולטים מסה:

$$\sum\vec{F}_{ext}=M(t)\frac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}+\vec{v}_{rel}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$$

כאשר $\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}t}$ הוא קצב הפליטה ((חיובי כאשר חומר יוצא מהגוף ושלילי אם חומר נכנס לגוף).
$\vec{v}_{rel}$ - מהירות החומר שנפלט ביחס לגוף (אם החומר נפלט אחורה אז היא צריכה להיות שלילית)
ext - הכוונה לסכום הכוחות החיצוניים

מומנט כוח GOOL

מומנט כוח: $\vec{\tau}=\vec{r}\times\vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}|=|\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha=|\vec{F}|r_{\perp}$

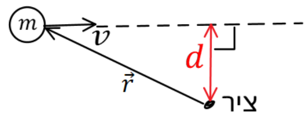
כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח
כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז) GOOL

תנ"ז: $\vec{L}=\vec{r}\times\vec{p}$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי
עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}|=mvd$



כאשר d זה המרחק האפקטיבי.
v – המהירות.

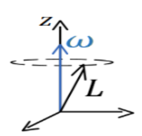
הקשר בין תנ"ז למומנט כוח: $\sum\vec{\tau}=\frac{d\vec{L}}{dt}$

חוק שימור התנע הזוויתי:
אם $\sum\vec{\tau}_{ext}=0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע: $\vec{L}=\vec{r}_{c.m.}\times\vec{p}_{c.m.}+\vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{r}_{c.m.}\times\vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת
ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרצסיה (נקיפה):



לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z . נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

הרחבה על משוואת מסלול GOOL

משוואת מסלול היא משוואה מהצורה $y(x)$. הנגזרת של משוואת המסלול לפי הזמן נותנת קשר בין v_x ל- v_y.
והנגזרת שניה נותנת קשר בין a_x ל- a_y.

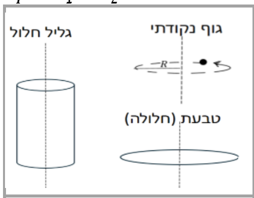
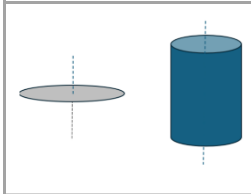
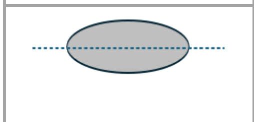
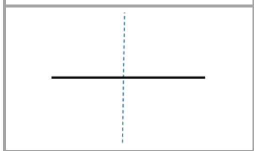
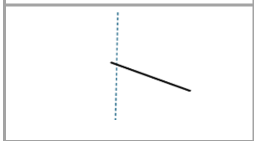
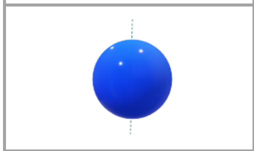
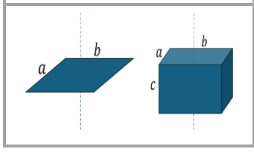
מומנט התמד GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I=\Sigma m_i r_i^2$

משפט שטיינר: $I'=I_{c.m.}+md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק **לצירים מקבילים**, ורק כאשר אחד הצירים עובר **במרכז המסה**.
אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T=I_1+I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I=mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.}=mR^2$	
דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z- אנך לדיסקה $I_{c.m.}=\frac{1}{2}mR^2$	
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x- במישור הדיסקה $I_{c.m.}=\frac{1}{4}mR^2$	
מוט במרכז המסה $I_{c.m.}=\frac{1}{12}mL^2$	
מוט בקצה $I=\frac{1}{3}mL^2$	
כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.}=\frac{2}{5}mR^2$	
תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.}=\frac{m(a^2+b^2)}{12}$	

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z=I_x+I_y$
אם $I_x=I_y$ (בדר"כ מסימטריה) אז $I_z=2I_x$
מבנה הגוף **סימטרי לאורך ציר Z** : מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy .
לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I=\int r^2\,\mathrm{d}m$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית) . אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2=x^2+y^2$

גוף קשיח GOOL

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע **קווי** של גוף קשיח: $\vec{p}=M\vec{v}_{c.m.}$

תנ"ז :
- גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L}=\vec{r}_{c.m.}\times\vec{p}_{c.m.}$
- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L}=I\vec{\omega}$
כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר
- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L}=\vec{r}_{c.m.}\times\vec{p}_{c.m.}+\vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.}=I_{c.m.}\vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:
- סביב ציר **קבוע** כלשהו: $E_k=\frac{1}{2}I\omega^2$
- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):
$E_k=\frac{1}{2}mv_{c.m.}^2+\frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$
- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$$E_k=\frac{1}{2}mv_o^2+\frac{1}{2}I_o\omega^2+m\vec{r}_{c.m.,o}\cdot(\vec{v}_0\times\vec{\omega})$$

כאשר $\mathrm{I_o}$ מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{\mathrm{v}}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{\mathrm{r}}_{\mathrm{c.m.,o}}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.
(*)השימוש בנוסחה מאוד נדיר
טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega=\dot{\theta}$	$v=\dot{x}$
$\alpha=\dot{\omega}=\ddot{\theta}$	$a=\dot{v}=\ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח)← $v_{c.m.}=\omega R\ ;\ a_{c.m.}=\alpha R$
- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור	דרך כוחות ומומנטים
בודקים מה נשמר:	עושים:
1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.	1. חוק II: $\Sigma F=ma_{c.m}$
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.	2. משוואת מומנטים: $\Sigma\tau=I\alpha$
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.	3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m}=\alpha R$

תנועה הרמונית פשוטה GOOL

משוואת התנועה: $-k(x-x_0)=m\ddot{x}$

k ו- m הם קבועים **חיוביים** כלשהם.
x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.
x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.
$\ddot{x}$ - נגזרת שניה של המשתנה.
חייב להיות מינוס לפני k.

פתרון המשוואה: $x(t)=A\cos(\omega t+\varphi)+x_0$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma\vec{F}=0$.
A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משוויי המשקל.
ω - תדירות זוויתית $\omega=2\pi f=\frac{2\pi}{T}$.
φ - פאזה.

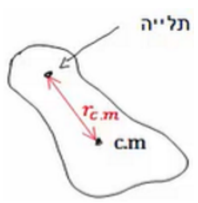
מציאת הקבועים בפתרון:
x_0 - אפשר למצא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}=\sqrt{\frac{\text{של המקדם } x}{\text{של המקדם } \ddot{x}}}$$

A, φ מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית: $v_{max}=\omega A$

מטוטלת פיזיקאלית:
גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהיא



$$\omega=\sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$$

I_0 – מומנט ההתמד בנקודת התליה

האנרגיה: $E=\frac{1}{2}m\dot{x}^2+\frac{1}{2}k(x-x_0)^2=\frac{1}{2}mA^2$

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.
- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקס' בקצוות והקינטית בשיווי משקל.
בור פוטנציאל: כאשר גוף נע בסביבה קרובה מאוד למינימום של הפוטנציאל (האנרגיה הכללית שלו גדולה רק במעט מהאנרגיה הפוטנציאלית במינימום) אז הוא מבצע תנועה הרמונית בתדירות:

$$\omega_0=\sqrt{\frac{U''(x_0)}{m}}$$

x_0 - מיקום נק' המינימום, ו- $U''(x_0)$ נגזרת שניה בנקודה.

תנועה הרמונית מרוסנת GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרסן מהצורה: $F=-\lambda v$
v – מהירות הגוף ו- λ קבוע.

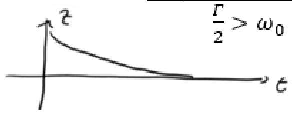
משוואת התנועה: $\ddot z + \Gamma \dot z + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}, \omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות

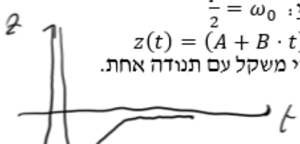


$$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t}\left(Ae^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2-\omega_0^2}\cdot t} + Be^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2-\omega_0^2}\cdot t}\right)$$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

$z(t) = (A + B\cdot t)\cdot e^{-\omega_0\cdot t}$

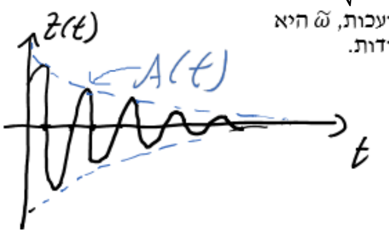
דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.



מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{\Gamma}{2} < \omega_0$

$z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{2}t}\cos(\tilde\omega t + \varphi)$; $\tilde\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$

יש תנודות דועכות, $\tilde\omega$ היא תדירות התנודות.



תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת GOOL

בנוסף לכוח הקפיץ והמרסן נוסף כוח מאלץ מהצורה:

$\vec F(t) = F_0 \sin(\Omega t)$

Ω ו- F_0 קבועים כלשהם

משוואת התנועה: $\ddot z + \Gamma\dot z + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m}\sin(\Omega t)$

פתרון משואת התנועה:

$x(t) = A(\Omega)\sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$

$x_{\text{הומוגני}}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...

- במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזניח את הפתרון ההומוגני.

$$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{({\omega_0}^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2\Omega^2}}$$

$$\sin(\phi) = \frac{\Gamma\,\Omega}{\sqrt{({\omega_0}^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2\Omega^2}}$$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאלץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י גזירת A לפי Ω. אם $\Gamma \ll \omega_0$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאלץ ומרסן)

כבידה וכוח מרכזי GOOL

כוח מרכזי: $\vec F(r) = f(r)\hat r$

- תלוי רק ב r ובכיוון רדיאלי בלבד.
- **כוח משמר** (אנרגיה).
- לא מפעיל מומנט כוח ולכן הוא **משמר גם תנע זוויתי**.

כוח הכובד: $\vec F = -\frac{GMm}{r^2}\hat r$

כאשר $G = 6.67384.10^{-11}m^{-3}kg^{-1}s^{-2}$

- קרוב לכדה"א $\frac{GMm}{r^2} = \frac{GM_Em}{{R_E}^2} \approx mg$

כאשר $r \approx R_E \approx 6400km$; $M_E \approx 5.97\cdot 10^{24}kg$

ו- $g = \frac{GM_E}{{R_E}^2}$

האנרגיה הפוטנציאלית של כוח הכובד: $U(r) = -\frac{GMm}{r}$

הצורה הזו של האנרגיה היא צורה כללית שיש לכוחות נוספים והרבה פעמים רושמים אותה כ: $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$

כאשר α קבוע כלשהו. עבור הכובד $\alpha = GMm$

המסלול של גוף תחת כוח הכובד: $r(\theta) = \frac{r_0}{1+\varepsilon\cos\theta}$

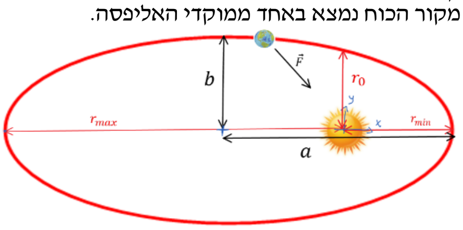
כאשר $\varepsilon = \sqrt{1 + \frac{2EL^2}{m\alpha^2}}$; $r_0 = \frac{L^2}{m\alpha}$, E היא האנרגיה הכוללת של הגוף ו- L הוא התנ"ז.

צורת המסלול מתחלקת ל-3 מקרים:

מקרה 1: מעגל $\varepsilon = 0$. במקרה הזה ניתן להשוות את הכוח ל- $\frac{mv^2}{r}$ ולקבל ש: $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

מקרה 2: אליפסה $0 < \varepsilon < 1$

- מקור הכוח נמצא באחד ממוקדי האליפסה.



$v(r_{min}) = v_{max}$; $v(r_{max}) = v_{min}$

- בד"כ נמצא המהירויות באמצעות שימור אנרגיה ותנ"ז.

$r_{min} = \frac{r_0}{1+\varepsilon}$; $r_{max} = \frac{r_0}{1-\varepsilon}$; $\varepsilon = \frac{r_{max} - r_{min}}{r_{max} + r_{min}}$

$a = \frac{r_{min}+r_{max}}{2} = \frac{r_0}{1-\varepsilon^2} = -\frac{\alpha}{2E}$; $b = \frac{r_0}{\sqrt{1-\varepsilon^2}}$

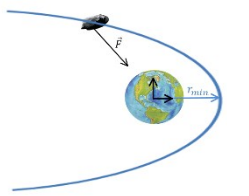
- שטח האליפסה: $S = \pi ab$

מקרה 3: היפרבולה $\varepsilon \geq 1$ (פרבולה כאשר $\varepsilon = 1$):

$v(r_{min}) = v_{max}$

מהירות מילוט - המהירות הדרושה להגיע לאינסוף.

$v_{escape} = \sqrt{\frac{2GM}{r}}$

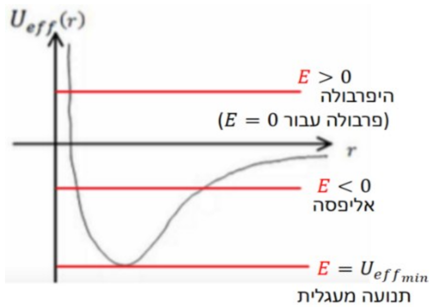


אנרגיה פוטנציאלית אפקטיבית:

בבעיות שבהן האנרגיה הפוטנציאלית תלויה רק ב r ניתן לרשום את האנרגיה הכוללת של הגוף כתלות במשתנה r בלבד. $E = \frac{1}{2}m\dot r^2 + U_{eff}(r)$

כאשר: $U_{eff}(r) = \frac{L^2}{2mr^2} + U(r)$

עבור $U(r) = -\frac{\alpha}{r}$ נקבל את הגרף הבא עבור U_{eff}:

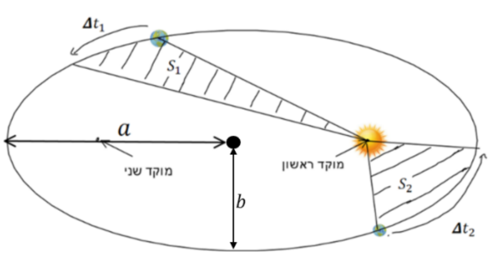


חוק 1 של קפלר: צורת המסלול של כל כוכב לכת סביב השמש היא אליפסה, שהשמש נמצאת באחד ממוקדיה.

החוק 2 - חוק השטחים השווים: הקו שמחבר את כוכב הלכת עם השמש (רדיוס המקום) מכסה שטחים שווים במרחקים שווים. מעבר לכך ניתן להגיד שגם אם הזמנים לא שווים היחס של השטח חלקי הזמן קבוע.

$$\frac{S_1}{\Delta t_1} = \frac{S_2}{\Delta t_2} = \frac{S_T}{T}$$

$S_T = \pi ab$ - שטח כל האליפסה , a/b - מחצית הציר הראשי/משני של האליפסה , T - זמן המחזור



חוק 3 קפלר: $\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{GM}$

M - מסת הכוכב שבמוקד

במקרה של מערכת בינארית שבה שני הכוכבים זזים הנוסחה היא: $\left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 = \frac{a^3}{G(m1+m2)}$

יחסות פרטית GOOL

תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:

- חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
- האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
- מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
- אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור בוואקום. מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
- הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

פקטור גאמה: $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$; $\beta = \frac{v_0}{c}$

γ_0 תמיד גדולה מ 1

טרנספורמציית לורנץ למיקום והזמן:

$x' = \gamma_0(x - v_0t)$; $y' = y$; $z' = z$

$t' = \gamma_0\left(t - \frac{v_0x}{c^2}\right)$; $\beta = \frac{v_0}{c}$; $\gamma_0 = \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{v_0}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}$

טרנספורמציה הפוכה:

$x = \gamma_0(x' + v_0t')$; $y' = y$; $z' = z$

$t = \gamma_0\left(t' + \frac{v_0x'}{c^2}\right)$

- הצירים של המערכות **חייבים** להיות מקבילים.
- בזמן $t = t' = 0$ **חייבים** שהראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית:

מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

- **זמן עצמי** τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.
- **אורך עצמי** l_0 האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכווצות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה $l = \frac{l_0}{\gamma_0}$

התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית) למערכת נעה) $\Delta t = \gamma_0\tau$

שינוי זווית במדידת אורך: $\tan\theta = \gamma_0\tan\theta'$

θ' - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת העצמית

θ - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת אחרת.

אפקט דופלר היחסותי:

זמן המחזור של הגל: $T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\tau$

אורך הגל: $\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}}\lambda'$

תדירות הגל: $f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}}f'$

λ', f', τ - הזמן, התדירות ואורך הגל במערכת העצמית

טרנספורמציית לורנץ למהירויות: $v_x' = \frac{v_x - v_0}{1-\frac{v_0v_x}{c^2}}$

$v_y' = \frac{v_y}{\gamma_0\left(1-\frac{v_0v_x}{c^2}\right)}$; $v_z' = \frac{v_z}{\gamma_0\left(1-\frac{v_0v_x}{c^2}\right)}$

אברציה - שינוי זווית המהירות:

$$\tan\theta' = \frac{\sin\theta}{\gamma_0\left(\cos\theta - \frac{v_0}{c}\right)}$$

שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות (כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.

תנע ואנרגיה יחסותיים: $\vec p = \gamma m\vec v$; $E = \gamma mc^2$

- הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות.

נוסחאות נוספות:

$E^2 = |p|^2c^2 + m^2c^4$; $|p| = \sqrt{\gamma^2 - 1}\cdot mc$

אנרגיית מנוחה: $E_0 = mc^2$

אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$

עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרינו) והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = h\nu$

ν היא התדירות ו- $h = 6.626\cdot 10^{-34}j\cdot s$ קבוע פלאנק

טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$E' = \gamma_0(E - v_0p_x)$; $p_x' = \gamma_0(p_x - v_0E/c^2)$

$p_y' = p_y$; $p_z' = p_z$

וקטור תנע אנרגיה: $\left(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c}\right)$

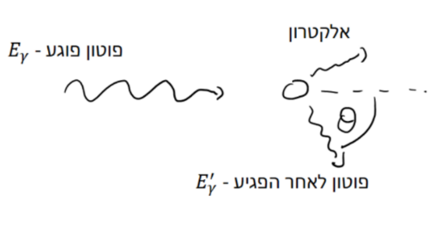
"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות היחוס:

$$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 = const$$

- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.
- עבור גוף יחיד הקבוע הוא: m^2c^2.

פיזור קומפטון:

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.



$$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2}(1-\cos\theta)$$

E_γ - אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

E'_γ - אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

m_e - מסת אלקטרון

θ - זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

יחידת האלקטרון וולט: $1\ eV = 1.60 \times 10^{-19} J$

המרת מסת הגופים לאנרגיה:

$m_e| \approx 8.19 \times 10^{-14}J(\approx 511keV)$

$m_p| \approx 1.50 \times 10^{-10}J(\approx 938MeV))$

$m_{Uranium} \approx 3.55 \times 10^{-8}J(\approx 225GeV)$

- ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ $\frac{eV}{c}$ כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב c.

כוחות ביחסות פרטית: $\Sigma\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = m\gamma^3\vec{a}_{||} + m\gamma\vec{a}_\perp$

$\vec{a}_\perp, \vec{a}_{||}$ הרכיב המאונך והמקביל של התאוצה למהירות

גודל הרכיב המקביל של התאוצה: $a_{||} = \dot{v}$

טרנספורמציה של הכוחות:

$$F'_x = F_x - \frac{v_0(F_y v_y + F_z v_z)}{c^2 - v_0 v_x}$$

$$F'_y = \frac{F_y}{\gamma_0\left(1-\frac{v_0 v_x}{c^2}\right)} ; \quad F'_z = \frac{F_z}{\gamma_0\left(1-\frac{v_0 v_x}{c^2}\right)}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$F_x = F'_x + \frac{v_0(F'_y v'_y + F'_z v'_z)}{c^2 + v_0 v'_x}$$

$$F_y = \frac{F'_y}{\gamma_0\left(1+\frac{v_0 v'_x}{c^2}\right)} ; \quad F_z = \frac{F'_z}{\gamma_0\left(1+\frac{v_0 v'_x}{c^2}\right)}$$

הידרוסטטיקה GOOL

זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח): $\rho = \frac{M}{V}$

מוצקים	צפיפות (kg/m^3)	נוזלים	צפיפות (kg/m^3)
אלומיניום	2.70×10^3	מים $(4°C)$	1.00×10^3
ברזל ופלדה	7.8×10^3	פלזמת דם	1.03×10^3
נחושת	8.9×10^3	דם מלא	1.05×10^3
עופרת	11.3×10^3	מי ים	1.025×10^3
זהב	19.3×10^3	כספית	13.6×10^3
בטון	2.3×10^3	אתנול (אלכוהול אתילי)	0.79×10^3
גרניט	2.7×10^3	בנזין	0.68×10^3
עץ (טיפוסי)	$0.3–0.9 \times 10^3$	**גזים**	
זכוכית רגילה	$2.4–2.8 \times 10^3$	אוויר	1.29
קרח (H_2O)	0.917×10^3	הליום	0.179
עצם	$1.7–2.0 \times 10^3$	פחמן דו-חמצני (CO_2)	1.98
		אדי מים $(100°C)$	0.598

לחץ: $P = \frac{F}{A}$

- F - גודל הכוח המאונך למשטח. A – שטח.
- הלחץ הוא סקלר. יחידות ב SI: $1Pa = 1N/m^2$
- זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.
- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים.
- אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן,
- רכיב מקביל לדופן גורם לזרימה.

לחץ בעומק h בתוך נוזל(בעל צפיפות אחידה): $P = \rho g h$

*הנוסחה היא ללחץ שפועל מהנוזל בלבד , לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:

$$P(y_2) - P(y_1) = -\int_{y_1}^{y_2} \rho g\, dy$$

לחץ אטמוספרי:

$P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3\ kPa = 1atm$

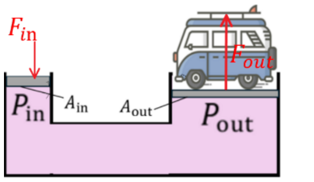
$1bar = 10^5 Pa$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): $P = P_0 + P_G$

- P - לחץ אבסולוטי. P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי.

עקרון פסקל : אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך.

מערכת הידראולית:



$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

כוח ציפה: $F_b = \rho_l V g$

ρ_l - צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

הידרודינמיקה GOOL

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית): זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרך מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן): $Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$

ρ - צפיפות הזורם, A - שטח חתך, v - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן): $Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = Av$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$Q_{m_1} = Q_{m_2}$

משוואת הרציפות: $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

עבור זורם לא דחיס $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה $A_1 v_1 = A_2 v_2$

עקרון ברנולי: הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

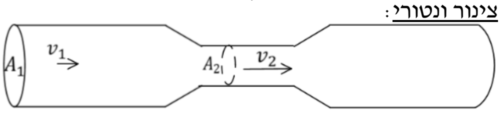
או

$$\frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h + P = const$$

הנחות למשוואת ברנולי: 1.הזרימה למינרית ובמצב יציב. 2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טוריצ'לי: מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בגובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה $v = \sqrt{2gh}$

צינור ונטורי:



צמיגות – Viscosity:

משוואת פואזיי (הירידה בלחץ(באנרגיה) בעקבות צמיגות בצינור גלילי): $P_1 - P_2 = \frac{8\eta L Q_v}{\pi r^4}$

$P_1 - P_2$ - הפרש הלחצים, P_1 הלחץ בתחילת הזרימה.

L - אורך הצינור. Q_v - הספיקה הנפחית. r - רדיוס הצינור

η - מקדם הצמיגות.

הנחות המשוואה: 1. זורם אינו דחיס. 2. זרימה למינרית. 3. אורך הצינור גדול משמעותית מהרדיוס. 4. זורם ניוטוני.

מעבר לזרימה עירבולית: מעבר מזרימה למינרית לערבולית מתרחש כאשר מספר ריינולדס גדול מ 2000.

מספר ריינולדס: $Re = \frac{2\bar{v} r \rho}{\eta}$

$\bar{v}$ - מהירות ממוצעת של הנוזל. r - רדיוס הצינור.

ρ - צפיפות הנוזל. η - צמיגות

משוואת ברנולי עם צמיגות:

$$\frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2 + \frac{8\eta L Q_v}{\pi r^4}$$

משאוות ואקום: משאבות שיוצרות תת לחץ במוצא.

משאבת דחיסה: משאבות שמגדילות את הלחץ בכניסת החומר.

משאבת סחרור *circulating pump*: משאבות המשמשות להניע נוזלים או גז במערכת סגורה.

ההספק המופק של משאבה (N) : $N = Q_v \Delta P$

Q_v - ספיקה נפחית.

ΔP - הפרשי הלחצים שיוצרת המשאבה

נצילות: $\eta = \frac{N}{\text{הספק מושקע}}$

מתח פנים GOOL

מתח פנים: $\gamma = \frac{F}{l}$

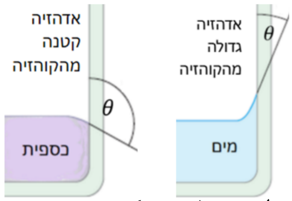
F - הכוח שמפעילה היריעה. l - אורך הקו שמאונך לכוח.

חומר (טמפרטורה °C)	מתח פנים (N/m)
כספית $(20°)$	0.44
דם מלא $(37°)$	0.058
פלסמת דם $(37°)$	0.073
אתנול / אלכוהול אתילי $(20°)$	0.023
מים $(0°)$	0.076
מים $(20°)$	0.072
מים $(100°)$	0.059
בנזין $(20°)$	0.029
תמיסת סבון $(20°)$	≈ 0.025
חמצן נוזלי $(-193°)$	0.016

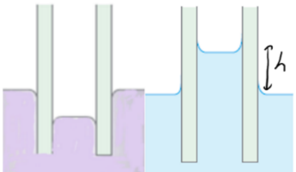
זווית הרטבה: הזווית של פני הנוזל עם דופן הכלי

קוהזיה: הכוחות שפועלים בין מולקולות הנוזל לעצמם

אדהזיה: הכוחות שבין מולקולות הנוזל למולקולות המשטח.



קליפריות (נימיות): היכולת של נוזל לעלות או לרדת במקום צר, כגון צינור



גובה הנוזל בתוך הצינורית ביחס לפני הנוזל שמחוץ לצינורית: $h = \frac{2\gamma \cos\theta}{\rho g r}$

γ - מתח הפנים. θ - זווית ההרטבה. ρ - צפיפות הנוזל.

r - רדיוס הצינורית.

טמפ' והתפשטות תרמית GOOL

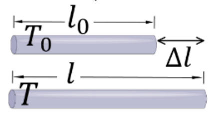
יחידת מסה אטומית: $1u = 1.6605 \cdot 10^{-27} kg \sim m_p$

מסת האטום ביחידת מסה אטומית: $m_a \approx A \cdot 1u$

A - מספר המסה (מסר הפרוטונים והנויטרונים בגרעין)

מעבר מפרנהייט לצלזיוס: $T(°C) = \frac{5}{9}[T(°F) - 32]$

התפשטות תרמית לינארית: $\Delta l = \alpha l_0 \Delta T$



$\Delta T = T - T_0$ ו- $\Delta l = l - l_0$

α קבוע התלוי בחומר (בטבלה)

התפשטות תרמית משטחית: $\Delta A = \gamma A_0 \Delta T$

$\gamma = 2\alpha$ - תלוי בחומר. ; $\Delta A = A - A_0$

- חורים גדלים עם עליה בטמפרטורה

התפשטות נפחית: $\Delta V = \beta V_0 \Delta T$

$\Delta V = V - V_0$; $\beta \approx 3\alpha$

מוצקים	$\alpha\ (°C^{-1})$	$\beta\ (°C^{-1})$	נוזלים	$\beta\ (°C^{-1})$
אלומיניום	25×10^{-6}	75×10^{-6}	בנזין	950×10^{-6}
פליז	19×10^{-6}	56×10^{-6}	כספית	180×10^{-6}
נחושת	17×10^{-6}	50×10^{-6}	אתיל אלכוהול	1100×10^{-6}
זהב	14×10^{-6}	43×10^{-6}	גליצרין	500×10^{-6}
ברזל / פלדה	12×10^{-6}	35×10^{-6}	מים	210×10^{-6}
עופרת	29×10^{-6}	87×10^{-6}	**גזים**	$\beta\ (°C^{-1})$
זכוכית (פיירקס)	3×10^{-6}	9×10^{-6}	אוויר*	3400×10^{-6}
זכוכית רגילה	9×10^{-6}	21×10^{-6}	*ורוב הגזים האחרים בלחץ אטמוספרי	
קוורץ	0.4×10^{-6}	1×10^{-6}		
בטון / לבנים	$\approx12\times10^{-6}$	$\approx36\times10^{-6}$	לנוזלים וגזים אין α	
שיש	$1.4–3.5\times10^{-6}$	$4–10\times10^{-6}$		

האנומליה של המים

כאשר הטמפרטורה יורדת מתחת $4°C$ המים מתרחבים (הצפיפות קטנה במקום לגדול) ולכן קרח צף על פני המים.

חוק הגז האידיאלי GOOL

לחץ: $P = \frac{F}{A}$

F - כוח. A - שטח עליו פועל הכוח.

הלחץ שמפעיל נוזל בנקודה מסוימת: $P = \rho_l g h$

h - גובה הנוזל מעל אותה הנקודה. ρ_l - צפיפות הנוזל.

- הלחץ של נוזל תלוי רק בגובה הנוזל (ובסוג הנוזל) ולא בכמות הנוזל.

לחץ אטמוספרי: $1\ atm = 1.013 \cdot 10^5\ Pa$

לחץ שלילי (תת לחץ): הוא לחץ יחסי (נמדד ביחס ללחץ אטמוספרי) ונמוך מהלחץ האטמוספרי.

לחץ אבסולוטי: הוא הלחץ שנמדד ביחס ללחץ אפס מוחלט (כאשר הכוח הוא אפס).

מעבר מצלזיוס לקלווין: $T(K) = T(°C) + 273.15$

מספר אבוגדרו: $N_A = 6.02 \cdot 10^{23}$

כמות של N_A חלקיקים (אטומים או מולקולות) נקראת **מול** (mol) של החומר

מסה מולרית (המסה של מול אחד ,או מספר אבוגדרו של חלקיקים): $M_{mol} = N_A \cdot m_a$

m_a - מסה אטומית. N_A - מספר אבוגדרו.

- המסה המולרית שווה למסה האטומית רק בגרם במקום ביחידת מסה אטומית

הקשר למסת כל החומר: $m = N \cdot m_a = n \cdot M_{mol}$

n - מספר המולים בחומר. N - מספר החלקיקים הכולל

m - מסת כל החומר. M_{mol} - המסה המולרית.

מסה מולקולרית: לפעמים הכוונה למסה של מולקולה אחת בחומר. ולפעמים למסה של מול אחד של מולקולות בחומר (כמו המסה המולרית רק של מולקולות) .

משוואת המצב של גז האידיאלי:

$PV = nRT \quad$ (או $PV = NkT$)

P - לחץ **אבסולוטי.** V - נפח. T - טמפ' **בקלווין**.

n - מספר המולים בחומר.

N - מספר החלקיקים הכולל בגז (אטומים או מולקולות)

$$R = 8.314\frac{J}{mol \cdot K} = 0.0821\frac{L \cdot atm}{mol \cdot K} = 1.99\frac{cal}{mol \cdot K}$$

קבוע בולצמן $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

- הנוסחה תקפה כל עוד הלחץ בסדר גודל של לחץ אטמוספרי או פחות והטמפרטורה רחוקה מהטמפרטורה בה הגז הופך לנוזל (טמפרטורת הרתיחה)

Standard Temperature and Pressure -STP:

$T = 0^{\circ}C = 273\ K\ ,\ P = 1atm = 101{,}325Pa$

התיאוריה הקינטית של הגזים GOOL

האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה בגז נמצאת ביחס ישר לטמפרטורה: $\bar{E}_k = \frac{3}{2}kT = \frac{1}{2}m\overline{v^2}$

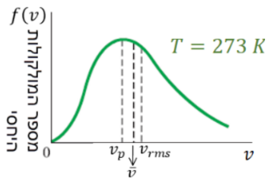
$\overline{v^2}$ – ממוצע של המהירות בריבוע. m – מסת המולקולה.

T – טמפרטורה. קבוע בולצמן $k = \frac{R}{N_A} = 1.38 \cdot 10^{-23}\ \frac{J}{K}$

מהירות rms: $v_{rms} = \sqrt{\overline{v^2}}$

התפלגות מקסוול-בולצמן למהירויות:

$$f(v) = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} v^2 e^{-\frac{1}{2}\frac{mv^2}{kT}}$$



N – מספר המולקולות הכולל.

- תמיד נדבר על מספר המולקולות **בטווח של מהירויות.** השטח מתחת לגרף הפונקציה בין המהירויות v_1 ל v_2 נותן את מספר המולקולות עם מהירויות בין v_1 ל v_2

- סך כל המולקולות: $N = \int_0^{\infty} f(v)\, dv$

v_p - השכיח, המהירות הכי נפוצה.

- עבור טמפרטורה גדולה יותר הגרף זז ימינה ומתרחב.

חום וחוק הראשון של התרמודינמיקה GOOL

1 cal/ 1kcal היא כמות החום הדרושה בשביל להעלות 1 גרם /קילוגרם של מים במעלה אחת (צלזיוס):

$1\ cal\ =\ 4.186\, J$

$1\ kcal$ (או Cal עם C גדולה) $=\ 4.186\ kj$

אנרגיה פנימית - סך האנרגיות של כל המולקולות בחומר.

אנרגיה פנימית של גז אידיאלי מונואטומי: $E_{int} = \frac{3}{2}nRT$

אנרגיה פנימית של גז אידיאלי **דו-אטומי**: $E_{int} = \frac{5}{2}nRT$

n - מספר המולים של החומר. T – טמפרטורה.

חישוב חום: $Q = mc\Delta T$

m - מסת הגוף. c (קטנה) קיבול החום **הסגולי** (קיבול חום של יחידת מסה) תלוי רק בסוג החומר. ΔT - שינוי בטמפ'.

C (גדולה) קיבול החום הכולל של הגוף: $C = mc$

קיבול חום סגולי c בטמפרטורה $20°C$ ובלחץ $1atm$

חומר	$c\ [J/(kg \cdot °C)]$	$c\ [cal/(g \cdot °C)]$
אלומיניום	*900*	*0.22*
אלכוהול (אתילי)	*2400*	*0.58*
נחושת	*390*	*0.093*
זכוכית	*840*	*0.20*
ברזל / פלדה	*450*	*0.11*
עופרת	*130*	*0.031*
שיש	*860*	*0.21*
כספית	*140*	*0.033*
כסף	*230*	*0.056*
עץ	*1700*	*0.40*
קרח($-5°C$)	*2100*	*0.50*

קיבול חום סגולי c בטמפרטורה $20°C$ ובלחץ $1atm$

חומר	$c\ [J/(kg \cdot °C)]$	$c\ [cal/(g \cdot °C)]$
מים נוזליים ($15°C$)	*4186*	*1.00*
קיטור ($110°C$)	*2010*	*0.48*
גוף האדם (ממוצע)	*3470*	*0.83*

חום כמוס: חום שהולך לשינוי מצב הצבירה של החומר ואינו משנה את הטמפרטורה: $Q = m \cdot L$

Q - החום הכמוס בחומר. m - מסת הגוף.

L - חום כמוס ליחידת מסה (תלוי בחומר ונמצא בטבלה).

חומר	נקו' היתוך (°C)	L_f היתוך (kJ/kg)	נקו' רתיחה (°C)	L_v אידוי (kJ/kg)
חמצן	*-219*	*14*	*-183*	*210*
חנקן	*-210*	*26*	*-195.8*	*200*
אתנול	*-114*	*104*	*78*	*850*
אמוניה	*-117*	*33*	*-33.4*	*137*
מים	*0*	*333*	*100*	*2260*
עופרת	*327*	*25*	*1750*	*870*
כסף	*961*	*88*	*2193*	*2300*
ברזל	*1808*	*289*	*3023*	*6340*
טונגסטן	*3410*	*184*	*5900*	*4800*

החוק הראשון של התרמודינמיקה: $\Delta E_{int} = Q - W$

או בצורה רחבה יותר: $\Delta U + \Delta E_k + \Delta E_{int} = Q - W$

ΔE_{int} - שינוי באנרגיה פנימית.

Q – חום. אם חום נכנס למערכת אז Q חיובי ואם חום יוצא מהמערכת אז Q שלילי

W - עבודה שנעשית מכל סיבה אחרת. אם המערכת מבצעת עבודה אז W יהיה חיובי ואם מתבצעת עבודה על המערכת אז W יהיה שלילי.

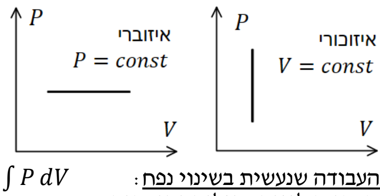
תהליך איזותרמי (טמפרטורה קבועה): מתרחש כאשר המערכת צמודה למאגר חום גדול והתהליך הוא קוואזיסטטי (מאוד איטי)

$T = const \Rightarrow \Delta E_{int} = 0 \Rightarrow Q = W$

תהליך אדיאבטי (אין מעבר חום $Q = 0$) מתרחש אם המערכת מבודדת מאוד או אם התהליך מהיר ואז חום (שזורם לאט בדר"כ) לא מספיק לעבור.

$Q = 0 \Rightarrow \Delta E_{int} = W$

תהליך איזוברי (לחץ קבוע) ותהליך איזוכורי (נפח קבוע):



חישובי העבודה שנעשית בשינוי נפח: $W = \int P\, dV$

- הנוסחה נכונה לגזים, נוזלים ומוצקים.

- העבודה היא גם השטח מתחת לגרף $P(V)$

- בתהליך איזוכורי העבודה מתאפסת (כי אין שינוי נפח).

- בתהליך איזוברי העבודה שווה $P\Delta V$ כי הלחץ קבוע (לא צריך אינטגרל).

- גז בתהליך איזותרמי נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{nRT}{V}$

קיבול חום לגזים:

בגזים קיבול החום משתנה בהתאם לתהליך

$Q_V = nC_V\Delta T$

$Q_P = nC_P\Delta T$

n - מספר המולים של החומר.

C_P/C_V (C גדולה) - קיבול חם בנפח/לחץ קבוע **למול** (בניגוד ל C גדולה במוצקים ונוזלים, שם קיבול כל המסה)

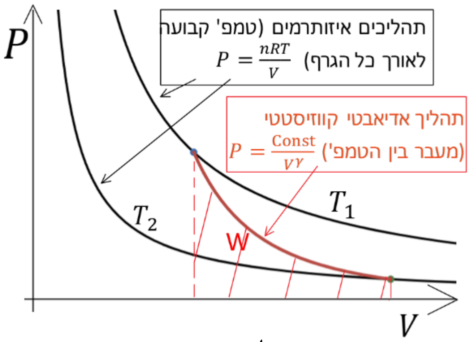
$C_V = m_{mol}c_V\ \ ;\ \ C_P = m_{mol}c_P$

c_P/c_V - קיבול חום בנפח/לחץ קבוע (ליחידת מסה)

m_{mol} - מסה מולרית $\qquad M_T = nm_{mol}$

הפרש קיבולי החום תמיד קבוע: $C_P - C_V = R$

- גז בתהליך אדיאבטי קוואזיסטטי (מאוד איטי) נעשה אינטגרל ונציב $P = \frac{Const}{V^{\gamma}}$.



התפשטות חופשית: תהליך שבו גז מתפשט במרחב בצורה **אדיאבטית ומבלי לעשות עבודה**.

אי אפשר לצייר התפשטות חופשית בדיאגרמת P-V מכיוון שמשתני המצב לא מוגדרים במהלך ההתפשטות (הגז עדיין לא תופס את כל הנפח של הכלי והלחץ לא אחיד)

הולכה הסעה וקרינה GOOL

הולכה - מעבר אנרגיה על ידי התנגשויות בין המולקולות

קצב הולכת חום: $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = kA\frac{(T_1 - T_2)}{l}$

k - מוליכות תרמית - תלוי בסוג החומר

A - שטח חתך. l - אורך

R- value: $R = \frac{l}{k}$

- תלוי גם בגודל החומר ולא רק בסוג.

- ערכים גבוהים מסמלים מבודד טוב.

הסעה - מעבר חום באמצעות תנועה של המולקולות בחומר.

קרינה: מועברת דרך גלים אלקטרומגנטים, אינו דורש תווך.

משוואת סטפן בולצמן (קצב החום הנפלט מגוף ע"י קרינה): $\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma AT^4$

$\sigma = 5.67 \cdot 10^{-8}\ \frac{W}{m^2 \cdot K^4}$ קבוע סטפן-בולצמן

A שטח הפנים של הגוף הפולט. T - הטמפרטורה של הגוף הפולט. ε - קירון (אמיסיביות) $0 < \varepsilon < 1$, תכונה של פני הגוף שקורן. גופים שחורים , לדוגמה פחם, $\varepsilon \approx 1$ מתכות מבריקות $\varepsilon \approx 0$. האמיסיביות זהה לקליטה ופליטה.

הנטו של קצב פליטת הקרינה (פליטה פחות קליטה) הוא:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \varepsilon\sigma A(T_1^4 - T_2^4)$$

T_1 - הטמפרטורה של הגוף הפולט.

T_2 - הטמפרטורה של הסביבה.

קרינת שמש:

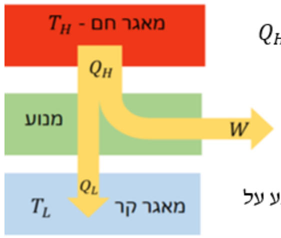
הקבועה סולרי הוא $1350\frac{w}{m^2 \cdot s}$. האטמוספירה יכולה לספוג עד *70%* מהקרינה. ביום בהיר נעריך את הקבוע כ 1000 וכמות החום שגוף סופג מקרינת השמש:

$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \left(1000\frac{w}{m^2 \cdot s}\right)\varepsilon A\cos\theta$$

θ - הזווית בין האנך למשטח של הגוף ובין קרני השמש.

החוק השני של התרמודינמיקה GOOL

החוק השני לפי קלאוזיוס: חום זורם בצורה ספונטנית מהגוף החם לגוף הקר, חום לא זורם ספונטנית מהגוף הקר לגוף החם.



מנועי חום: $Q_H = W + Q_L$

Q_H - כמות החום שיוצאת מהמאגר החם.

Q_L - כמות החום שנכנסת אל המאגר הקר.

W - העבודה שהמנוע מבצע על הסביבה.

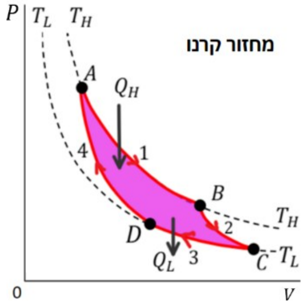
- שימו לב: כל הסימנים חיוביים!

T_H ו-T_L נקראות טמפרטורות העבודה

נצילות: $\eta = \frac{W}{Q_H} = 1 - \frac{Q_L}{Q_H}$

- לא קיים מכשיר שיש לו נצילות *100%* (גם ניסוח לחוק)

תהליך הפיך תהליך שמתבצע באיטיות אינפיניטסימאלית (או בצורה קוואזיסטטית) כך שניתן לתארו כסדרה של מצבי שיווי משקל, וניתן לבצע בכיוון ההפוך כאשר העבודה והחום שנעשים בכיוון ההפוך שווים לעבודה והחום שנעשו בכיוון המקורי.



<u>מנוע קרנו</u> :
השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע.

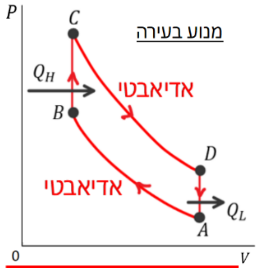
<u>נצילות</u> :

$$\eta_{\text{קרנו}} = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

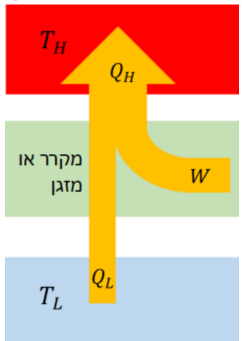
הטמפ' בקלווין!

- השטח שסגור בתוך הלולאה שווה לעבודה נטו שנעשית על ידי המנוע.
- מורכב מתהליכים הפיכים ולכן לא קיים במציאות, ניתן רק לשאוף אליו.

<u>משפט קרנו</u> : לכל המנועים ההפיכים שפועלים באותן טמפרטורות עבודה T_H ו- T_L קבועות יש אותה הנצילות. לכל מנוע בלתי הפיך שפועל תחת אותן טמפרטורות עבודה קבועות, תהיה נצילות נמוכה מזו.



<u>מנוע בעירה</u> : דלק נכנס ב- A. כיווץ אדיאבטי עד ל B. BC הצתה ושריפה של הדלק לפני שהבוכנה עולה. תהליך מהיר שנוצר חום אבל הנפח לא משתנה עדיין. CD הגז החם מתפשט אדיאבטית ומרחיב את הנפח ועושה עבודה. DA נפתח שסתום וחום נפלט לסביבה.



<u>מקדם יעילות מקרר/ מזגן</u> :

$$COP = \frac{Q_L}{W} = \frac{Q_L}{Q_H - Q_L}$$

$$COP_{ideal} = \frac{T_L}{T_H - T_L}$$

<u>מקדם יעילות משאבת חום</u> :

$$COP = \frac{Q_H}{W}$$

תמיד גדול מאחד

אנטרופיה

GOOL

אנטרופיה - מדד לאי סדר של המערכת

<u>שינוי באנטרופיה בתהליך הפיך ובטמפרטורה קבועה</u> :

$$\Delta S = \frac{Q}{T}$$

- אם הטמפרטורה לא קבועה אז : $\Delta S = \int \frac{dQ}{T}$
- האנטרופיה היא משתנה מצב, השינוי באנטרופיה במעבר של המערכת ממצב אחד לאחר אינו תלוי בתהליך.
- אם התהליך לא הפיך אפשר לחשב את השינוי באנטרופיה בתהליך אחר, הפיך, שמתחיל ומסתיים באותם מצבים.

<u>החוק השני במונחים של אנטרופיה</u> :
האנטרופיה של מערכת מבודדת תמיד עולה (תהליך בלתי הפיך) או נשארת קבועה (תהליך הפיך) .
או, האנטרופיה הכוללת של מערכת והסביבה שלה כתוצאה מתהליך טבעי : $\Delta S_T = \Delta S_{sys} + \Delta S_{env} > 0$

<u>פרשנות סטטיסטית לאנטרופיה והחוק השני</u>

<u>מצב מיקרוסקופי</u> : מה המיקום והמהירות של כל מולקולה בחומר.

<u>מצב מקרוסקופי</u> : מתואר על ידי משתנה מצב כלליים לכל המערכת כמו - לחץ, נפח, טמפרטורה ומספר המולים.

<u>האנטרופיה כתלות מספר המצבים</u> : $S = k \ln \Omega$

k – קבוע בולצמן

Ω – פונקציה המתארת את מספר המצבים המיקרוסקופיים המתאימים לאותו מצב מקרוסקופי.