

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה:

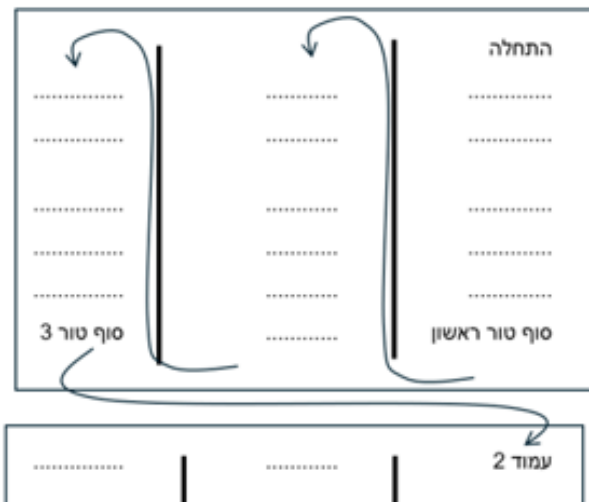
את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:

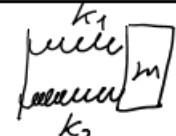
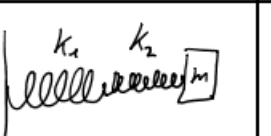


הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$
תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)	

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta\theta \cdot R$
הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$
-כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f- התדירות, T- זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

הכוחות למרכז המעגל: $\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m\omega^2 R$

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$
- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי: $F_r = m\omega^2 R$

- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הקווית לזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

קואורדינטות פולריות

GOOL
 $x = r \cos \theta$; $y = r \sin \theta$
 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$; $\tan \theta = \frac{y}{x}$
 $\hat{r} = \cos \theta \hat{x} + \sin \theta \hat{y}$; $\hat{\theta} = -\sin \theta \hat{x} + \cos \theta \hat{y}$
 $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = r\hat{r}$; $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$
 $\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{r} + (2\dot{r}\dot{\theta} + r\ddot{\theta})\hat{\theta}$

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$m\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{\text{אמיתיים}} = m\vec{a}'$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.

$\vec{F}_{\text{אמיתיים}}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $m\vec{a}_0$ - הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

הכוח הצנטריפוגלי: $\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$

או בצורה יותר כללית: $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

כוח קוריוליס: $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$

כאשר $\vec{v}'$ בשתי הנוסחאות ω הוא של **הצופה** (ולא של הגוף) $\vec{v}'$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.

$\vec{r}$ - וקטור המיקום של הגוף

כוח גרר וכוח ציפה

GOOL
כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף k - היא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואות הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על **גוף** בתוך נוזל:

$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$F_b = \rho_l V g$ כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

עבודה ואנרגיה

GOOL
עבודה של כוח קבוע:

$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

- אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית:

$W_{EF} = \Delta E_k$ העבודה של כל הכוחות שפועלים על הגוף

כוח משמר: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

- **העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול**, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

- העבודה במסלול סגור מתאפסת.

יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש:

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו- k קבוע הקפיץ.

חץ U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית: $E = E_k + U$

- U סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים חוק שימור האנרגיה:

אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת

שלב 1 - נעשה $U = -\int F_x dx + g(y, z)$

כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב z, y

דוגמה: $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$

$U = -\int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2yz + g(y, z)$

שלב 2 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ ומשם נמצא את $g(y, z)$

באמצעות אינטגרל על y ונוסיף $h(z)$. בדוגמה:

נציב ב $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$: $-x^2z + \frac{\partial g(y, z)}{\partial y} = -(zx^2 + 3)$

נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $g(y, z) = -3y + h(z)$

עכשיו $U = -x^2yz - 3y + h(z)$

שלב 3- נעשה $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות

אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:

נציב ב $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$: $-x^2y + \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -yx^2$

נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע: $h(z) = C$

קבלנו: $U = -x^2yz - 3y + C$

שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין תנאי נשאר את C .

- אם אין תלות ב- Z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק ונצילות

GOOL
הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$

הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$

$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{W_{out}}{E_{in}}$

כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מציין את כל מה שמושקע.

מתקן ותנע

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

המתקן של כוח: $\vec{J} = \int \vec{F} dt$

המתקן הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקן הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה משימור תנע: $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואות

התנע את המשוואה: $m_1v_1^2 + m_2v_2^2 = m_1u_1^2 + m_2u_2^2$

אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:

$v_1 + u_1 = v_2 + u_2$

התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי **מסות**

שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות: הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.

התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):

בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.

התנגשויות שהן לא פלסטיות ולא אלסטיות: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.

התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להניח את ההשפעה (המתקן) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה: $e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$

בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטית ו-0 בפלסטית.

התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנורמל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקן שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנורמל ונחשב גם בו.

מרכז מסה

GOOL
מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

מאוד חשוב! עבור יותר משני גופים הנוסחאות משיכה בהתאמה.

מספר גופים קשחים (לא נקודתיים): נעשים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולחשוות.

בשביל למצוא מרכז מסה של גוף גדול נשתמש באינטגרל:

$x_{c.m.} = \int x dm$

כנ"ל לגבי y ו-z, לחישוב dm הסתכלו במבוא המתמטי.

מומנט התמד

GOOL
אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף **מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$

משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף.

הערה: משפט שטיינר פועל רק **לצירים מקבילים**, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$

דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$

מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$

מוט בקצה: $I = \frac{1}{3}mL^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$

דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$

מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$

מוט בקצה: $I = \frac{1}{3}mL^2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$

טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$

דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$

דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$

מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$

מוט בקצה: $I = \frac{1}{3}mL^2$

מקרה (III) - ריסון חלש: $\frac{r}{2} < \omega_0$

יש תנודות דועכות, $\tilde{\omega}$ היא תדירות התנודות.

$z(t) = Ae^{-\frac{\Gamma}{2}t} \cos(\tilde{\omega}t + \phi)$; $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$

תנועה הרמונית מרוסנת ומאולצת

בנוסף לכוח הקפיץ והמרוסן נוסף כוח מאולץ מהצורה:

$\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$

ו- F_0 קבועים כלשהם

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = \frac{F_0}{m} \sin(\Omega t)$

פתרון משוואת התנועה: $z(t) = A(\Omega) \sin(\Omega t + \phi) + x_{\text{הומוגני}}(t)$

$x_{\text{הומוגני}}(t)$ - הוא הפתרון של תנועה הרמונית מרוסנת שמתחלק לשלושת המקרים ...

- במצב עמיד (לאחר זמן רב) נזניח את הפתרון ההומוגני.

$A(\Omega) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$

$\sin(\phi) = \frac{\Gamma \Omega}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2)^2 + \Gamma^2 \Omega^2}}$

תדירות תהודה: התדירות של הכוח המאליץ עבורה $A(\Omega)$ מקסימאלי. ניתן למצוא אותה ע"י נגזרת של A לפי Ω . אם $\omega_0 \gg \Gamma$ אז תדירות התהודה היא בקירוב ω_0 (תדירות התנועה ההרמונית ללא כוח מאליץ ומרוסן)

תנע ואנרגיה יחסותיים: $\vec{p} = \gamma m \vec{v}$; $E = \gamma mc^2$

הגודל γ קשור עכשיו למהירות הגוף עבורו נרצה לחשב את התנע ולא למעבר בין מערכות אינרציאליות שונות. נוסחאות נוספות:

$E^2 = |p|^2 c^2 + m^2 c^4$; $|p| = \sqrt{\gamma^2 - 1} \cdot mc$

אנרגיית מנוחה: $E_0 = mc^2$

אנרגיה קינטית: $E_k = E - E_0 = mc^2(\gamma - 1)$

עבור חלקיקים מסוימים מסת המנוחה היא אפס (פוטון, ניוטרينو) והאנרגיה הקינטית היא: $E = |p|c = h\nu$

ν היא התדירות ו- $h = 6.626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$ קבוע פלאנק טרנספורמציה של התנע והאנרגיה:

$E' = \gamma_0(E - v_0 p_x)$; $p'_x = \gamma_0(p_x - v_0 E/c^2)$

$p'_y = p_y$; $p'_z = p_z$

וקטור תנע אנרגיה: $(p_x, p_y, p_z, \frac{E}{c})$

"גודל הוקטור" (מינוס באנרגיה) זהה בכל מערכות היחוס:

$p_x^2 + p_y^2 + p_z^2 - \left(\frac{E}{c}\right)^2 = \text{const}$

- הנוסחה נכונה גם עבור מערכת עם יותר מגוף אחד כאשר התנע והאנרגיה הם התנע והאנרגיה של כל המערכת.

- עבור גוף יחיד הקבוע הוא: $m^2 c^2$.

פיזור קומפטון:

פוטון הפוגע באטום הנמצא במנוחה, לאחר הפגיעה נפלט אלקטרון וכיוון התנועה של הפוטון משתנה.

אלקטרון פוטון פוגע - E_γ

פוטון לאחר הפגיעה - E'_γ

$\frac{1}{E'_\gamma} - \frac{1}{E_\gamma} = \frac{1}{m_e c^2} (1 - \cos \theta)$

- E_γ אנרגיית הפוטון לפני הפגיעה

- E'_γ אנרגיית הפוטון אחרי הפגיעה

- m_e מסת אלקטרון

- θ זווית התנועה של הפוטון ביחס לכיוון הפגיעה.

יחידת האלקטרווולט: $1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$

המרת מסת הגופים לאנרגיה:

$m_e \approx 8.19 \times 10^{-14} \text{ J} (\approx 511 \text{ keV})$

$m_p \approx 1.50 \times 10^{-10} \text{ J} (\approx 938 \text{ MeV})$

$m_{\text{Uranium}} \approx 3.55 \times 10^{-8} \text{ J} (\approx 225 \text{ GeV})$

- ניתן גם לרשום את היחידות של התנע של גופים כ- $\frac{eV}{c}$

כלומר הכמות (המספר) זהה רק ביחידות נחלק ב- c .

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \omega R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

א"ר נגשים לשאלות?

דרכי כוחות ומומנטים

עושים:

1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = aR$

בודקים מה נשמר:

1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

תנועה הרמונית פשוטה

משוואת התנועה: $-k(x - x_0) = m\ddot{x}$

k - m הם קבועים **חיוביים** כלשהם.

x_0 - קבוע שיכול להיות חיובי או שלילי.

x - משתנה כלשהו, יכול להיות גם זווית או משתנה אחר.

$\ddot{x}$ - נגזרת שנייה של המשתנה.

חייב להיות מינוס לפני k .

פתרון המשוואה: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi) + x_0$

x_0 - נקודת שיווי המשקל, הנקודה שבה $\Sigma \vec{F} = 0$.

A - אמפליטודה, המרחק המקסימאלי משיווי המשקל.

ω - תדירות זוויתית $\omega = \frac{2\pi}{T}$

ϕ - פאזה.

מציאת הקבועים בפתרון:

x_0 - אפשר למצוא ישירות מהקבוע שבמשוואה או למצוא אותו מסכום הכוחות שווה לאפס.

$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{x}{\ddot{x}}}$ של המקדם של המקדם

ϕ , A מוצאים מתנאי התחלה $x(0)$ ו- $\dot{x}(0)$.

נוסחה למהירות המקסימאלית: $v_{\text{max}} = \omega A$

מטוולט פזיקאלי: גוף קשיח שתולים בנקודה כלשהי

$\omega = \sqrt{\frac{mgr_{c.m.}}{I_0}}$

I_0 - מומנט ההתמד בנקודת התליה

האנרגיה: $E = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + \frac{1}{2} k (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m A^2 \omega^2$

- האנרגיה הכוללת קבועה ואפשר לחשב אותה דרך האמפליטודה.

- חילופי האנרגיה בין האנרגיה הקינטית לפוטנציאלית, הפוטנציאלית מקסי בקצות והקינטית בשיווי משקל.

תנועה הרמונית מרוסנת

בנוסף לכוח הקפיץ נוסף כוח מרוסן מהצורה: $F = -\lambda v$

v - מהירות הגוף ו- λ קבוע.

משוואת התנועה: $\ddot{z} + \Gamma \dot{z} + \omega_0^2 z = 0$

כאשר $z = x - x_0$, $\Gamma = \frac{\lambda}{m}$, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

פתרון המשוואה מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה (I) - ריסון חזק: $\frac{\Gamma}{2} > \omega_0$

אין תנודות

$z(t) = e^{-\frac{\Gamma}{2}t} \left(A e^{\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} t} + B e^{-\sqrt{\left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2 - \omega_0^2} t} \right)$

מקרה (II) - ריסון קריטי: $\frac{\Gamma}{2} = \omega_0$

$z(t) = (A + B \cdot t) \cdot e^{-\omega_0 t}$

דעיכה הכי מהירה לשיווי משקל עם תנודה אחת.

כדור מלא במרכז מסה

$I_{c.m.} = \frac{2}{5} m R^2$

תיבה או לוח במרכז מסה

$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$

אם $I_x = I_y$ (בדרכ"מ מסימטרית) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מצייר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}| = mvd$

כאשר d זה המרחק האפקטיבי.

v - המהירות.

הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

חוק שימור התנע הזוויתי: אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שני:

מרכז מסה שני: $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרצסיה (נקיפה):

לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z. נגזרת בזמן של הרכיב הזה תותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M \vec{v}_{c.m.}$

תנ"ז:

- גוף הנע בקו ישר (ולא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$

- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I \vec{\omega}$

כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר

- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$

כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $\vec{L}_{c.m.} = I_{c.m.} \vec{\omega}$

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2} I \omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה): $E_k = \frac{1}{2} m v_{c.m.}^2 + \frac{1}{2} I_{c.m.} \omega^2$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*): $E_k = \frac{1}{2} m v_0^2 + \frac{1}{2} I_0 \omega^2 + m \vec{r}_{c.m.,0} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,0}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

תיאור של מאורעות מנקודת המבט של צופים הנמצאים במערכות ייחוס שונות (אינרציאליות).

עקרונות יסוד בתורת היחסות:

- חוקי הפיזיקה זהים בכל המערכות האינרציאליות.
- האור אינו צריך תווך בשביל לעבור בו.
- מהירות האור קבועה וזהה בכל מערכות הייחוס.
- אף גוף אינו יכול לנוע יותר מהר ממהירות האור.
- בוואקום. מכאן, מדידת הזמן שונה בין מערכות הייחוס.
- הזמן הופך לקואורדינטה רביעית (ביחד עם: x, y, z) שעוברת טרנספורמציה.

פקטור גאמה: $\gamma_o = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_o}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$; $\beta = \frac{v_o}{c}$

γ_o תמיד גדולה מ 1

טרנספורמצית לורנץ למיקום והזמן:

$$x' = \gamma_o(x - v_o t) ; y' = y ; z' = z$$

$$t' = \gamma_o \left(t - \frac{v_o x}{c^2} \right) ; \beta = \frac{v_o}{c} ; \gamma_o = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{v_o}{c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}$$

טרנספורמציה הפוכה:

$$x = \gamma_o(x' + v_o t') ; y' = y ; z' = z$$

$$t = \gamma_o \left(t' + \frac{v_o x'}{c^2} \right)$$

- הצירים של המערכות **חייבים** להיות מקבילים.

- בזמן $t = t' = 0$ **חייבים** שהראשיות מתלכדות.

המערכת העצמית:

מערכת בה המאורע הנצפה נמצא במנוחה.

- **זמן עצמי** τ מוגדר להיות הפרש הזמנים בין שני מאורעות כפי שהוא נמדד במערכת העצמית שלהם.

- **אורך עצמי** l_o האורך של גוף כפי שנמדד במערכת בו הגוף נמצא במנוחה.

התכווצות האורך: שינוי האורך ממערכת המנוחה

$$l = \frac{l_o}{\gamma_o} \quad \text{(העצמית) למערכת נעה}$$

התארכות הזמן: שינוי הזמן ממערכת המנוחה (העצמית)

$$\Delta t = \gamma_o \tau \quad \text{(למערכת נעה)}$$

$$\tan \theta = \gamma_o \tan \theta' \quad \text{שינוי זווית במדידת אורך:}$$

θ' - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת העצמית

θ - זווית ביחס לציר ה x (ציר התנועה) במערכת אחרת.

אפקט דופלר היחסות:

$$T = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \tau \quad \text{זמן המחזור של הגל:}$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{1+\beta}{1-\beta}} \lambda' \quad \text{אורך הגל:}$$

$$f = \sqrt{\frac{1-\beta}{1+\beta}} f' \quad \text{תדירות הגל:}$$

λ', f', τ - הזמן, התדירות ואורך הגל במערכת העצמית

$$v'_x = \frac{v_x - v_o}{1 - \frac{v_o v_x}{c^2}} \quad \text{טרנספורמצית לורנץ למהירויות:}$$

$$v'_y = \frac{v_y}{\gamma_o \left(1 - \frac{v_o v_x}{c^2}\right)} ; v'_z = \frac{v_z}{\gamma_o \left(1 - \frac{v_o v_x}{c^2}\right)}$$

אברציה - שינוי זווית המהירות:

$$\tan \theta' = \frac{\sin \theta}{\gamma_o \left(\cos \theta - \frac{v_o}{c} \right)}$$

שימו לב שפה השינוי הוא בזווית של וקטור המהירות

(כיוון התנועה) ולא שינוי זווית של הגוף כמו למעלה.