

## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

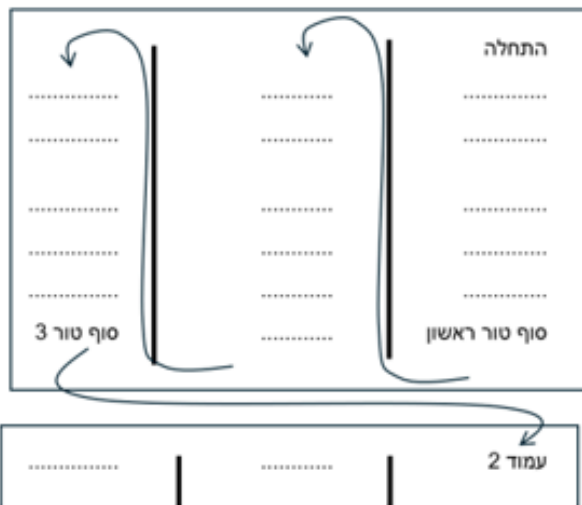
ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות. בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

### מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים. ההתחלה היא בפניה הימנית העליונה. בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא. ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

**פנילה חופשית זריקה אנכית**

תנועה בתאוצה קבועה  $g$  כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר ה-Y, ולכן משוואות התנועה הן:

$$y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)$$

- **בפנילה חופשית** הגוף מתחיל ממנוחה ולכן  $v_0 = 0$  בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז  $a = g$  (במשוואות הנ"ל).

2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז  $y_0 = 0$  - **זריקה אנכית**: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה  $g$  כלפי מטה (כמו פנילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.

עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז  $a = -g$ , המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.

- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

- שיא גובה כאשר  $v(t) = 0$  הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה  $t$ :  $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0}{g}$ ;  $y_{\text{שיא גובה}} = y_0 + \frac{v_0^2}{2g}$

**קטור המיקום**

$$\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} = (x, y)$$

$$\Delta\vec{r} = \Delta x\hat{x} + \Delta y\hat{y} = (\Delta x, \Delta y)$$

$$\vec{v}_{\text{avg}} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית  $v_0$  בזווית  $\theta$  (באופקית הזווית אפס).

- **נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית)**. משוואות התנועה יהיו:

$$x(t) = x_0 + v_0 \cos(\theta)t ; v_x(t) = v_0 \cos(\theta)$$

$$y(t) = y_0 + v_0 \sin(\theta)t + \frac{1}{2}a_y t^2$$

$$v_y(t) = v_0 \sin(\theta) + a_y t$$

- אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה או  $a_y = -g$  תיתכן תאוצה גם בציר ה-X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

- שיא גובה  $(v_y(t) = 0)$ :  $t_{\text{שיא גובה}} = \frac{v_0 \sin(\theta)}{g}$

$$y_{\text{שיא גובה}} = y_0 + \frac{(v_0 \sin(\theta))^2}{2g}$$

$$R = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g}$$

- טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

- משוואת המסלול: משוואה של  $y(x)$ . על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים  $t$  מהביטוי של  $x(t)$  ומציבים ב- $y(t)$ .

**דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון**

**החוק הראשון של ניוטון**: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך.

**החוק השלישי של ניוטון**: לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו.

- שימו לב!! הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

**חיכוך סטטי**: פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע). כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות.

- גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

- **ערך מקסימלי**:  $f_s, \text{max} = \mu_s N$  או  $f_s \leq \mu_s N$

**חיכוך קינטי**: פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע). גודלו קבוע (אינו תלוי במהירות או בכוחות האחרים).

בניגוד לסטטי ושווה ל:  $f_k = \mu_k N$

**המישור המשופע**: בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך.

הרכיב של  $mg$  במקביל למישור יהיה  $mg \sin(\theta)$  ובמאונך למישור  $mg \cos(\theta)$ .

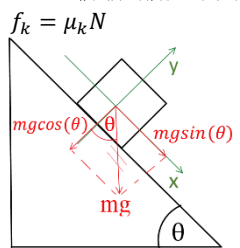
, שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

**דינמיקה - חוק II של ניוטון**

**חוק II של ניוטון**: בגלל שהשוויון קטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר

$$\Sigma F_y = ma_y ; \Sigma F_x = ma_x$$

בנפרד. כלומר: אם מספר גופים נעשה תרשים כוחות שני בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נסיק את הקשר בין התאוצות של הגופים.



נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) **בתאוצה קבועה**:  $v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)$

**גרפים**: התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.

הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} ; x(t) = \int v(t)dt$$

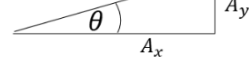
**התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה**:  $a(t) = \frac{dv}{dt} ; v(t) = \int a(t)dt$

- כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מוצאים מתנאי התחלה.

**נגזרות של סינוס וקוסינוס**:  $(\cos x)' = -\sin x ; (\sin x)' = \cos x$

**קטורים**

**פירוק לרכיבים**:  $A_y = |\vec{A}| \sin \theta$  ;  $A_x = |\vec{A}| \cos \theta$



$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} ; \tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

**חיבור וקטורים**: - **בצורה גרפית** נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הווקטור האחרון.

- **תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו**.

- **בצורה אלגברית** נסכום את הרכיבים:  $\vec{A} + \vec{B} = (A_x + B_x, A_y + B_y)$

- **בצורה פולרית**, נפרק לרכיבים ונסכום. **כפל/חלוקה בסקלר**: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:  $\vec{B} = \alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

- בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) **מכפלה סקלרית בין שני וקטורים**:

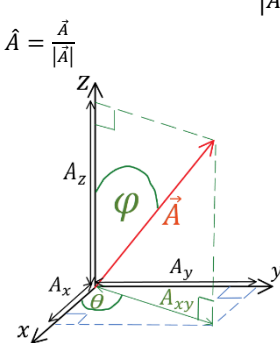
$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y + A_z \cdot B_z = |\vec{A}| |\vec{B}| \cos \alpha$$

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) - מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת. נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

**וקטור יחידה**:  $\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$

**וקטור בשלושה מימדים**:  $0 \leq \varphi \leq \pi$  ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$  ;  $\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$



$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} ; \cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

**פירוק לרכיבים**:  $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$  ;  $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

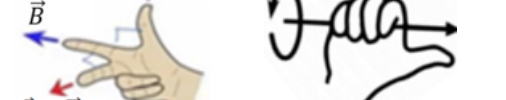
$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta ; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

**מכפלה וקטורית**: דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד: גודל המכפלה הוא:  $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- **שימו לב** שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחרי"כ לפתוח את האמה!

**ניצב שמול**

$\sin \alpha = \frac{a}{c}$  יתר

$\cos \alpha = \frac{b}{c}$  ניצב ליד יתר

$\tan \alpha = \frac{a}{b}$  ניצב שמול ליד ניצב

$\sin \alpha = \frac{1}{\csc \alpha}$  ;  $\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}$  ניצב שמול

$a^2 + b^2 = c^2$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$ ; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$ ; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$ ; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$ ; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$ ; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ ; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	$-\alpha$
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$ ; $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$ ; $\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$	$2\alpha$
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$	
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \sin \beta \cos \alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$	

**משוואת הקו הישר**

**משוואת הקו הישר**:  $y = mx + n$  : כאשר  $m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \tan \alpha$  היא השיפוע, כאשר  $\alpha$  היא הזווית של הישר עם ציר ה-x.  $n$  היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

**מרחק בין שתי נקודות**:  $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$

**משוואת הפרבולה**

**משוואת הפרבולה**:  $y = ax^2 + bx + c$  : חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

**קודקוד הפרבולה**:  $x_{\text{קודקוד}} = -\frac{b}{2a}$

**נוסחת השורשים**:  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

**מבוא פיזיקלי**

**חוקי הזקות**:  $(ab)^c = a^b c^c$  ;  $a^b a^c = a^{b+c}$  ;  $(a^b)^c = a^{bc}$  ;  $\frac{1}{a^b} = a^{-b}$

**מעברים בין יחידות**: קילו (k) זה 1000 :  $1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$  ;  $1 \text{ kg} = 1000 \text{ gr}$

מילי (m) זה  $\frac{1}{1000}$  : לדוגמה:  $\frac{1}{1000} \text{ m}$  מילימטר  $1 \text{ mm} = \frac{1}{1000} \text{ m}$

ומיליגרם  $1 \text{ mg} = \frac{1}{1000} \text{ gr}$

**ליטר**:  $1 \text{ liter} = 1000 \text{ cm}^3$  ; **קוב**:  $1 \text{ קוב} = 1000 \text{ m}^3 = 1000 \text{ liter}$

**שנת אור** היא המרחק שהאור עושה בשנה:  $1 \text{ lightyear} = 9.4608 \cdot 10^{15} \text{ m}$

**צפיפות**: צפיפות נפחית:  $\rho = \frac{M}{V}$  ; צפיפות משטחית:  $\sigma = \frac{M}{S}$

צפיפות אורכית:  $\lambda = \frac{M}{l}$  ;  $V, S, l$  הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

**תנועה בקו ישר**

**העתק**- השינוי במיקום הגוף:  $\Delta x = x_2 - x_1$  ; **דרך** - אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

**מהירות ממוצעת או קבועה**:  $v = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$  ; המיקום כתלות בזמן **במהירות קבועה**:

**גרפים**: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.

- השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.

- השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

**תאוצה קבועה או ממוצעת**:  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$  ; מהירות כתלות בזמן **בתנועה בתאוצה קבועה**:

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$

כאשר  $v_0$  היא המהירות בזמן  $t_0$  (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

**מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה**:

$$x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

כאשר  $x_0$  ו  $v_0$  הן המיקום והמהירות בזמן  $t_0$  (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

קפיצים

GOOL

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: F = -kΔx
Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב Δl)
k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

Hand-drawn diagrams showing two springs in series and parallel. The series diagram shows two springs with constants k1 and k2, and an effective constant keff = 1/k1 + 1/k2. The parallel diagram shows two springs with constants k1 and k2, and an effective constant keff = k1 + k2.

GOOL

מומנט כוח

מומנט כוח: τ = r × F
כאשר r הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה מועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: |τ| = |r| |F| sin α = |F| r⊥
כאשר r⊥ הוא הרכיב של r המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תאוצה זוויתית: α = Δω / Δt
עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת: (ביחידות של רדיאן לשנייה בריבוע).

הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשיקית (גם עבור תאוצה משתנה): aθ = αR
מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: ω(t) = ω0 + α · (t - t0)
זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה: θ(t) = θ0 + ω0(t - t0) + 1/2 α(t - t0)²

GOOL

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע: W = F · Δr = |F| · |Δr| · cos α = FxΔx + FyΔy + FzΔz

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.
העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.
אם הגוף לא זז אז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).
הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית: WΣF = ΔEk = 1/2 mv²

כוח משמר: Ek = 1/2 mv²
העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

העבודה במסלול סגור מתאפסת.
יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: Wc = -ΔU

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: Ug = mgh
האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: Uel = 1/2 kx²

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפוי ו-k קבוע הקפיץ.
חוקי ג' - Ug ו-Uel יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועבורם יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית) כללית: E = Ek + U
U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה: Ei + WNC = Ef
WNC העבודה של כל הכוחות הלא משמרים

חוק שימור האנרגיה:
אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע:
W = ∫ F · dr = ∫ (Fx dx + Fy dy + Fz dz)

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.
דוגמה בדי-מימד: נתון y(x) = x⁵, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x⁵ ו-x dx = 5x⁴ dx, בדוגמה dy = 5x⁴ dx.

הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איך בדוקים אם כוח הוא משמר:
אם ורק אם ∇ · F = 0, אז הכוח משמר.

נוסחת הרוטור בפרק וקטורים.
הערה: צריך שכל רכיב יתאפש בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: ∇F = 0 או ∂U/∂x = 0
שיווי משקל יציב (הגוף חוזר בתווזה קטנה): U''x > 0
שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווזה קטנה): U''x < 0
שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

אם יש כמה מדידים אז ∇U = 0
שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס
שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס
אוכף-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

GOOL

הספק וצילות

הספק ממוצע: Pavg = W/Δt

הספק רגעי: P = dW/dt = F · v = |F| |v| cos α

F - הכוח שפועל על הגוף ו-v היא מהירות הגוף.

צילות: η = Wout/Ein = Pout/Pin
כאשר out מציין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו-in מציין את כל מה שמושקע.

מתקף ותנע GOOL
המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: j = F · Δt
התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה: 1/2 m1 v1² + 1/2 m2 v2² = 1/2 m1 u1² + 1/2 m2 u2²

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה: v1 - v2 = -(u1 - u2)

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל- m1v1 + m2v2 = (m1 + m2)u

u - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות
רע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות. משוואת שימור התנע הופכת ל- (m1 + m2)v = m1u1 + m2u2

התנגשות פלסטית ורע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.

שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.

הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפועל לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפועל ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

מיקום מרכז המסה: r'c.m. = (m1r1 + m2r2) / (m1 + m2)
ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x: xc.m. = (m1x1 + m2x2) / (m1 + m2)

מהירות מרכז המסה: v'c.m. = (m1v1 + m2v2) / (m1 + m2)
תאוצת מרכז המסה: a'c.m. = (m1a1 + m2a2) / (m1 + m2)

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשכה בהתאמה. מספר גופים קשחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חרב: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית. תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים: ΣFext = ma c.m.

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

תנועה מחזורית GOOL
תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע, עבורו מתקיים x(t) = x(t + T) כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר למיקום.

תנועה הרמונית GOOL
המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית: x(t) = A cos(ωt + φ)

הראשית היא בנקודת שיווי המשקל. נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסי) A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משווי משקל. ω - תדירות זוויתית. φ - פאזה.

המהירות בתנועה הרמונית: v(t) = -ωA sin(ωt + φ)
התאוצה בתנועה הרמונית: a(t) = -ω²A cos(ωt + φ)
קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות זמן המחזור: ω = 2πf = 2π/T

עבור מסה המחוברת לקפיץ: ω = √(k/m)
כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו-m היא מסת הגוף.

הפאזה: φ = ω · t0

כאשר t0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש t = 0 (מתחילים למדוד את התנועה) בדרך"כ נמצא את φ ומתנאי התחלה:

x(t = 0) = A sin φ ; v(t = 0) = -ωA sin φ
מהירות ותאוצה מקסימליות: vmax = ±ωA ; amax = ±ω²A

תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של קפיץ אנכי. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחלתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נקי ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את x=0 בנקודת ש.מ. ולהתעלם מהכובד.

האנרגיה בתנועה הרמונית: E = 1/2 mv² + 1/2 kx² = 1/2 kA² = 1/2 mv²max

כבידה GOOL
החוק השלישי של קפלר: (r1/r2)³ = (T1/T2)²
T - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים. T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.

גודל כוח הכבידה בין שני גופים: F = G \* (m1\*m2/r²)
G = 6.67 \* 10⁻¹¹ - קבוע הכבידה האוניברסלי.

m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים. אנרגיה פוטנציאלית כובדית: UG = -GMm/r (UG(r→∞) = 0)

M - מסת הגוף המשפיע. m - מסת הגוף המושפע. r - מרחק בין הגופים. אנרגיה של לוויין במסלול מעגלי: Ek = GMm/2r = -UG/2

כוללת: E = -GMm/2r

הידרוסטטיקה GOOL
זורמים: נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום)

צפיפות (מסה חלקי נפח): ρ = M/V

צפיפות מוצקים (kg/m³): אלומיניום 2.70 \* 10³, ברזל ופלדה 7.8 \* 10³, נחושת 8.9 \* 10³, עופרת 11.3 \* 10³, זהב 19.3 \* 10³

צפיפות נוזלים (kg/m³): מים (4°C) 1.00 \* 10³, פלזמת דם 1.03 \* 10³, דם מלא 1.05 \* 10³, מים 1.025 \* 10³, כספית 13.6 \* 10³

צפיפות גזים (kg/m³): אתנול 0.79 \* 10³, בטון 2.3 \* 10³, רגניט 2.7 \* 10³, עץ (טיפוס) 0.3-0.9 \* 10³

צפיפות גזים (kg/m³): זכוכית רגילה 2.4-2.8 \* 10³, אוויר 1.29, קרח (H2O) 0.917 \* 10³, הליום 0.179

צפיפות גזים (kg/m³): פחמן דו-חמצני 1.7-2.0 \* 10³, CO2 1.98, אדי מים (100°C) 0.598

לחץ: p = F/A
F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח.

הלחץ הוא סקלר. יחידות SI: 1Pa = 1N/m²
זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.

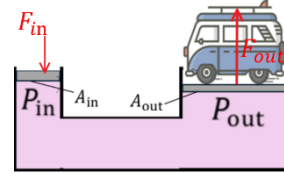
עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים. אם אין זרימה או לחץ מאונך לדופן, רכיב מקביל לדופן יגרום לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל (בעל צפיפות אחידה): P = ρgh
הנוסחה היא לחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.

לחץ אטמוספרי: P0 = 1.013 \* 10⁵ Pa = 101.3 kPa = 1atm
1bar = 10⁵ Pa

לחץ יחס (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): P = P0 + PG
לחץ אבסולוטי: P0 - לחץ אטמוספרי, PG - לחץ יחסי.

עקרון פסקל : אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום אז הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך. מערכת הידראולית :



$$F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$$

כוח ציפה :  $F_b = \rho_l V g$

$\rho_l$  - צפיפות הזורם.  $V$  - נפח הגוף.

## GOOL

## הידרודינמיקה

זרימה למינרית (שכבתית) : זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות.

זרימה טורבולנטית (עירבולית) : זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכילה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית  $Q_m$  (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v \quad \text{חתך ביחידת זמן):}$$

$\rho$  - צפיפות הזורם,  $A$  - שטח חתך,  $v$  - מהירות הזורם.

ספיקה נפחית  $Q_V$  (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך

$$Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v \quad \text{ביחידת זמן):}$$

במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:

$$Q_{m_1} = Q_{m_2}$$

משוואת הרציפות :  $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$

עבור זורם לא דחיס  $\rho_1 = \rho_2$  ואז המשוואה  $A_1 v_1 = A_2 v_2$

עקרון ברנולי : הלחץ הפוך למהירות הזורם

משוואת ברנולי :

$$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g h_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g h_2 + P_2$$

$$\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g h + P = const \quad \text{או}$$

הנחות למשוואת ברנולי : 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב.

2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות)

חוק טוריציולי : מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית

של מיכל מלא בגובה  $h$ , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה

$$v = \sqrt{2gh}$$

צינור ונטורי :

