

## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

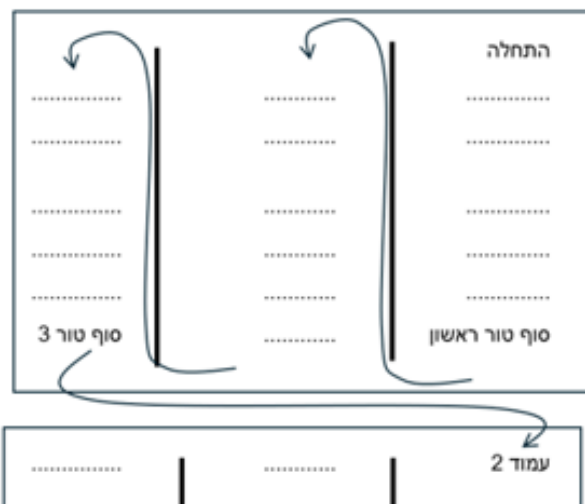
### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

### מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

## מבוא מתמטי

## GOOL

קואורדינטות גליליות:  $(r, \theta, z)$

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta (טבעת) / dz$$

$$ds = r dr d\theta (דיסקה) / r d\theta dz (קליפה גלילית דקה)$$

$$dv = r d\theta dr dz (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)$$

קואורדינטות כדוריות:  $(r, \theta, \varphi)$

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi (מטפת כדור)$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr (כדור מלא או קליפה כדורית עבה)$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

$V, S, l$  הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

$\alpha$  - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים:  $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$ ;  $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{A} \times \vec{B} = \frac{\partial \vec{F}}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial \vec{F}}{\partial z} \hat{z}$$

גריאנט בקרטזיות:

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(\*) שימו לב שהזווית  $\varphi$  עם ציר z-הוזהוית  $\theta$  עם ציר x

במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}; \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גריאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גריאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

דיברגנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left( \frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left( \frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left( \frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left( \frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left( \frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

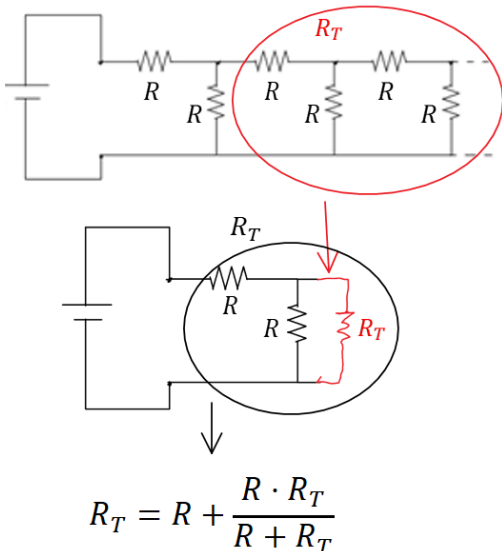
בכדוריות (\*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left( \frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left( \frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left( \frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$  - וקטור מהמטען  $q$  אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המט



## מעגלי זרם ישר

**זרם:**  $I = \frac{dq}{dt}$   
 - כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.  
**חוק אוהם:** - הקשר בין המתח לזרם **בנגד**:  $V = IR$   
**חיבור נגדים בטור:** - נגדים עם זרם זהה:  $R_T = R_1 + R_2$   
 כאשר  $R_T$  התנגדות הנגד השקול.  
  
 כאשר  $V_T$  ו- $I_T$  הם המתח והזרם בנגד השקול.  
**חיבור נגדים במקביל:** - נגדים עם מתח זהה:  
  
 $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$   
 $I_T = I_1 + I_2$   
 $V_T = V_1 = V_2$

- עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:  
 בטור:  $R_T = \sum R_i$ ,  $V_T = \sum V_i$ ,  $I_T = I_i$   
 במקביל:  $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}$ ,  $I_T = \sum I_i$ ,  $V_T = V_i$   
**מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי:** - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.  
**מד מתח (וולטמטר) אידיאלי:** - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

**ההספק בנגד:**  $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$   
 - נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.  
**נתק:** - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.  
**קצר:** - מצב בו אין התנגדות  
**מקור מתח לא אידיאלי:**  $V = \mathcal{E} - Ir$   
 - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.  
 -  $\mathcal{E}$  - כח"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.  
 -  $r$  - ההתנגדות הפנימית.

**חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):**  
 - נגדיר זרם לכל חוט במעגל.  
 - נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).  
 - נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.  
 - נפתור את מערכת המשוואות.

**שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):**  
 $I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$   
 $\Delta$  - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרעות).  
 $\Delta_i$  - דטרמיננטה של מערכת המשוואות בה  $i$  העמודה ה- $i$  בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הניל:  

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$
  
 $\Delta_i$  - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- $i$  בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הניל:  

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & \mathbf{5} & 8 \\ 2 & \mathbf{1} & 9 \\ 4 & \mathbf{3} & -7 \end{vmatrix}$$

**זרמי חוגים:**  
 1. נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:  
  
 2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.  
 3. נפתור את מערכת המשוואות מעגלים אינסופיים:

נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.  
 - נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל ב- $R_T$   
 - נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו  $R_T$   

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$$

**מעגלים אינסופיים:**  
 נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגל ללא החוליה הראשונה.  
 - נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל ב- $R_T$   
 - נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו  $R_T$

- הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.  
 - בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית  

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$
  
**מטעני דמות**  
 שיטה למצא פוטנציאל בבעיות עם מוליכים והתפלגות מטען שאינה אחידה.  
**השיטה:**  
 - נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך.  
 - בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.  
 - בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.  
 - לפי משפט הקיום והיחידות, הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.  
**המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:**  

$$q' = -\frac{R}{a} q ; b = \frac{R^2}{a}$$
  
 - אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל  $V_0$   
 אז נוסיף מטען  $q'' = \frac{V_0 R}{k}$  במרכז הקליפה.

**המקרה של שני גלילים אינסופיים:**  
  

$$\lambda = \frac{\pi \epsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R}\right)^2 - 1}\right)} ; a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - R^2}$$

**חומר דיאלקטרי**  
 חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.  
**השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:**  

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$
  
 הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.  
 $\vec{E}$  הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).  
 $\epsilon_r$  או  $\epsilon$  - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרכי קבוע וידוע.  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$  -  $\epsilon_r > 1$   
 **$\sigma_{free}$  - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:**  

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free \perp}$$
  
 **$\sigma_T$  - צפיפות המטען הכוללת:**  

$$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$$
  
 **$\sigma_i$  - צפיפות מטען מושרית/קשורה:** צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקישוב של הדיפולים.  

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

**$\vec{P}$  - וקטור הפולריזציה.** צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.  

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$
  
 $\vec{p}_1$  - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.  
 $N$  - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של  $\left[\frac{1}{m^2}\right]$   
**מומנט הדיפול הכולל בחומר:**  

$$\vec{p} = \int \vec{P} dV$$
  
**הקשר בין  $\vec{P}$  לצפיפות המושרית על השפה:**  

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$
  
 כאשר  $\hat{n}$  הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

**אם  $\vec{P}$  לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית**  
**בתוך החומר:**  

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$
  
**וקטור העתקה:**  

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$
  
**חוק גאוס למטען החופשי:**  

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

**בחומרים לינאריים (בדרכי בשאלות):**  

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$
  
**חומר איזוטרופי:**  

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

## חומרים דיאלקטריים

**הגדרת הקיבול:**  

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$
  
 הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

**קיבול של קבל לוחות:**  

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$
  
 - שטח כל לוח.  $d$  - מרחק בין הלוחות,  $d \ll \sqrt{A}$   
**שדה בתוך קבל לוחות:**  

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$
  
 - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.  
 - המתח בין הלוחות.  $d$  - מרחק בין הלוחות.

**קיבול של קבל גלילי:**  

$$C = \frac{2\pi \epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$
  
 a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.  
 L - אורך הגלילים,  $a, b \ll L$ .

**הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:**  

$$C' = k C_0$$
  
 k (או  $\epsilon_r$ ) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.  
 $C_0$  - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.  
**חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):**  

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר  $Q_T = Q_1 = Q_2$  ו-  $V_T = V_1 + V_2$   
**חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):**  

$$C_T = C_1 + C_2$$
  
 כאשר  $Q_T = Q_1 + Q_2$  ו-  $V_T = V_1 = V_2$   
**שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:**  
 א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.  
 ב. נחשב את השדה בין הלוחות.  
 ג. נחשב את המתח בין הלוחות.  
 ד. נציב בנוסחה (בדרכי Q יצטמצם)  
**שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:**  
 א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל.  
 ב. נחשב את הקיבול של כל אחד.  
 ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות.

**אנרגיה האגורה בקבל:**  

$$U_c = \frac{1}{2} q^2 C = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$
  
**העבודה שמבצעת הסוללה:**  

$$W_s = \Delta q V_s = -2 \Delta U_c$$
  
 $\Delta q$  הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)  
**הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:**  

$$F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$$
  
 הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

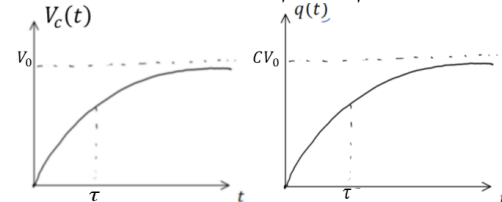
## פריקה וטעינה של קבל

**מעגל טעינה:**  
**משוואת המתחים:**  

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$
  

$$I = \frac{dq}{dt}$$
  
**המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):**  

$$q(t) = CV_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) ; V_c(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$
  
 $\tau = RC$  הוא קבוע הזמן אופייני



הזרם כחולות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

בהתחלה ( $t = 0$ ) הקבל מתנהג כמו קצר, המטען והמטען על הקבל הם אפס והזרם הוא  $\frac{V_0}{R}$

לאחר זמן רב ( $t > 5\tau$ ) הקבל מתנהג כמו נתק, המטען והמטען קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:

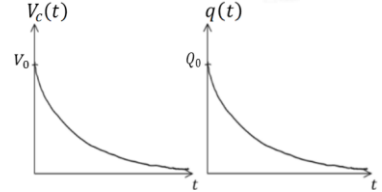
משוואות המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

המטען והמטען על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; Q_0 = CV_0$$



הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:  $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$   
מעגלים אינסופיים בקבלים: ראו מעגלים אינסופיים במעגלי זרם ישר.

### מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:  $R = \rho \frac{L}{S}$   
 $\rho$  - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם. הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/סדר).

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):  $\sigma = \frac{1}{\rho}$

צפיפות הזרם ליחידת שטח:  $I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{j}$ .

אם  $\vec{j}$  אחידה אז:  $I = JS$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:  $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

כאשר  $\sigma$  היא המוליכות ו- $E$  השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$\vec{j} = \rho \vec{v}$

כאשר  $\rho$  היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$  היא מהירות נושאי המטען. במוליך,  $\rho = nq$  כאשר  $n$  הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- $q$  הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה  $\vec{v}_{drift}$ .

צפיפות הזרם ליחידת אורך:  $I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם  $\vec{k}$  אחידה אז:  $I = kl$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:  $\vec{k} = \sigma \vec{v}$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך  $\lambda$  בתנועה נקבל:  $I = \lambda v$

### הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:  $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.

- דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

- דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא:  $F_B = qvB \sin \alpha$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד ימין:

- שימו לב שאתם עם יד ימין!

- כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).

- לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדיף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד: מטען  $q$  בעל מסה  $m$  הנע במהירות  $v$  בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

אם  $v$  לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

$\cos \alpha$  היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה. עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

### הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך  $dl$  עם זרם  $I$  הנמצאת בשדה מגנטי  $\vec{B}$  הוא:  $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:  $F = BIL \sin \alpha$

את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- $dl$ ) מחליף את המהירות.

הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

### חוק ביו-סבר

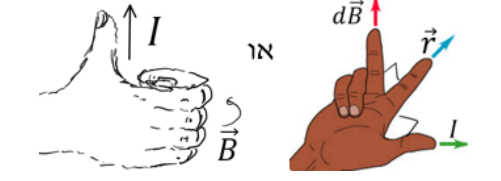
השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

$\vec{r}$  הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

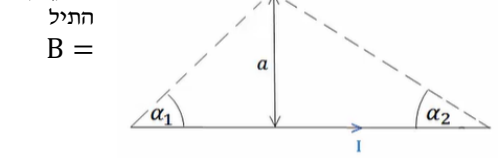
$d\vec{l}$  הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



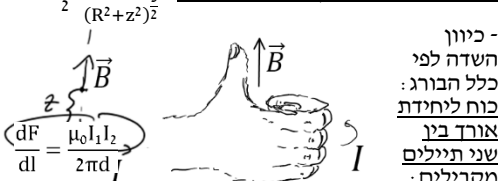
השדה של תיל סופי:  $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$

במרכז התיל  $B =$



$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{L}{2})^2 + a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה:  $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$



כיוון השדה לפי כלל הבורג: כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

### חוק אמפר

חוק אמפר:  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}; I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$

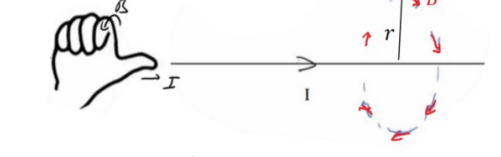
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בדרכי נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.

הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. המקרים הנפוצים של חוק אמפר:

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי.
3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי:  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

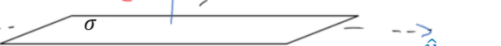
כאשר  $r$  הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון  $\hat{z}$  השדה בכיוון  $\hat{\theta}$

שדה של מישור אינסופי:  $\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$

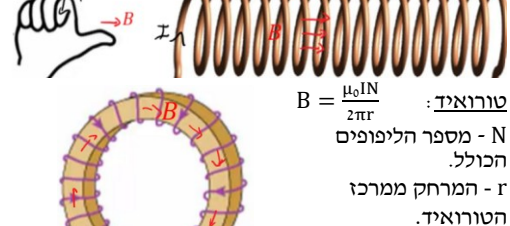
עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית  $\sigma$  ונע בכיוון  $\hat{x}$  במהירות  $v$ .



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:  $B = \mu_0 n I$

כאשר  $n$  הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



טורואיד:  $B = \frac{\mu_0 n I}{2\pi r}$

N - מספר הליפופים הכולל.

r - המרחק ממרכז הטורואיד.

### מציאת צפיפות זרם

מציאת צפיפות זרם משטחית  $\vec{j}$  משדה מגנטי נתון (חוק אמפר הדיפרנציאלי):  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$

מציאת צפיפות זרם קווית  $\vec{k}$  משדה מגנטי נתון (כאשר יש אי רציפות בשדה):  $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$

כאשר  $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$  הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1 לתחום 2 ו- $\vec{B}_1, \vec{B}_2$

בשביל למצא זרם של תיל נחפש שדה המצורה  $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$

בוקאורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו-1 C קבוע כלשהו. נשווה לשדה של תיל אינסופי ( $\frac{\mu_0 I}{2\pi r}$ ) ונקבל

$$I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$$

### חוק פאראדיי

$$\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}; \phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.

בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.

חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:  $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

כאשר  $\vec{v}$  היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)

כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי:  $\varepsilon = BLv \sin \alpha$

כאשר  $\alpha$  היא הזווית בין המהירות לשדה.  $L$  האורך שלו ו- $\alpha$  היא הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

### אפקט הול

בפועל רק אלקטרונים זזים במוליך כשיש זרם. כתוצאה מהתנועה הזו הם מרגישים כוח (אם יש שדה מגנטי) שדוחף אותם לדופן המוליך ונוצרת הפרדת מטענים הגורמת לשדה חשמלי לרוחב המוליך. בשינוי משקל הכוח החשמלי שווה למגנטי. מהשוויון ניתן לחשב את השדה החשמלי ו-

$$V = \frac{IdB_{\perp}}{nqA} = \frac{2IB_{\perp}}{nq\pi R}$$

המתח הנוצר לרוחב המוליך:

$V$  - המתח בין הקצוות של המוליך שמאונכות לכיוון הזרם וכיוון השדה המגנטי.  $I$  - הזרם במוליך.

$B_{\perp}$  - הרכיב של השדה המגנטי שמאונך לזרם.

$n$  - מספר האלקטרונים ליחידת נפח במוליך.

$q$  - מטען האלקטרון.  $d$  - הרוחב של המוליך שמצדדיו נמדד המתח.  $A$  - שטח החתך של המוליך (מאונך לזרם) השוויון השני למקרה של מוליך גלילי,  $R$  רדיוס הגליל.

### מומנט דיפול מגנטי

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

$$\vec{\mu} = \frac{IA\vec{n}}{c}$$

מומנט דיפול המגנטי ( $\vec{\mu}$  לפעמים מסומן ב- $\vec{m}$ )

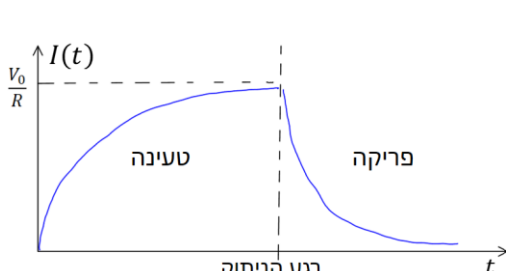
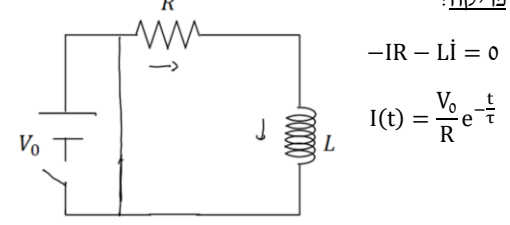
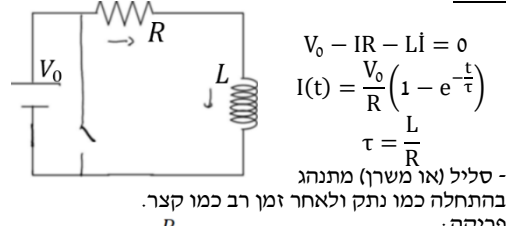
I - הזרם בלולאה.  $\vec{A}$  - השטח הסגור על-ידי הלולאה.  
 כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.  
 השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדי  
 הדיפול:  $\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$   
 מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי  
 חיצוני:  $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$   
 האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי  
 חיצוני:  $U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$   
**השראות**

**ההשראות ברכיב:**  
 $L = \frac{\Phi_B}{I}$   
 $\Phi_B$  הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו-I הזרם ברכיב.  
 ההשראות היא **תכונה שתלויה רק במבנה** ולכן היא בדי"כ קבועה.  
**חישוב השראות לפי הגדרה:**  
 1. נניח שזרם זרם I ברכיב.  
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.  
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.  
 4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

**השראות של סליל:**  
 $L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$   
 N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו-a רדיוס טבעת  
**כא"מ ברכיב עם השראות L:**  
 $\varepsilon = -L \dot{I}$   
 האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):  
 $U_L = \frac{1}{2} L I^2$

**האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:**  
 $U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$   
 - את האינטגרל עושים על כל המרחב.  
 - זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).  
 - ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).  
**המתח על סליל (משורר) במעגל:**  
 $V_L = L \dot{I}$   
 הצד הגבוה הוא בנקודה שבה נכנס הזרם לסליל.

**מעגלי RL**  
**טעינה:**

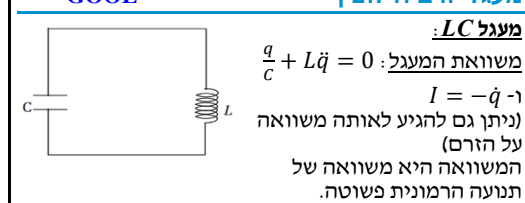


**חיבור סלילים (משוררים) במעגל הוא כמו חיבור נגדים:**  
 בטור:  $L_T = L_1 + L_2 + \dots$   
 כאשר  $V_T = V_1 = V_2 = \dots$  ו-  $I_T = I_1 = I_2 = \dots$   
 במקביל:  $\frac{1}{L_T} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots$   
 כאשר  $V_T = V_1 = V_2 = \dots$  ו-  $I_T = I_1 + I_2 + \dots$

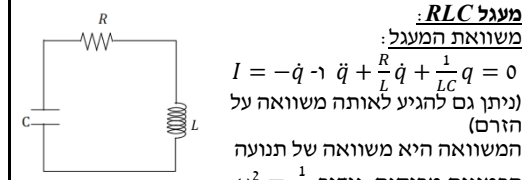
**השראות הדדית**  
**השראות הדדית:**  
 $M_{1,2} = \frac{\Phi_1}{I_2}$   
**חישוב השראות הדדית:**  
 1. נניח שזרם זרם I2 ברכיב 2.  
 2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.  
 3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.  
 4. נציב בנוסחה של ההשראות ו-I2 יצטמצם.  
 - השראות הדדית תמיד סימטרית  $M_{1,2} = M_{2,1} = M$   
 ולכן ניתן תמיד לחשב M1,2 ולהסיק על M2,1 (או להפך).

**יחס המתחים בשנאי:**  
 $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} = \frac{N_2}{N_1}$   
 N הוא מספר הליפופים בכל צד.  
**משוואות מקסוול**  
**הצורה הדיפרנציאלית:** הצורה האינטגרלית:  
 1. חוק גאוס  $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$  ;  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\varepsilon_0} \int \rho dV$   
 2.  $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$  ;  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$   
 השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.  
 3.  $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$  ;  $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$   
 מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדי  $\varepsilon = -\dot{\Phi}_B$   
 4.  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$  ;  $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \varepsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)  
**מעגלי זרם חילופין**  
**מעגל LC:**  
**משוואת המעגל:**  $\frac{q}{C} + L\ddot{q} = 0$   
 ו-  $I = -\dot{q}$  (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)  
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.



**פתרון:**  $q(t) = A \cos(\omega t + \phi)$  ;  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   
**האנרגיה האגורה במעגל:**  
 (האנרגיה הכוללת נשמרת)  
**מעגל RLC:**  
**משוואת המעגל:**  
 $I = -\dot{q}$  ו-  $\ddot{q} + \frac{R}{L}\dot{q} + \frac{1}{LC}q = 0$  (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)  
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר  $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$



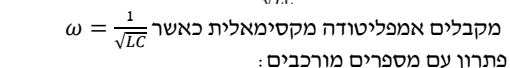
ו-  $\Gamma = \frac{R}{2L}$   
 הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:  
**מקרה 1 - ריסון חזק:**  $\Gamma > \omega_0$   
 $q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$   
 $\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$   
**מקרה 2 - ריסון קריטי:**  $\Gamma = \omega_0$   
 $q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$   
 בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר משלושת המקרים.  
**מקרה 3 - ריסון חלש:**  $\Gamma < \omega_0$   
 $q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \phi)$   
 $\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$

**בכל המקרים האנרגיה של המעגל (שאגורה בסליל ובקבל) דועכת בקצב כפול:**  
 $E \propto e^{-2\Gamma t}$   
 (בריסון חזק קבוע הדעיכה הוא  $\lambda$  במקום  $\Gamma$ )

**מעגלים עם מקור מתח חילופין:**  
**משוואת המעגל:**  
 $\ddot{I} + \frac{R}{L}\dot{I} + \frac{1}{LC}I = -\omega V_0 \sin(\omega t)$   
 ו-  $I = \dot{q}$  (ניתן גם להגיע למשוואה דומה עבור המטען)  
 המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מאולצת.  
**פתרון המשוואה:**

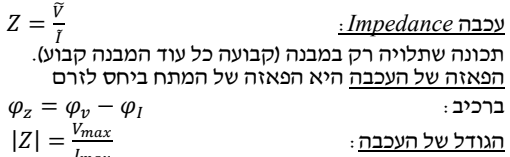
פתרון הומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.  
 הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בדי"כ מתייחסים רק אליו.  
 $I(t) = I_{max}(\omega) \cos(\omega t + \phi)$   
**הפתרון ההומוגני הוא פתרון מעגל RLC והוא דועך בזמן.**  
**הפתרון הפרטי נקרא הפתרון של המצב העמיד (לאחר זמן רב) בדי"כ מתייחסים רק אליו.**  
 $I_{max}(\omega) = \frac{V_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{\omega C} - \omega L\right)^2 + R^2}}$   
 $\tan \phi = \frac{\frac{1}{\omega C} - \omega L}{R}$   
**תהודה:** מצב שבו  $I_{max}(\omega)$  מקסימאלי.

- שימו לב,  $I_{max}$  הוא אמפליטודת הזרם במעגל עם מקור בעל תדירות  $\omega$  מסוימת. תהודה מדברת על איזה תדירות צריך שתהיה למקור כך שהאמפליטודה הזו תהיה הכי גבוהה שאפשר.  
 - בשביל למצוא את תדירות התהודה במקרה כללי צריך לנזור את  $I_{max}$  לפי  $\omega$  ולהשוות לאפס. עבור  $R \ll \sqrt{\frac{L}{C}}$



מקבלים אמפליטודה מקסימאלית כאשר  $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$   
**פתרון עם מספרים מורכבים:**  
 אם כל המשתנים הם פונקציות מהצורה  $A \cos(\omega t + \phi)$  והמשוואות שלנו לינאריות. אז יותר נוח לעבוד עם מספרים מורכבים. כך ש:

$I(t) = I_0 \cos(\omega t + \phi) = \text{Re}\{\tilde{I}(t)\}$   
 $\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \phi)}$   
 (בדרי"כ לא רושמים את הגל)  
 בעבודה עם מספרים מורכבים אפשר להוריד את התלות בזמן  
**פאזור:** תיאור של המספר המורכב באמצעות וקטור במערכת דו מימדית.  
 הפאזור מסתובב בזמן אבל בדרי"כ מסתכלים רק על הפאזור ב  $t=0$



**עכבה Impedance:**  
 תכונה שתלויה רק במבנה (קבועה כל עוד המבנה קבוע).  
 הפאזה של העכבה היא הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב:

| הרכיב | העכבה של הרכיב Z | הפאזה של המתח ביחס לזרם ברכיב  |
|-------|------------------|--------------------------------|
| נגד   | R                | המתח והזרם בנגד הם באותה הפאזה |
| סליל  | iωL              | בסליל המתח מקדים את הזרם ב π/2 |
| קבל   | 1/iωC            | בקבל המתח מפגר אחרי הזרם ב π/2 |

ניתן לחבר עכבות בדיוק כמו חיבור של נגדים ולקבל את **העכבה הכוללת של המעגל:**  
 $\tilde{V}_s = Z_T \tilde{I}_s$   
 הם הזרם והמתח של המקור (בייצוג המורכב).  
**ערכי RMS** (ממוצע של ריבוע הגודל בזמן):

$I_{RMS} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}}$  ;  $V_{RMS} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}}$   
**הספק רגעי:**  
 $P(t) = V(t)I(t)$   
 לשים לב שההספק הרגעי הוא לא גודל לינארי ולכן אי אפשר לחשב אותו באמצעות הייצוג המורכב של המתח והזרם.  
**הספק ממוצע:**  $\bar{P} = \frac{V_{max} I_{max}}{2} \cos \phi = V_{RMS} I_{RMS} \cos \phi$   
 כאשר  $\phi$  היא הפאזה של המתח ביחס לזרם.  
 $\cos \phi$  הוא מקדם/גורם ההספק. מצביע על ניצול האנרגיה במעגל.

**גלים והתאבכות גלים**  
**מהירות גל מחזורי:**  
 $v = \lambda f$   
 $\lambda$  - אורך הגל.  $f$  - תדירות הגל.  
**חוק השביבה:**  
 $\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$   
 $\theta$  - הזווית בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאנך למשטח.  
 $n$  - מקדם השביבה של כל תווך.  
 $v$  - מהירות הגל בכל תווך.

**גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:**  
 $\ell = n \frac{\lambda}{2}$   
 $\ell$  - אורך המיתר.  $n$  - מספר נקודות הקמר (מקסי/מיני) קווי מקסימום ראשיים בהתאבכות משני מקורות (ויותר) שווי-מופע:  
 $\sin \theta_n = \frac{x_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{d}$   
 $\theta_n$  - זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.  
 $X_n$  - המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n.  
 $L_n$  - המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n

$n$  – סדר קו המקסימום.  $\lambda$  – אורך הגל.

$d$  – המרחק בין החריצים.

קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווי-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

$\theta_n$  – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום  $n$  ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.

$X_n$  – המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר  $n$ .

$L_n$  – המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר  $n$ .

$\lambda$  – אורך הגל.  $d$  – המרחק בין החריצים.

$$\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$$

נוסחת יאנג:

$\Delta X$  – רוחב פס האור.  $L$  – מרחק האנך למסך מהחריצים.

$\lambda$  – אורך הגל.  $d$  – המרחק בין החריצים.

קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = nN \cdot \lambda$$

$\theta_n$  – הזווית למקסימום מסדר  $n$ .

$d$  – המרחק בין שני חריצים צמודים.  $N$  – קבוע הסריג.

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$$

קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:

$\theta_n$  – הזווית למינימום מסדר  $n$ .

$X_n$  – מרחק מרכז המינימום מסדר  $n$  למרכז המקסימום

המרכזי.  $L_n$  – המרחק בין החריץ למינימום מסדר  $n$ .

$w$  – רוחב החריץ.

$$\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$$

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמיע:

כאשר  $I_a$  היא עוצמת הקול של  $\alpha$  דציבל.  $I_0$  – סף השמיע של אדם.

- ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים

$$\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha - \beta}{10}\right)}$$

שונים  $\alpha$  ו- $\beta$ :

$$E = I \cdot S \cdot t$$

האנרגיה של גל קול:

$E$  – האנרגיה הכוללת של גל הקול.  $I$  – העוצמה בדציבל.

$S$  – שטח החתך בו הגל פוגע.

$t$  – משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

**וקטור פוינטינג והאנרגיה האגורה בשדות GOOL**

אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left( \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח):  $u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$

$$\vec{s} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

וקטור פוינטינג:

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.

הקשר בין האנרגיה לוקטור פוינטינג בריק:

$$\oint \vec{s} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פוינטינג על

משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה

האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{s} = - \frac{du_{em}}{dt}$$

הקשר הדיפרנציאלי בריק: