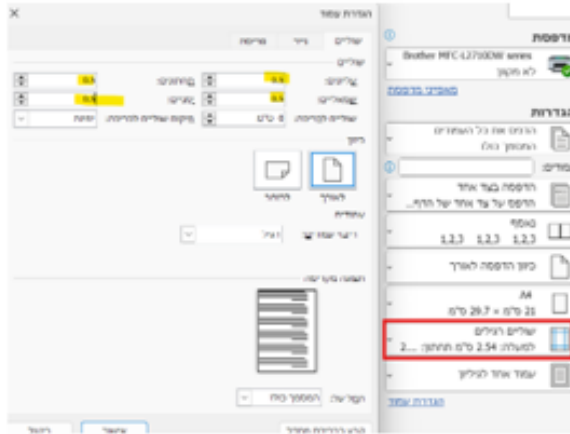


הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

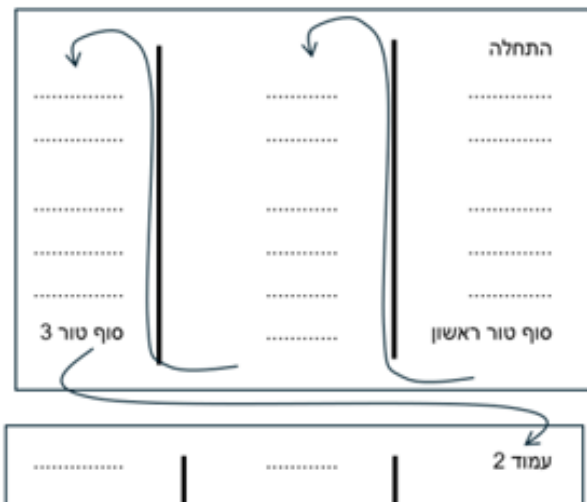
את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

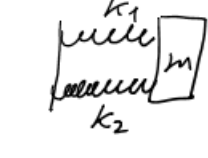
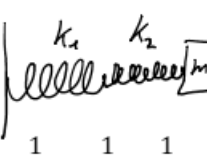
הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: $\vec{F} = m\vec{a}$
- בגלל שהשוויון קוטרי צריך שיהיה שוויון בכל ציר
בנפרד. כלומר: $\Sigma F_y = ma_y$, $\Sigma F_x = ma_x$
- בבעיות עם מספר גופים נעשה תנאים כוחות וחוק של כלל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

קפיצים

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל	חיבור בטור
	
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

כבידה והכוח הריבועי ההפוך

כוח הכבידה בין שני גופים בעלי מסה: $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$
- כאשר m_1 ו- m_2 הן שתי המסות ביניהם פועל הכוח.
- r הוא המרחק בין מרכזי הכובד של הגופים. מפה השם הכוח הריבועי ההפוך.
- G הוא קבוע הנקרא **קבוע הכבידה העולמי** (או קבוע הגרביטציה העולמי או קבוע ניוטון), ערכו נמדד בניסויים והוא: $G = 6.67384 \cdot 10^{-11} \frac{m^3}{s^2 kg} = 6.67384 \cdot 10^{-8} \frac{cm^3}{s^2 gr}$

עבודה ואנרגיה

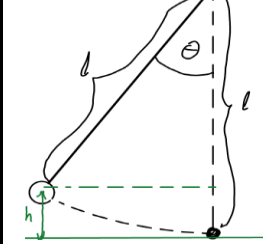
העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F\Delta x \cos \alpha$
כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק
כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.
- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2}mv^2$
העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית: $W_{\Sigma F} = \Delta E_k$
האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$
 h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס איפה שרוצים.
העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $W_g = -\Delta U_g$
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ): $U_{el} = \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
 k הוא קבוע הקפיץ
 Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)
כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$E = E_k + U = \frac{1}{2}mv^2 + mgh + \frac{1}{2}k(\Delta x)^2$
*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.
משפט עבודה אנרגיה: $W_{NC} = \Delta E$ או $E_i + W_{NC} = E_f$ או E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.
נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$h = l(1 - \cos \theta)$
 h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.
חוס (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.
- כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)
 $Q = -W_{f_k}$
- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.
הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.
ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע: $P = \frac{W}{\Delta t}$
היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.
יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$
נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.



- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע. מיקום הגוף: $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
חדר (אורך הקשת שמול הזווית): $S = R \cdot \Delta \theta$
- יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים

המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.
מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת: $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ (ביחידות של רדיאן לשניה)
 f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור.
הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבוע): $|\vec{v}| = \omega R$
תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$
סכום הכוחות למרכז המעגל:

$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$
- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה X למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קבועה) אז ישנה גם תאוצה משקיית. התאוצה המשקיית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור תאוצה משקיית קבועה או ממוצעת: $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$
תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.
עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת: $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ (ביחידות של רדיאן לשנייה)
הקשר בין התאוצה הזוויתית לתאוצה המשקיית (גם עבור תאוצה משתנה): $a_\theta = \alpha R$
מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$
זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2}\alpha(t - t_0)^2$

מתקף ותנע

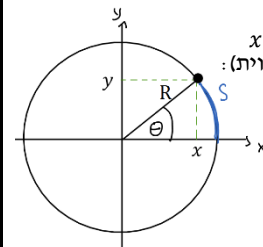
המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$
התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה: $\frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2 = \frac{1}{2}m_1u_1^2 + \frac{1}{2}m_2u_2^2$
בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה: $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$
התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-
 $m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$
 $\vec{u}$ היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות.
רתע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-
 $(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$
- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.
- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (ססם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.
- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.
התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הנופל לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה סינוסית החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע עבורו מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהוכחו ביחס ישר למיקום.

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה סינוסית החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע עבורו מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהוכחו ביחס ישר למיקום.



תנועה הרמונית

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית: $x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$
- הראשית היא בנקודת שיווי המשקל.
- נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסימלית).
 A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משיווי משקל.
 ω - תדירות זוויתית. ϕ - פאזה.
המהירות בתנועה הרמונית: $v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi)$
התאוצה בתנועה הרמונית: $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi)$
קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות זמן המחזור: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

עבור מסה המחוברת לקפיץ: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו- m היא מסת הגוף.
הפאזה: $\phi = \omega \cdot t_0$
כאשר t_0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש $t = 0$ (מתחילים למדוד את התנועה)

בדר"כ נמצא את A ו- ϕ מתנאי התחלה:
 $x(t = 0) = A \sin \phi$; $v(t = 0) = -\omega A \cos \phi$
מהירות ותאוצה מקסימליות:
 $v_{max} = \pm \omega A$; $a_{max} = \pm \omega^2 A$
תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נק' ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את $x=0$ בנקודת ש.מ ולהתעלם מהכובד.

האנרגיה בתנועה הרמונית:
 $E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

כבידה

החוק השלישי של קפלר: $\left(\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$
 $\bar{r}$ - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים.
 T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.
גודל כוח הכבידה בין שני גופים: $F = G \frac{m_1m_2}{r^2}$
 $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ - קבוע הכבידה האוניברסלי.
 m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים.
אנרגיה פוטנציאלית כובדית:

$U_G = -\frac{GMm}{r}$ ($U_G(r \rightarrow \infty) = 0$)
 M - מסת הגוף המשפיע. m - מסת הגוף המושפע.
 r - מרחק בין הגופים.
אנרגיה של לוויין במסלול מעגלי:

קינטית: $E_k = \frac{GMm}{2r}$
כוללת: $E = -\frac{GMm}{2r}$

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x :
 $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$
מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$
תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$
עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.
תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

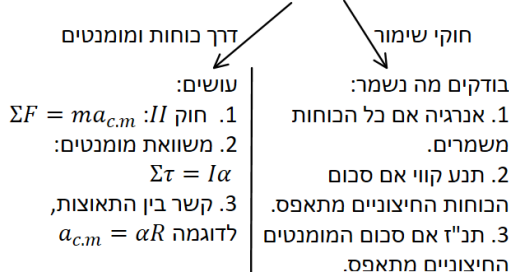
$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$
אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)
מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$
משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$
 - בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?



גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$	גוף נקודתי גליל חלול טבעת (חלולה)
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$	
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$	
מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$	
מוט בקצה $I = \frac{1}{3}mL^2$	
כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$	
תיבה או לוח במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$	

GOOL

מומנט כוח

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

מומנט כוח:

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$$

גודל המומנט:

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

GOOL

תנע זוויתי (תנ"ז)

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

תנ"ז:

$\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$$|\vec{L}| = mvd$$

כאשר d זה המרחק

האפקטיבי.

v - המהירות.

הקשר בין תנ"ז

$$\Sigma \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$$

למומנט כוח:

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\Sigma \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

GOOL

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח:
 $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
 אנרגיה קינטית סיבובית סביב ציר קבוע כלשהו:

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\dot{\theta} = \omega$	$\dot{x} = v$
$\ddot{\theta} = \alpha = \dot{\omega}$	$\ddot{x} = a = \dot{v}$
I	m
L	p
τ	F