

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

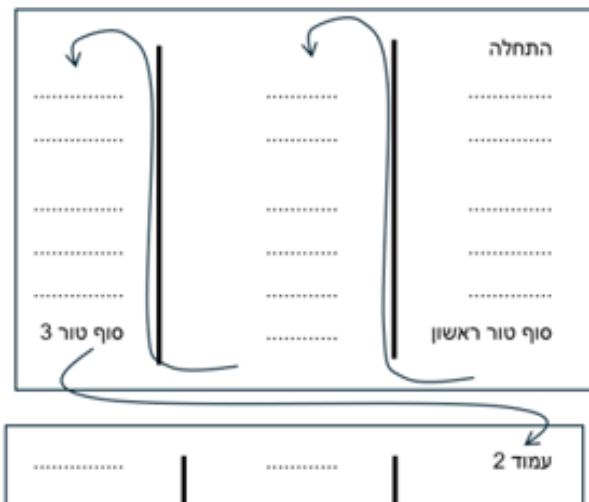
ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta$$
 (טבעת)

$$ds = r dr d\theta$$
 (דיסקה)

$$dv = r dr d\theta dz$$
 (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi$$
 (כדור)

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr$$
 (כדור מלא או קליפה כדורית עבה)

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

 V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

 α - זווית בין הווקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאוחדים מתאפסת, זו דרך לבדוק.

האם וקטורים מאונכים:

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

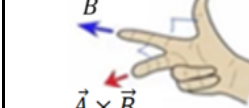
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם

לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\sin \varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר z-ה והזווית θ עם ציר x

במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}; \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) =$$

$$= \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

דיברגנס בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

div בגליליות:

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial F_r}{\sin \varphi} \frac{\partial \theta}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

שימו לב שהזווית φ עם ציר z-ה והזווית θ עם ציר x

זהויות של אופרטורים:

$$\vec{\nabla} (f + g) = \vec{\nabla} f + \vec{\nabla} g$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} - (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} - (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nabla} (\vec{A} \cdot \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) \vec{B} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) \vec{A} + \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A})$$

$$\vec{\nab$$

$$\varepsilon(x,t) = \frac{1}{2} A \rho_0 \left[\left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2 + v^2 \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} \right)^2 \right] = A \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$$

השוויון האחרון הוא עבור גלים נעים בלבד.

אנרגיה פוטנציאלית וקניטית ממוצעת בזמן ליחידת אורך:

$$\bar{U}_{dx} = \bar{E}_{kdx} = \frac{1}{4} \rho_0 A \omega^2 \psi_{max}^2$$

אנרגיה כוללת ממוצעת בזמן ליחידת אורך:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho_0 A \omega^2 \psi_{max}^2$$

ψ_{max} - האמפליטודה של פונקציית ההעתק - קבוע.

ω - התדירות הזוויתית.

הספק של גל קול נע (כמה אנרגיה עוברת דרך שטח חתך

ביחידת זמן) בכיוון החיובי/שלילי:

$$P(x,t) = \pm v \varepsilon(x,t)$$

(לא לבלבל עם P של לחץ)

עוצמה של הגל (ההספק ליחידת שטח):

$$I(x,t) = \frac{|P(x,t)|}{A} = v \rho_0 \left(\frac{\partial \psi}{\partial t} \right)^2$$

עוצמה ממוצעת בזמן:

$$\bar{I} = \frac{1}{2} v \rho_0 \omega^2 \psi_{max}^2$$

מידת עוצמה בסולם לוגריתמי:

$$I_a = I_0 \cdot 10^a$$

a - היא העוצמה ב B (בל). $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$.

$$1B = 10 \text{ dB (זה דציבל)}$$

עוצמה בגל כדורי:

$$I(r) = \frac{P}{4\pi r^2}$$

תנאי שפה בצינור:

- קצה סגור $\psi = 0$ (כמו קצה קשור במיתר)

- קצה פתוח $\frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \Rightarrow \psi_p = 0$ (כמו קצה חופשי במיתר)

ערך RMS של פונקציית סינוס/קוסינוס הוא הערך

$$\frac{\sqrt{2}}{2}$$

המקסימלי חלקי:

$$L_i = \sum_j I_{ij} \omega_j$$

מטריצת מומנט ההתמד:

$$I_{ij} = \sum_k m_k (r_k^2 \delta_{ij} + i \cdot j)$$

כאשר i, j, k מקבלים את הערכים x, y, z

קבועים

מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:

$$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg} ; m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

מטען הפרוטון והאלקטרון:

$$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = e = -q_e$$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו- k :

$$k = \frac{1}{4\pi \epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{N \cdot m^2}{C^2} ; \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$$

חוק קולון

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{r} = \frac{\vec{r}}{r} \cdot r = |\vec{r}| , q_2 \text{ אל } q_1$$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב:

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את

הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי

לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חשוב שזה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה

שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו

לב שלסכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl = \sigma ds = \rho dv$$

כאשר dv ו- ds הם אלמנט אורך, שטח ונפח

בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי

תחת הקורדינטות המתאימות.

פוטנציאל

הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ או $\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית:

$$U = q\varphi$$

מתח:

$$V = \Delta\varphi$$

העבודה של הכוח החשמלי:

$$W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$$

עבודה להזיז מטען נגד הכוח החשמלי:

$$W = \Delta U = q\Delta\varphi$$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

- במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח)

בתוך המוליך מתאפס.

- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

- במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא

אפס למעט על השפה.

- הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

אנרגיה הספק ותנע

אנרגיה ליחידת אורך של גל נע במיתר:

$$\varepsilon(x,t) = \rho \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 = \rho v^2 \left(\frac{\partial \Psi}{\partial x} \right)^2$$

אנרגיה ממוצעת בזמן:

$$\bar{\varepsilon} = \frac{1}{2} \rho \omega^2 |A|^2$$

הספק רגעי בנקודה, כמה עבודה עושה החלק השמאלי על

החלק הימני ביחידת זמן:

$$P^\pm = \pm Z \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t} \right)^2 = \pm v \varepsilon(x,t)$$

$P^\pm$ הוא הספק רגעי של גל הנע בכיוון החיובי/שלילי

$$\bar{P}^\pm = \pm \frac{1}{2} Z \omega^2 |A|^2$$

ההספק הממוצע בזמן:

$$R = \frac{P_1^-}{P_1^+} = r^2 = \left(\frac{z_1 - z_2}{z_1 + z_2} \right)^2$$

מקדם החזרה של האנרגיה:

$$T = \frac{P_2^+}{P_1^+} = \frac{z_2}{z_1} t^2 = \frac{4z_1 z_2}{(z_1 + z_2)^2}$$

מקדם העברה של האנרגיה:

$$R + T = 1$$

תנע: התנע הוא אפס.

גלים עומדים

מיתר חצי אינסופי:

$$\Psi(x=0,t) = 0 \Rightarrow \Psi(x,t) = C \sin(kx) \sin(\omega t + \varphi)$$

קצה קשור:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0 \Rightarrow \Psi(x,t) = C \cos(kx) \cos(\omega t + \varphi)$$

קצה חופשי:

מיתר סופי:

$$\Psi(x=0,t) = \Psi(x=L,t) = 0$$

2 קצוות קשורות:

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} ; k_n = \frac{\pi n}{L} ; n = 0, 1, 2, 3 \dots ; f_n = \frac{v n}{2L}$$

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

קצה קשור וקצה חופשי:

$$\Psi(x=0,t) = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$$

$$k_n = \frac{\pi}{L} \left(n + \frac{1}{2} \right) ; n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{(n + \frac{1}{2})} ; f_n = \frac{v}{2L} \left(n + \frac{1}{2} \right)$$

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sin(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

מיתר סופי עם 2 קצוות חופשיים:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0, \frac{\partial \Psi}{\partial x} \Big|_{x=L} = 0$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n} ; f_n = \frac{v n}{2L} ; k_n = \frac{\pi n}{L} ; n = 0, 1, 2, 3 \dots$$

$$\Psi(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \cos(k_n x) \sin(\omega_n t + \varphi_n)$$

גלי קול בצינור

גל אורכי: תנועת המולקולות בכיוון ההתקדמות הגל

$\psi(x,t)$ - פונקציית ההעתק של מולקולות הגז משיווי

משקל. x מציינ את מיקום המולקולות בשיווי מישקל ולא

את המיקום שלהן כתלות בזמן.

$\psi_p(x,t)$ - פונקציית הלחץ העודף access pressure.

$\Delta p(x,t)$ - פונקציית השינוי בצפיפות.

נקי צומת בפונקציית ההעתק היא נקי טבור בפונקציות

הצפיפות והלחץ ולהפך.

גז אידיאלי בתהליך אדיאבטי:

$$P V^\gamma = const$$

P - לחץ. V - נפח. γ - קבוע הקשור לסוג הגז.

הקשר בין פונקציית ההעתק לפונקציית הלחץ:

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{\gamma P_0} \psi_p$$

(P_0 - הלחץ בשיווי משקל)

$$B_a = \gamma P_0$$

מקדם האלסטיות של הגז:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \frac{\rho_0}{\gamma P_0} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}$$

משוואת הגלים:

אותה המשוואה מתקיימת גם עבור ψ_p ו- Δp

מהירות הגלים (מהירות הקול, לפעמים כתובה באות c):

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P_0}{\rho_0}}$$

- באוויר בתנאים סטנדרטיים:

$$v \approx 340 \text{ m/s}$$

הקשר בין הצפיפות לפונקציית ההעתק:

$$\Delta \rho = -\rho_0 \frac{\partial \psi}{\partial x}$$

עכבה של גל קול מישורי ליחידת שטח:

$$\frac{Z}{A} = \rho_0 v$$

ρ_0 - צפיפות המסה בשיווי משקל. A - שטח החתך של

הצינור. v - מהירות הקול בחומר.

האנרגיה הכוללת ליחידת אורך:

כל פונקציה מהצורה $f(x \pm vt)$ היא פתרון של משוואת

הגלים. סכום של שני פתרונות מהווה גם פתרון אם לשני

הפתרונות אותה מהירות גל.

התאבכות: סכימה של גלים שנפגשים

חזית גל: אוסף הנקודות המגיעות לשיא באותו זמן

גלים מחזוריים:

$$\lambda = v \cdot T$$

λ - אורך הגל; T - זמן המחזור; v - מהירות הגל

- תדירות (מספר המחזורים בשנייה):

$$f = \frac{1}{T}$$

- גל הרמוני:

$$y(x,t) = A \cos(kx \pm \omega t + \varphi)$$

- מספר הגל:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

- קשרים בין הגדלים השונים:

$$\omega = vk = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

גל עומד: מורכב משני גלים נעים זהים הנעים בכיוונים

מנוגדים

$$y(x,t) = A \sin(kx) \cos(\omega t + \varphi) = \frac{A}{2} \sin(kx - (\omega t + \varphi)) + \frac{A}{2} \sin(kx + (\omega t + \varphi))$$

- נקודות צומת (node): נקודות שלא זזות. אין מהירות גל.

- נקודת טבור (antinode): אמפליטודה מקסימאלית.

פעילות: בפעמיות אנחנו מחברים שני גלים בעלי אותה

אמפליטודה ומקבלים גל בתוך מעטפת (פעימה).

$$\Psi_1(t) = A \cos(\omega_1 t) \text{ \& } \Psi_2(t) = A \cos(\omega_2 t)$$

$$\Psi_T(t) = \Psi_1(t) + \Psi_2(t) = 2A \cos(\varepsilon t) \cos(\Omega t)$$

$$\varepsilon = \frac{\omega_f - \omega_s}{2}$$

$$\Omega = \frac{\omega_f + \omega_s}{2}$$

תדירות הפעימה היא 2ε

גלים רוחביים במיתר

$$\frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial x^2} = \frac{\rho}{T} \frac{\partial^2 \psi(x,t)}{\partial t^2}$$

משוואת הגלים:

T - המתוחות במיתר, ρ - צפיפות המסה ליחידת אורך,

ψ - פונקציית הגל, ההעתק הרוחבי של כל חתיכה במיתר.

$$v = \sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

מהירות הגל:

פתרון המשוואה:

$$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t) + B \sin(kx - \omega t) + C \cos(kx + \omega t) + D \sin(kx + \omega t)$$

- אפשרויות נוספות לפתרון (על ידי שימוש בזוויות

טריגונומטריות)

$$\psi(x,t) = A_1 \cos(kx - \omega t + \phi_1) + A_2 \cos(kx - \omega t + \phi_2) = B_1 \cos kx \cos \omega t + B_2 \cos kx \sin \omega t + B_3 \sin kx \cos \omega t + B_4 \sin kx \sin \omega t = C_1 \cos kx \cos(\omega t + \phi_1) + C_2 \sin kx \cos(\omega t + \phi_2)$$

שתי האפשרויות האחרונות עדיפות לגלים עומדים.

יחס הדיספרסיה:

$$\omega = v \cdot k$$

החזרה והעברה

תנאי שפה לנקודת אי-רציפות במיתר ב- $x=0$:

$$\psi_L(0,t) = \psi_R(0,t)$$

1. רציפות הפונקציה:

$$F_L = F_R$$

2. רציפות הכוח:

אם המתיחות אחידה, אז תנאי 2 הופך לרציפות הנגזרת:

$$\frac{\partial \psi_L}{\partial x} \Big|_{x=0} = \frac{\partial \psi_R}{\partial x} \Big|_{x=0}$$

$$\psi_L(x,t) = \psi_r(x,t) + \psi(x,t) ; \psi_R(x,t) = \psi_t(x,t)$$

$$\psi_r(x,t) = r\psi(-x,t)$$

$$\psi_t(x,t) = t\psi\left(\frac{v_1}{v_2}x,t\right) ; v_1 = \sqrt{\frac{T}{\rho_1}} ; v_2 = \sqrt{\frac{T}{\rho_2}}$$

$$r = \frac{v_2 - v_1}{v_2 + v_1} = \frac{\sqrt{\rho_1} - \sqrt{\rho_2}}{\sqrt{\rho_1} + \sqrt{\rho_$$

הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

- שיטות לחישוב פוטנציאל:
- אם ניתן לחשב את השדה (בדרך"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכויל (בחירת נק' האפס).
 - חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $dq = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)

GOOL

מציאת התפלגות מטען

למצא צפיפות נפחית נעשה: $\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$
למצא צפיפות משטחית: $\sigma = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$

כאשר $\Delta E_{\perp}$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים)

GOOL

אנרגיה הדרושה לבניית מערכת

$$U = \sum \frac{1}{2} \phi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$$

הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.

בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$$

נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית

GOOL

חומרים דיאלקטרים

חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב גריל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס.

כשמכנסים את החומר לשדה חצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.

$\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

ϵ_r או ϵ - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרך"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$

ϵ - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$$

$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$ - צפיפות המטען הכוללת:

σ_i - צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקישוב של הדיפולים:

$$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $[\frac{1}{m^3}]$.

$$\vec{p} = \int \vec{P} dv$$

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$$\vec{p} = \int \vec{P} dv$$

הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

$$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$$

בתוך החומר:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$$

וקטור העתקה:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

חוק גאוס למטען החופשי:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$$

בחומרים לינארים (בדרך"כ בשאלות):

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

חומר איזוטרופי:

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$$

GOOL

מגעלי זרם ישר

זרם:

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$$V = IR$$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

$$R_T = R_1 + R_2$$

כאשר R_T התנגדות הנגד

$$V_T = V_1 + V_2$$

$$I_T = I_1 = I_2$$

כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$$I_T = I_1 + I_2$$

$$V_T = V_1 = V_2$$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשיכות באופן דומה:

$$R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$$

$$\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (ולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

$$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$$

החפסק בנגד:

$$P = IV$$

נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

תק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

$$V = \epsilon - Ir$$

מקור מתח לא אידיאלי:

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

נגדיר זרם לכל חוט במעגל

נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).

נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.

נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפרטונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{cases} 3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5 \\ 2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1 \\ 4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3 \end{cases} \quad \Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_i = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הנ"ל:

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 4 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 2 & -5 & 1 \\ 4 & 3 & 3 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_4 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_5 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_6 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_7 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_8 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_9 = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{10} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{11} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{12} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{14} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{15} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{16} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{17} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{18} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{19} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{20} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{21} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{22} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{23} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{24} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{25} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{26} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{27} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{28} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{29} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{30} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{31} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{32} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{33} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{34} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{35} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{36} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{37} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{38} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{39} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{40} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{41} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{42} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{43} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{44} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{45} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{46} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{47} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{48} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{49} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{50} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{51} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{52} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{53} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{54} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{55} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{56} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{57} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{58} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{59} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{60} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{61} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{62} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{63} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{64} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{65} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$$\Delta_{66} = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/ בטור)

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית): $\sigma = \frac{1}{\rho}$

צפיפות הזרם ליחידת שטח: $I = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{j}$.

אם $\vec{j}$ אחידה אז: $I = JS$

חוק אוהם הדיפרנציאלי: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$\vec{j} = \rho \vec{v}$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא

מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא

מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא

מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת

מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

צפיפות הזרם ליחידת אורך: $I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז: $I = kl$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:

$\vec{k} = \sigma \vec{v}$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I = \lambda v$

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי: $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.

- דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

- דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$

כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד

ימין:

- שימו לב שאתם עם יד ימין!

- כיוון הכוח הוא עבור מטען

חיובי (עבור מטען שלילי הכוח

בכיוון הפוך).

- לא להפוך את הסדר של האצבע

והאמה (עדיף לעשות קודם

אקדח).

תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v

בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה

מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$R = \frac{mv}{qB}$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר

המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$

$v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.

עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך

לתנועה).

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I

הנמצאת בשדה מגנטי B הוא: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$

- אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:

$F = BIL \sin \alpha$

את כיוון הכוח יש למצא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ

על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף

את המהירות.

- הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.

- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח

יהיה זהה לכוח הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים

באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{|\vec{r}|^2}$

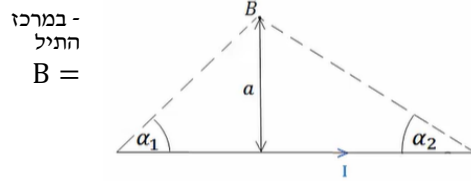
$\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.

$d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.

- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:

או

השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$

כיוון השדה לפי כלל הבורג:

כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:

הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{S}$

- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך

מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך

המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.

- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.

המקרים הנפוצים של חוק אמפר:

1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.

2. מישור אינסופי.

3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

כאשר r הוא המרחק מהתיל.



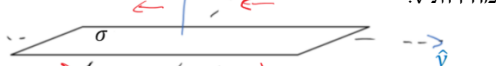
כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$

שדה של מישור אינסופי:

$\vec{B} = \frac{\mu_0 \sigma v}{2} \begin{cases} -\hat{y}, & z > 0 \\ \hat{y}, & z < 0 \end{cases}$

עבור מישור דק הטעון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$

במהירות v .



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד: $B = \mu_0 n I$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.

- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל

בכיוון השדה.



טורואיד: $B = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}$

N - מספר הליפופים

הכולל.

r - המרחק ממרכז

הטורואיד.

