

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

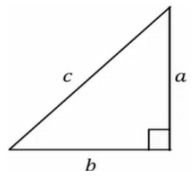
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.



ניצב שמול יתר

$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

ניצב ליד יתר

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

ניצב שמול ליד ניצב

$$\tan \alpha = \frac{a}{b}$$

ניצב ליד ניצב שמול

$$\cot \alpha = \frac{b}{a} = \frac{1}{\tan \alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$	$\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos \alpha$	$\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin \alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot \alpha$	$\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan \alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$	$\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$	$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$	$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$		2α
$\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$		
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$		$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$		

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin \alpha \pm \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha \pm \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha \mp \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

$$\cos \alpha - \cos \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin \alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos \alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan \alpha$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

פירוק לרכיבים:

$$A_x = |\vec{A}| \cos \theta$$

$$A_y = |\vec{A}| \sin \theta$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

כפל בסקלר: $\alpha \vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאוונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאוונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

זווית בין שני וקטורים:

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| \sin \alpha$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- שימו לב שאתם עם יד ימין!!

- בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

$$\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2; \vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2; \vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$$

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד.

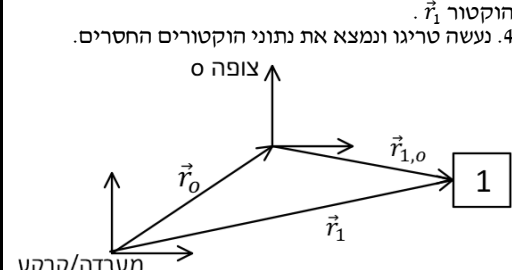
שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).

2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.

3. נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.

4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(\gamma)$$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה:

$$\vec{F} = -k\vec{v}$$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ

מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח סטוקס - כוח גרר שפועל על כדור בתוך נוזל:

$$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$$

η - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

$$F_b = \rho_l V g$$

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף.

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר הצופה נמצא בתאוצה

(מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף.

החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$-m\vec{a}_0 + \Sigma \vec{F}_{אמיתיים} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}'$ היא תאוצת הגוף ביחס לצופה.

אמיתיים $\Sigma \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $-m\vec{a}_0$ " הוא הכוח המדומה כאשר זו היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת הצופה.

עבודה ואנרגיה

העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:

$$W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק

כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.

- אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).

אנרגיה קינטית:

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2$$

העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית:

$$W_{SF} = \Delta E_k$$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$U_g = mgh$$

h זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס שרוצים.

העבודה שמבצע כוח הכובד שווה לשינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:

$$W_g = -\Delta U_g$$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):

$$U_{el} = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

Δx הוא קבוע הקפיץ

Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב Δl)

האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:

$$E = E_k + U = \frac{1}{2} m v^2 + mgh + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$$

*בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$ או $W_{NC} = \Delta E$

E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.

W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.

נוסחה לשינוי בגובה של מטוטלת:

$$h = l(1 - \cos \theta)$$

h - הגובה מהתחתית

l - אורך החוט

θ - זווית ביחס לאנך

מהתקרה.

חום (Q): האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי.

- כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (והפוכה בסימן, כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף שלילית)

$$Q = -W_{f_k}$$

- ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

$$P = \frac{W}{\Delta t}$$

ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):

$$1 \text{ Hp} = 746 \text{ Watt}$$

נוסחה נוספת להספק:

$$P = \vec{F} \cdot \vec{v}$$

- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע)

הדרך בתנועה מעגלית:

$$S = \Delta \theta \cdot R$$

- הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta \theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed):

$$v(t) = \frac{ds}{dt}$$

כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית:

$$\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קצובה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית:

$$v = \omega R$$

תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):

$$a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$$

הכוחות למרכז המעגל:

$$\Sigma F_{\text{למרכז}} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$$

תאוצה זוויתית:

$$\alpha = \frac{d\omega}{dt}$$

תאוצה משיקית (רק בתנועה לא קצובה):

$$a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$$

הגובה במעגל אנכי:

$$h = R(1 - \cos \theta)$$

- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

הכוח הצנטריפוגלי:

$$F_r = m \omega^2 R$$

- בכיוון החוצה מהמעגל.

- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

מתקף ותנע

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:

$$\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$$

התנגשות אלסטית: התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. נוסף למשוואת שימור תנע את משוואת שימור האנרגיה:

$$\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$$

בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:

$$v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$$

התנגשות פלסטית: הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר **קבוע** כלשהו:

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$$E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות

הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור

בדקים מה נשמר:

1. אנרגיה אם כל הכוחות

משמרים.

2. תנע קווי אם סכום

הכוחות החיצוניים מתאפס.

3. תנ"ז אם סכום המומנטים

החיצוניים מתאפס.

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה

מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע

ועבור מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T

הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה

מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית.

בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר

למיקום.

תנועה הרמונית

תנועה הרמונית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה

מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע

ועבור מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T

הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה

מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית.

בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר

למיקום.

תנועה הרמונית

תנועה הרמונית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה

מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע

ועבור מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T

הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה

מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית.

בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר

למיקום.

תנועה הרמונית

תנועה הרמונית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה

מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע

ועבור מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T

הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה

מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית.

בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוח ביחס ישר

למיקום.

תנועה הרמונית

תנועה הרמונית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה

מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע

מוט במרכז המסה	$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
מוט בקצה	$I = \frac{1}{3}mL^2$
כדור מלא במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים:

$$I_z = I_x + I_y$$

אם $I_x = I_y$ (בדרכים מסוימיות) אז $I_z = 2I_x$

מבנה הגוף **סימטרי לאורך ציר Z**: מומנט ההתמד של

הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy.

לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה

ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס

הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:

$$I = \int r^2 dm$$

כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא

מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z : $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל

הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או

באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$

כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח

כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הברור.

תנע זוויתי (תנ"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$ הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ התנע הקווי

עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$$|\vec{L}| = mvd$$

כאשר d זה המרחק

האפקטיבי.

v המהירות.

הקשר בין תנ"ז

למומנט כוח: $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

חוק שימור התנע הזוויתי:

אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב

מרכז מסה שני:

$$\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$$

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה

כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת

ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר

סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת

מרכז המסה.

פרצסיה (נקיפה):

לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy

שמסתובב סביב ציר z. נזרז בזמן של

הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח

שפועל על המערכת.

גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף

מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא

באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$

תנ"ז:

גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים

$m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 = (m_1 + m_2)\vec{u}$

$\vec{u}$ היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות

רצוע: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.

- משוואת שימור התנע הופכת ל-

- התנגשות פלסטית ורתע אין הפעם לא התנגשויות

אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה

בהתנגשויות האלו.

- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא

פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור

התנע הרגילה.

- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית

מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה

שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה

קוראים התנגשות אלסטית **לחלוטין**.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) בין מסות שוות

שאחד הגופים במנוחה: במקרה זה כל האנרגיה עוברת

מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע יעצר והגוף

שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע

הגוף הראשון.

מרכז מסה

מיקום מרכז המסה: $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה: $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה: $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה

בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז

מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה)

אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז

מסה"- לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M\vec{v}_{c.m.}$

ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא

סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת

מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה

נשתמש בטרנספורמציות גליליי.

במערכת מרכז המסה התנע הכולל של המערכת הוא אפס

ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר

אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, גודל המהירות של כל גוף נשמר.

מומנט התמד

מומנט התמד: $I = \Sigma m_i r_i^2$

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על

הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית

(אך לא באותה מהירות קווית)

משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת

של הגוף. הערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים

מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה.

אדטיביביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק

וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:	$I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:	$I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה	$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה	$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$

$$E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$$

- סביב ציר **קבוע** כלשהו:

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה):

$$E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$$

- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*):

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$$

כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר, $\vec{v}_0$ היא מהירות

הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר.

(*) השימוש בנוסחה מאוד נדיר

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

גלגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח

מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow a_{c.m.} = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור

בדקים מה נשמר:

1. אנרגיה אם כל הכוחות

משמרים.

2. תנע קווי אם סכום

הכוחות החיצוניים מתאפס.

3. תנ"ז אם סכום המומנטים

החיצוניים מתאפס.

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה

מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע.

הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע

ועבור מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t+T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T