

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2
v(t) = v_0 + a(t - t_0)
v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0
בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
- 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

- שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g y_0 ; t_גובה = v_0 / g

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)
העתק: Δr = Δx i + Δy j = (Δx, Δy)
מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = Δr / Δt
זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

- נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(θ) t ; v_x(t) = v_0 cos(θ)
y(t) = y_0 + v_0 sin(θ) t + 1/2 a_y t^2
v_y(t) = v_0 sin(θ) + a_y t

- אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או g = -a_y, תיתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

- שיא גובה (v_y(t) = 0): t_גובה = v_0 sin(θ) / g
y_גובה = y_0 + (v_0 sin(θ))^2 / 2g

- טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2θ) / g
טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות
- משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים t מהביטוי של x(t) ומציבים ב y(t).

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.
החוק השלישי של ניוטון: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.
שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיכוך סטטי:
- פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע).
- כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.
- גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

- ערך מקסימלי: f_s ≤ μ_s N או f_s,max = μ_s N
חיכוך קינטי:

- פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע).
- גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים).



דינמיקה - חוק II של ניוטון

חוק II של ניוטון: ΣF = m a
- בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר.
- בנפרד. כלומר: ΣF_x = m a_x ; ΣF_y = m a_y
- בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נסיק את הקשר בין התאוצות של הגופים.

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)
גרפים:
- התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
- הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.
המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = ∫ v(t) dt
התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:
a(t) = dv/dt ; v(t) = ∫ a(t) dt

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.
נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים

פירוק לרכיבים:
A_y = |A| sin θ
A_x = |A| cos θ
למצא גודל וזווית:

|A| = √(A_x^2 + A_y^2) ; tan θ = A_y / A_x

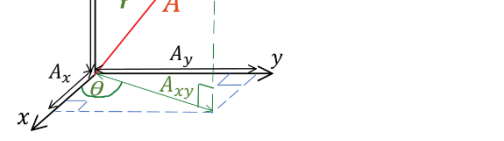
חיבור וקטורים:
- בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
- תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.
- בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)
- בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.
כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר: B = α A = (α A_x, α A_y)
- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך)
מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A · B = A_x · B_x + A_y · B_y + A_z · B_z = |A| |B| cos α
- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור)
- מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.
נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:
cos α = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

וקטור יחידה:
וקטור בשלושה מימדים:

0 ≤ φ ≤ π
0 ≤ θ ≤ 2π
tan θ = A_y / A_x

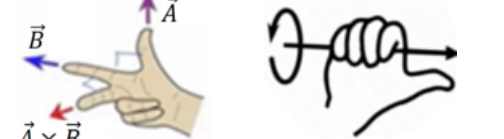


√(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) ; cos φ = A_z / |A| = A_z / √(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)

- פירוק לרכיבים: A_xy = |A| sin φ ; A_z = |A| cos φ
A_x = |A| sin φ cos θ ; A_y = |A| sin φ sin θ
מכפלה וקטורית:
- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A × B = | i j k |
| A_x A_y A_z |
| B_x B_y B_z |

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:
גודל המכפלה הוא: |A × B| = |A| |B| sin α
וכיוון לפי כלל יד ימין:



- שימו לב שאתם עם יד ימין!!
- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמוחל: sin α = a/c יתר
ניצב ליד: cos α = b/c יתר
ניצב שמוחל: tan α = a/b ליד ניצב
1 / tan α = cot α = b/a
ניצב שמוחל: 1 / sin α = csc α
ניצב שמוחל: 1 / cos α = sec α
a^2 + b^2 = c^2

sin(90° - α) = cos α ; cos(90° - α) = sin α tan(90° - α) = cot α ; cot(90° - α) = tan α	90° - α
sin(90° + α) = cos α ; cos(90° + α) = -sin α tan(90° + α) = -cot α ; cot(90° + α) = -tan α	90° + α
sin(180° - α) = sin α ; cos(180° - α) = -cos α tan(180° - α) = -tan α ; cot(180° - α) = -cot α	180° - α
sin(-α) = -sin α ; cos(-α) = cos α tan(-α) = -tan α ; cot(-α) = -cot α	-α
sin 2α = 2 sin α cos α cos 2α = cos^2 α - sin^2 α = 1 - 2 sin^2 α = 2 cos^2 α - 1	2α
sin(α ± β) = sin α cos β ± sin β cos α cos(α ± β) = cos α cos β ∓ sin α sin β	α ± β

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n
משוואת הקו המשיק, כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.
מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2
הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c
a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b / (2a)
נוסחת השורשים: x_{1,2} = (-b ± √(b^2 - 4ac)) / 2a

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c} ; 1/a^b = a^{-b} ; a^b = a^{bc} ;
מעברים בין יחידות:
קילו (k) זה 1000 : 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr
מילי (m) זה 1/1000 : לדוגמה: 1 מילימטר = 1/1000 m ; 1mm = 1/1000 m
ומיליגרם 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3
סוב: 1 קוב = 1000m^3 = 1000liter
שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 · 10^15 m

צפיפות:
צפיפות נפחית: ρ = M/V ; צפיפות משטחית: σ = M/S
צפיפות אורכית: λ = M/l

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Δx = x_2 - x_1
דבר- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S
מהירות ממוצעת או קבועה: v = Δx / Δt = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)
המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.
גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.
- השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.
- השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = Δv / Δt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)
מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

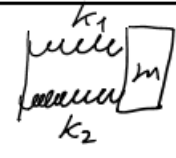
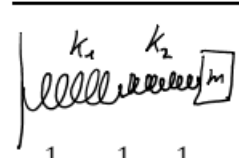
כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)
מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2
כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

GOOL

קפיצים

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$
 Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
 k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

חיבור במקביל	חיבור בטור
 $k_{eff} = k_1 + k_2$	 $\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

GOOL

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.
 מיקום הגוף:
 $x = R \cos \theta$; $y = R \sin \theta$
 הדרך (אורך הקשת שמול הזווית):
 $S = R \cdot \Delta \theta$
 יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים



המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.
 מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:

(ביחידות של רדיאן לשניה) $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור.
 הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבועות):

$$|\vec{v}| = \omega R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

סכום הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$$

בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה X למרכז המעגל וציר Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).
 אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת: $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה: $\Sigma F_\theta = ma_\theta$

תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.
 עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת: $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$

(ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע).
 הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור

תאוצה משתנה): $a_\theta = \alpha R$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:
 זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$$

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2$$

GOOL

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x :

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה להתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה

בין מרכזי המסה. תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{ext} = m a_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

GOOL

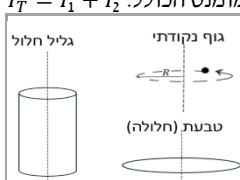
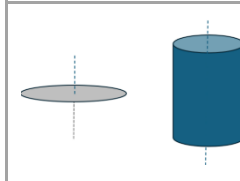
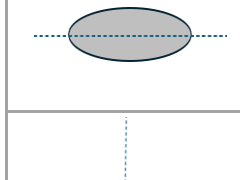
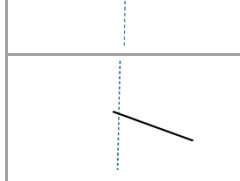
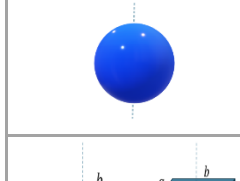
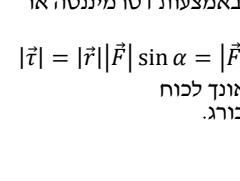
מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$

משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

 גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$	 דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$
 דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה: $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$	 מוט במרכז המסה: $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$
 מוט בקצה: $I = \frac{1}{3} mL^2$	 כדור מלא במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$
 תיבה או לוח במרכז מסה: $I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$	

GOOL

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}| r_\perp$

כאשר $r_\perp$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.