

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

וקטור יחידה:

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון: בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \quad \hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{\varphi}; \quad \hat{r} \times \hat{\varphi} = -\hat{\theta}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) =$$

$$= \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

מבוא מתמטי

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$



$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta (טבעת) / dz$$

$$ds = r dr d\theta (דיסקה) / r d\theta dz (קליפה גלילית דקה) / r dr dz$$

$$dv = r d\theta dr dz (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi (מעטפת כדור)$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr (כדור מלא או קליפה כדורית עבה)$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \quad \sigma = \frac{M}{S}; \quad \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרדיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

דיברגנס בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial(r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial(F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial(F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

רוטור (Rot/Curl): בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial(r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$+ \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר ה-z והזווית θ עם ציר ה-x זהויות של אופרטורים:

$$\vec{\nabla}(f + g) = \vec{\nabla} f + \vec{\nabla} g$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{\nabla} \cdot (\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \cdot (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot g) = (\vec{\nabla} f) \cdot g + (\vec{\nabla} g) \cdot f$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) = f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla} f)$$

השדה החשמלי

$$F = qE$$

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

הכוח הפועל על מטען הנמצא בשדה חשמלי:

$$F = qE$$

השדה שיוצר מטען נקודתי בכל המרחק:

$$E = \frac{kq}{r^2}$$

r - הוא המרחק מהמטען לנקודה בה מחשבים את השדה.

עקרון הסופרפוזיציה: השדה השקול בנקודה במרחק הוא סכום וקטורי של כל השדות שיוצרים כל המטענים באותה נקודה.

קווי שדה: מתארים איכותית את השדה במרחב. כיוון השדה בנקודה משיק לקווי השדה וגודלו בהתאם לצפיפות הקווים.

הכוח החשמלי - חוק קולון

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2}$$

חוק קולון:

$$F = \frac{kq_1 q_2}{r^2}$$

r - הוא המרחק בין הגופים

$$k = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2}$$

קבוע הכוח החשמלי האוניברסלי:

הכוח הוא כוח דחיה אם סימן המטענים זהה ומשיכה אם הסימן הפוך.

הנוסחה נכונה רק עבור מטענים נקודתיים או כדורים הטעונים בצורה אחידה. מטען נקודתי הוא גוף שהגודל שלו קטן בהרבה מ-r, המרחק שבו מחשבים את הכוח.

הנוסחה נכונה עבור שני מטענים הנמצאים בריק, כאשר המטענים נמצאים בתווך (לדוגמה מים או שמן) הכוח משתנה.

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל

$$\phi = - \int \vec{E} \cdot d\vec{r}$$

$$\vec{E} = - \vec{\nabla} \phi$$

הגדרת הפוטנציאל:

$$U = q\phi$$

$$V = \Delta \phi$$

$$W = -\Delta U = -q\Delta \phi$$

$$W = \Delta U = q\Delta \phi$$

$$\phi = \frac{kq}{r}$$

עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי:

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\phi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארכה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).

2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $dq = \frac{kq}{r}$ (הסבר על dq בחוק קולון)

דיפול חשמלי

$$d\vec{p} = q d\vec{r}$$

$$\vec{p} = q\vec{d}$$

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.

מומנט הדיפול:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

כיוון מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\phi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט דיפול של מערכת מטענים:

$$p_x = \sum x_i q_i = \int x dq$$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

אנרגיה פוטנציאלית של דיפול בשדה חיצוני:

$$U = -\vec{p} \cdot \vec{E}$$

כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חיצוני:

$$\vec{F} = (\vec{p} \cdot \vec{\nabla}) \vec{E} = -\vec{\nabla} U$$

השוויון האחרון נכון רק אם השדה משמר (שדה שנוצר ממטענים) ומומנט הדיפול אחיד (לא תלוי במרחק).

מציאת התפלגות מטען

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

$$\sigma = \epsilon_0 \Delta \phi$$

- בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית
 $\mu E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית
חומרים דיאלקטריים
חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.
 השדה בתוך חומר דיאלקטרי לנארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.
 $\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).
 ϵ_r א ϵ_r א - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרכי קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r \epsilon_0$
 צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$$

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_T$$

צפיפות המטען הכוללת:
צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקישוב של הדיפולים.
 $\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$
פוקטור הפולריזציה: צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:
 $\vec{P} = N \vec{p}_1$
 $\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.
 N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $[\frac{1}{m^3}]$
מומנט הדיפול הכולל בחומר:
 $\vec{p} = \int \vec{P} dV$
הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.
אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית
בתוך החומר:
 $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$
וקטור העתקה:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$
חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{inf}$$

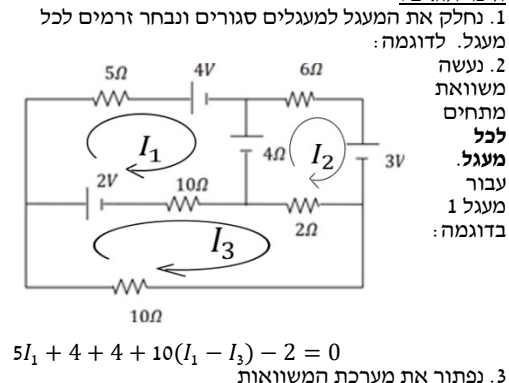
חומרים לינארים (בדרכי בשאלות):
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
חומר איזוטרופי:
 $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$
מעגלי זרם ישר



- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:
 בטור: $R_T = \sum R_i$, $V_T = \sum V_i$, $I_T = I_i$
 במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$, $I_T = \sum I_i$, $V_T = V_i$
מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.
מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.
החספק בנגד:
 $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$
 $P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.
נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.
קצר - מצב בו אין התנגדות
מקור מתח לא אידיאלי:
 $V = \epsilon - Ir$
 V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.
 ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.
 r - התנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):
 - נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
 - נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
 - נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
 - נפתור את מערכת המשוואות.

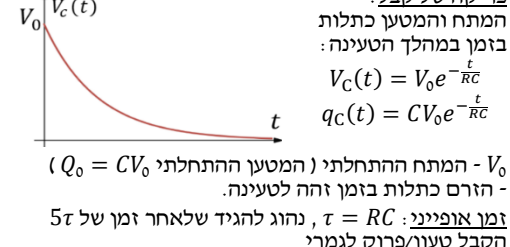
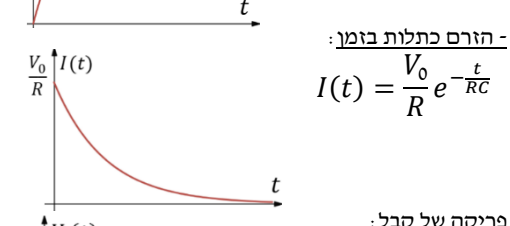
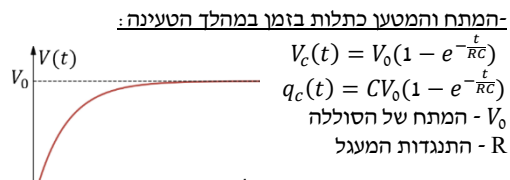
שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):
 $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$
 Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרעות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:
 $3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$
 $2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$
 $4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$
 $\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$
 Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודות התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:
 $\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$



חומרים דיאלקטריים
הגדרת הקיבול:
 $C = \frac{|q|}{|V|}$
 הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).
קיבול של קבל לוחות:
 $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$
 A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.
 $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$
 σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.
 V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.
קיבול של קבל גלילי:
 $C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$
 a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.
 L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.
הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:
 $C' = kC_0$ (ϵ_r או k) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.
 C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.
חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):
 $\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$
 כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$
חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):
 $C_T = C_1 + C_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$
 שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:
 א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.
 ב. נחשב את השדה בין הלוחות.
 ג. נחשב את המתח בין הלוחות.
 ד. נציב בנוסחה (בדרכי Q יצטמצם)
 שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:
 א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל.
 ב. נחשב את הקיבול של כל אחד.
 ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:
 $U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$
העבודה שמבצעת הסוללה:
 $W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_C$
 Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוהי המטען שקיבל הקבל)
הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:
 $F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$
הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

קבלים
 טעינה של קבל:



מבנה הנגד וצפיפות זרם

תלות של התנגדות במבנה הנגד:
 $R = \rho \frac{L}{S}$
 ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).
 L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
 S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):
 $\sigma = \frac{1}{\rho}$
צפיפות הזרם ליחידת שטח:
 $I = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$
 כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.
 $I = JS$ אם $\vec{J}$ אחידה אז:
 $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ חוק אוהם הדיפרנציאלי:
 כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:
 $\vec{J} = \rho \vec{v}$

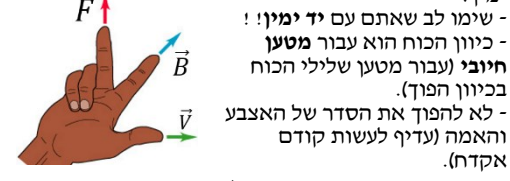
כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליח נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בדרכי אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

צפיפות הזרם ליחידת אורך:
 $I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$
 כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז:
 $I = kl$
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:
 $\vec{k} = \sigma \vec{v}$

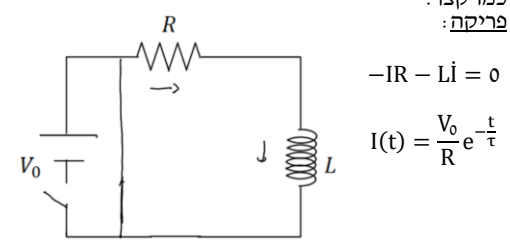
עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:
הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
 ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
 - דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).
 - דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$
 כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:



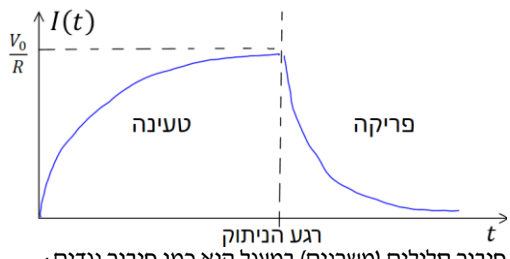
תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:
 $R = \frac{mv}{qB}$
 אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:
 $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$
 $v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.
עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

- סליל (או משרן) מתנהג בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.
פריקה:

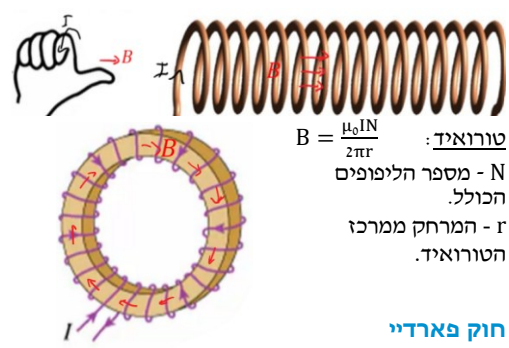


$$-IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



חיבור סלילים (משרנים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:
בטור: $L_T = L_1 + L_2 + \dots$
כאשר $I_T = I_1 = I_2 = \dots$ ו- $V_T = V_1 + V_2 + \dots$
במקביל: $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$
כאשר $I_T = I_1 + I_2 + \dots$ ו- $V_T = V_1 = V_2 = \dots$



חוק פאראדיי

GOOL

חוק פאראדיי: $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\epsilon = BLv \sin \alpha$
כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.
כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

GOOL

השראות

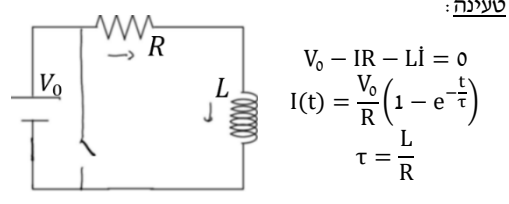
ההשראות ברכיב: $L = \frac{\phi_B}{I}$
 ϕ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.
- ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בד"כ קבועה.
חישוב השראות לפי הגדרה:
1. נניח שזרם זרם I ברכיב.
2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.
3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.
4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

השראות של סליל: $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$
 N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת.
כא"מ ברכיב עם השראות: $\epsilon = -L\dot{I}$
האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):
 $U_L = \frac{1}{2} LI^2$
 $U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$
האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:
- את האינטגרל עושים על **כל המרחב**.
- זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).
- ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).
המתח על סליל (משרן) במעגל: $V_L = L\dot{I}$
הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

GOOL

מעגלי RL

טעינה:



$$V_0 - IR - L\dot{I} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

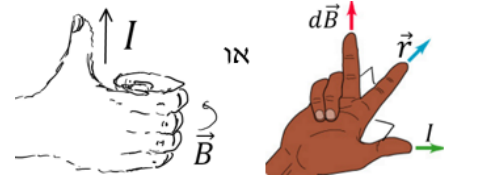
$$\tau = \frac{L}{R}$$

כוח המגנטי על תיל נושא זרם

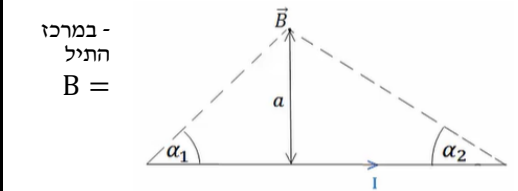
כוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I
הנמצאת בשדה מגנטי B הוא: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
- אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:
 $F = BIL \sin \alpha$
את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ.
על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.
- הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:
 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
 $\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.
 $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



במרכז התיל: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{(\frac{L}{2})^2 + a^2}^{\frac{1}{2}}$ (L אורך התיל)

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$

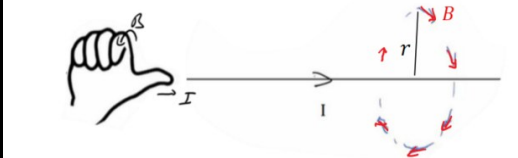
- כיוון השדה לפי כלל הבורג:
כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:
הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

GOOL

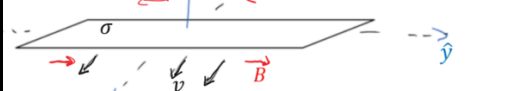
חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{J} \cdot d\vec{s}$
- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.
המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי.
3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
שדה של מישור אינסופי:
עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .
 $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד: $B = \mu_0 I n$
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.