

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h - הגובה מהתחתית
 l - אורך החוט
 θ - זווית ביחס לאנך מהתקרה.

חוס (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שנייה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):

$$1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$$

נוסחה נוספת להספק:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף. הנוסחה כוונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

תנועה מעגלית

תנועה מעגלית היא תנועה במעגל ברדיוס קבוע.

מיקום הגוף:

$$x = R \cos \theta ; y = R \sin \theta$$

דבר (אורך הקשת שמול הזווית):

$$S = R \cdot \Delta \theta$$

- יש להציב את שינוי הזווית ברדיאנים

המהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן.

מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

(ביחידות של רדיאן לשנייה)

f היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). T זמן מחזור. הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (לכון גם למהירויות שאינן קבועות):

$$|\vec{v}| = \omega R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

סכום הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$$

- בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה-X למרכז המעגל וציר ה-Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).

- אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משיקית. התאוצה המשיקית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).

עבור תאוצה משיקית קבועה או ממוצעת:

$$a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה:

$$\Sigma F_\theta = m a_\theta$$

תאוצה זוויתית: קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן.

עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:

$$\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$$

(ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה):

$$a_\theta = \alpha R$$

מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$$

זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:

$$\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2$$

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$$

$\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות. **רתע:** הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

$$(m_1 + m_2) \vec{v} = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית **לחלוטין**.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות

שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

פונקציות טריגונומטריות

GOOL

ניצב שמול יתר

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

ניצב ליד יתר

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

ניצב שמול ליד ניצב

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

ניצב ליד ניצב שמול

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} ; \cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha ; \cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha ; \cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha ; \cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$ $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha ; \cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha ; \cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$ $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha ; \cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha ; \cos(-\alpha) = \cos \alpha$ $\tan(-\alpha) = -\tan \alpha ; \cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	$\alpha \pm \beta$

משוואת הקו הישר

GOOL

משוואת הקו הישר:

$$y = mx + n$$

$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$ היא השיפוע, כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-X. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-Y.

מרחק בין שתי נקודות:

$$d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

הפרבולה

משוואת הפרבולה:

$$y = ax^2 + bx + c$$

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה:

$$x_{\text{קודקוד}} = -\frac{b}{2a}$$

נוסחת השורשים:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע, עבורו מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר למיקום.

תנועה הרמונית

GOOL

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

- הראשית היא בנקודת שינוי המשקל. נקודת שינוי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסימלית).

- A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משווי משקל. ω - תדירות זוויתית. φ - פאזה.

המהירות בתנועה הרמונית:

$$v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$$

התאוצה בתנועה הרמונית:

$$a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$$

קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות וזמן המחזור:

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

עבור מסה המחוברת לקפיץ:

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו- m היא מסת הגוף.

הפאזה:

$$\varphi = \omega \cdot t_0$$

כאשר t_0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש $t = 0$ (מתחילים למדוד את התנועה)

בדר"כ נמצא את A ו-φ מתנאי התחלה:

$x(t = 0) = A \sin \varphi ; v(t = 0) = -\omega A \cos \varphi$

מהירות ותאוצה מקסימליות:

$$v_{\max} = \pm \omega A ; a_{\max} = \pm \omega^2 A$$

תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שינוי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שינוי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שינוי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נק' ש.מ. חדשה) משם התנועה מהכובד.

האנרגיה בתנועה הרמונית:

$$E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} k x^2 = \frac{1}{2} k A^2 = \frac{1}{2} m v_{\max}^2$$