

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

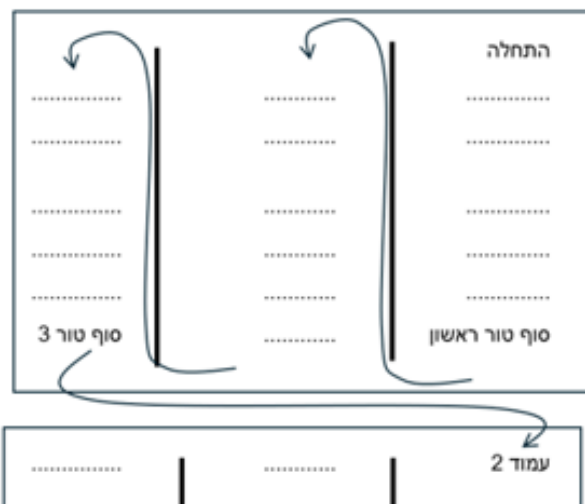
עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

$x(t) = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2}at^2$; $v(t) = v_0 + at$
 שטחים מתחת לגרף הפונקציה (גם בתאוצה משתנה):
 - השטח מתחת לגרף הפונקציה של המהירות כתלות בזמן שווה להעתק, כאשר שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי (אם מחשבים אותו כחיובי אז מקבלים את הדרך).
 - השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות (שטח מתחת לציר הזמן מחושב כשלילי).

תנועה במרחב (דו ותלת מימד): GOOL

וקטור המיקום: $\vec{r} = x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}$
 וקטור ההעתק: $\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$

וקטור המהירות הממוצעת (velocity): $\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$
 וקטור המהירות הרגעית (velocity): $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$

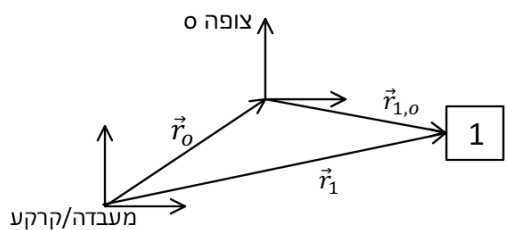
- וקטור המהירות הרגעית תמיד בכיוון משיק למסלול
 וקטור התאוצה הממוצעת: $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

וקטור התאוצה הרגעית: $\vec{a}(t) = \frac{d\vec{v}}{dt}$
 גודל המהירות (Speed): $|\vec{v}| = \frac{ds}{dt}$, כאשר S זה הדרך.

תנועה יחסית (טרנס' גליליי) GOOL

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:
 $\vec{r}_{1,2} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2$; $\vec{v}_{1,2} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2$; $\vec{a}_{1,2} = \vec{a}_1 - \vec{a}_2$
 הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש בכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים $\vec{r}_1$ ו- $\vec{r}_0$ ויצאם מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור $\vec{r}_0$.
- נשרטט את הוקטור $\vec{r}_{1,0}$ מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור $\vec{r}_1$.
- נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים):

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos(\gamma)$$

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים):

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

γ הזווית מול הצלע c , β הזווית מול b , α הזווית מול a

קפיצים GOOL

חוק הוק - הכוח של קפיץ: $F = -k(x - x_0)$

כאשר x הוא מיקום הגוף ו- x_0 המיקום שבו הקפיץ רפוי.

חיבור במקביל	חיבור בטור
$k_{eff} = k_1 + k_2$	$\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

הכוח הצנטריפוגלי:

- בכיוון החוצה מהמעגל.
- שימו לב שהכוח הצנטריפוגלי הוא כוח מדומה והוא מגיע מדרך הסתכלות שונה על תנועה מעגלית של צופה המסתובב עם המערכת. בצורת ההסתכלות הזו אין לגוף תאוצה רדיאלית.

תנועה מעגלית (ברדיוס קבוע) GOOL

הדרך בתנועה מעגלית: $S = \Delta\theta \cdot R$
 - הדרך בתנועה מעגלית היא אורך הקשת שעבר הגוף במעגל. $\Delta\theta$ היא שינוי הזווית או הזווית שמול הקשת ויש להציב אותה ברדיאנים!

גודל המהירות הקווית הרגעית (speed): $v(t) = \frac{ds}{dt}$
 כיוון המהירות תמיד משיק למעגל

מהירות זוויתית: $\omega = \frac{d\theta}{dt} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$
 - f - התדירות, T - זמן המחזור והם מוגדרים רק בתנועה מעגלית קבועה (גודל המהירות קבוע)

קשר בין המהירות הקווית לזוויתית: $v = \omega R$
 תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל): $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$

$$\cos\varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr/r\sin\varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin\varphi d\theta d\varphi dr$$

(כדור מלא / קליפה כדורית עבה)
 צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

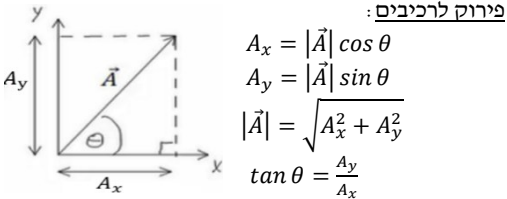
$$\rho = \frac{M}{V} ; \sigma = \frac{M}{S} ; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.
 אלמנט מסה אינפיניטסימלי אורכי/משטחי/נפחי:

$$dm = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

$dl/ds/dv$ - ראו קואורדינטות

וקטורים GOOL



כפל בסקלר: $\alpha\vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$
 מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

הם וקטורים מאונכים.

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos\alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| \cdot |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

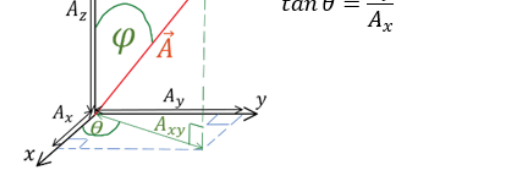
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$$



$$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2} ; \cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin\varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta ; A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$$

מכפלה וקטורית:

- דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

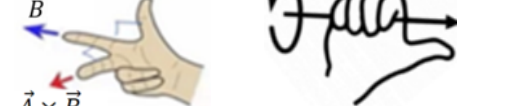
$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

- דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin\alpha|$$

גודל המכפלה הוא:

וכיוון לפי כלל יד ימין:



- שימו לב שאתם עם יד ימין!!
 - בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

תנועה בקו ישר (מימד אחד) GOOL

מהירות רגעית: $v(t) = \frac{dx}{dt} = \dot{x}$

מהירות ממוצעת: $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}$

תאוצה רגעית: $a(t) = \frac{dv}{dt} = \dot{v} = \frac{d^2x}{dt^2} = \ddot{x}$

תאוצה ממוצעת: $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}$

קשרים הפוכים:

$$x(t) = \int v(t) dt$$

$$v(t) = \int a(t) dt$$

- את האינטגרל אפשר לעשות לא מסוים (בלי גבולות) ואז צריך להוסיף קבוע או מסוים (עם גבולות).

מיקום ומהירות כתלות בזמן בתאוצה קבועה בלבד:

מבוא מתמטי GOOL

ניצב שמול יתר: $\sin\alpha = \frac{a}{c}$
 ניצב ליד יתר: $\cos\alpha = \frac{b}{c}$
 ניצב שמול ליד ניצב: $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

$$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} ; \cot\alpha = \frac{b}{a} = \frac{\text{ניצב ליד}}{\text{ניצב שמול}} = \frac{1}{\tan\alpha}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$; $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$	$90^\circ - \alpha$
$\tan(90^\circ - \alpha) = \cot\alpha$; $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan\alpha$	
$\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$; $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$	$90^\circ + \alpha$
$\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot\alpha$; $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan\alpha$	
$\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$; $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$	$180^\circ - \alpha$
$\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$; $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$	
$\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$; $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$	$-\alpha$
$\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$; $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$	
$\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$	
$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2 \sin^2\alpha = 2 \cos^2\alpha - 1$	2α
$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \sin\beta \cos\alpha$	$\alpha \pm \beta$
$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$	

סכום והפרש של פונקציות:

$$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

$$\cos\alpha - \cos\beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$$

פתרון משוואות טריגונומטריות:

$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\sin x = \sin\alpha$
$x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$	
$x_1 = \alpha + 2\pi k$	$\cos x = \cos\alpha$
$x_2 = -\alpha + 2\pi k$	
$x = \alpha + \pi k$	$\tan x = \tan\alpha$

נגזרות ואינטגרליים:

- נגזרת של מכפלה:

$$y(x) = f(x)g(x) \rightarrow y'(x) = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$$

- כלל שרשרת: אם y היא פונקציה של x ו- x הוא

פונקציה של t אז:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{dy}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$$

- נגזרות נוספות: $\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$; $\frac{d}{dx}(\sin x) = \cos x$; $\frac{d}{dx}(\cos x) = -\sin x$; $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$

$$\frac{d}{dx}(\ln(x)) = \frac{1}{x}$$

- אינטגרל היא פעולה הפוכה לנגזרת, מבצע סכימה על

ערכי הפונקציה ונותן את השטח מתחת לגרף הפונקציה.

אינטגרל לא מסוים- מוסיפים קבוע לתוצאת האינטגרל.

אינטגרל מסוים- מציבים גבולות בתוצאה של האינטגרל:

$$\int_a^b x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} \Big|_a^b = \frac{b^{n+1}}{n+1} - \frac{a^{n+1}}{n+1}$$

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

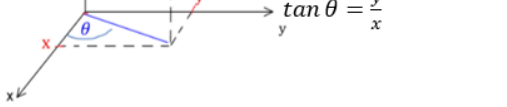
$$x = r \cos\theta$$

$$y = r \sin\theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$



$dl = dr/r d\theta$ (טבעת) / dz

$ds = r dr d\theta$ (דיסקה) / $rd\theta dz$ (קליפה גלילית דקה)

$dv = r d\theta dr dz$ (קליפה גלילית עבה)

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos\varphi$$

$$x = r \sin\varphi \cos\theta$$

$$y = r \sin\varphi \sin\theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan\theta = \frac{y}{x}$$



הכוחות למרכז המעגל: $\vec{F} = m \frac{v^2}{R} = m \omega^2 R$ למרכז המעגל

תאוצה זוויתית: $\alpha = \frac{d\omega}{dt}$

תאוצה משיקית(רק בתנועה לא קצובה): $a_\theta = \frac{d|\vec{v}|}{dt} = \alpha R$

הגובה במעגל אנכי: $h = R(1 - \cos \theta)$

- כאשר h ו- θ נמדדים מתחתית המעגל.

וקטור המיקום: $\vec{r} = R \cos \theta \hat{x} + R \sin \theta \hat{y}$

הקשר בכללי בין המהירות הזוויתית: $\vec{v} = \vec{\omega} \times \vec{r}$

הקשר הכללי בין התאוצה המשיקית לתאוצה הזוויתית: $\vec{a}_\theta = \vec{\alpha} \times \vec{r}$

כוחות מדומים

כוח מדומה מוסיפים רק כאשר **הצופה** נמצא בתאוצה (מערכת לא אינרציאלית). אם הצופה לא בתאוצה (מערכת אינרציאלית) אין כוחות מדומים ולא תלוי בתנועת הגוף. החוק השני של ניוטון עבור צופה נמצא בתאוצה:

$$-m\vec{a}_0 + \vec{\Sigma} \vec{F}_{אמיתיים} = m\vec{a}'$$

$\vec{a}$ היא תאוצת הגוף **ביחס לצופה**.

אמיתיים $\vec{\Sigma} \vec{F}$ הם כוחות שיש מי שמפעיל אותם, מופיעים גם במערכת המעבדה.

" $-m\vec{a}_0$ " - הוא הכוח המדומה כאשר m היא מסת הגוף הנמדד ו- $\vec{a}_0$ היא תאוצת **הצופה**.

הכוחות מדומים הנוספים במקרה של צופה מסתובב במהירות זוויתית קבועה:

הכוח הצנטריפוגלי: $\vec{F} = m\omega^2 r \hat{r}$

או בצורה יותר כללית $\vec{F} = -m\vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r})$

כוח קוריאוлис: $\vec{F}_c = -2m\vec{\omega} \times \vec{v}'$

כאשר בשתי הנוסחאות ω הוא של **הצופה** (ולא של הגוף) $\vec{v}'$ - מהירות הגוף ביחס לצופה.

$\vec{r}$ - וקטור המיקום של הגוף

כוח ציפה: פועל על גוף בנוזל. כיוונו הפוך לכוח הכובד.

כאשר ρ_l היא צפיפות הנוזל ו- V הוא נפח הגוף. $F_b = \rho_l V g$

כוח גרר וכוח ציפה

כוח גרר הוא כוח מהצורה: $\vec{F} = -k\vec{v}$

כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף ו- k הוא קבוע כלשהו.

משוואת תנועה - משוואה הכוללת את x , v ו- a . בדרכ מגיעים אליה ממשוואת הכוחות.

מהירות סופית - המהירות הקבועה שהגוף מגיע אליה לאחר זמן רב. (תאוצה שווה לאפס)

כוח שטוקס - כוח גרר שפועל על **כדור** בתוך נוזל:

$\vec{F}_v = -6\pi\eta R \vec{v}$ - צמיגות הנוזל, R - רדיוס הכדור

עבודה ואנרגיה

עבודה של כוח קבוע: $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{r} = |\vec{F}| \cdot |\Delta \vec{r}| \cdot \cos \alpha = F_x \Delta x + F_y \Delta y + F_z \Delta z$

כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק.

- העבודה של כוח שמאונך להעתק (לתנועה) מתאפסת.

- אם הגוף לא זז אין עבודה (לכן העבודה של החיכוך הסטטי היא תמיד אפס).

הקשר בין העבודה כוללת לאנרגיה קינטית: $W_{EF} = \Delta E_k$

העבודה של **כל הכוחות** שפועלים על הגוף $E_k = \frac{1}{2}mv^2$

כוח משמר: E_k אנרגיה קינטית

העבודה שמבצע כוח משמר אינה תלויה במסלול, היא תלויה רק בנקודות ההתחלה והסיום של התנועה.

- העבודה במסלול סגור מתאפסת.

- יש לו אנרגיה פוטנציאלית כך ש: $W_c = -\Delta U$

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$

האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית: $U_{el} = \frac{1}{2}kx^2$

כאשר x ההתארכות הקפיץ ממצב רפו ו- k קבוע הקפיץ.

- חוץ מ- U_g ו- U_{el} יכולים להיות עוד כוחות משמרים ועוברים יהיו עוד אנרגיות פוטנציאליות

אנרגיה (מכאנית כללית): $E = E_k + U$

U - סכום כל האנרגיות הפוטנציאליות שקיימות בבעיה.

משפט עבודה אנרגיה: $E_i + W_{NC} = E_f$

W_{NC} העבודה של כל הכוחות הלא משמרים

חוק שימור האנרגיה: אם כל הכוחות משמרים (או העבודה של הכוחות הלא משמרים שווה לאפס) אז האנרגיה הכללית נשמרת

העבודה של כוח לא קבוע: $W = \int \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int (F_x dx + F_y dy + F_z dz)$

בשביל הנוסחה צריך גם משוואה של המסלול.

דוגמה בדו-מימד: נתון $x(t) = x^5$, באמצעות המשוואה עוברים למשתנה אחד. בדוגמה, נציב באינטגרל במקום y את x^5 ו- dx נגזרת $dy = 5x^4 dx$.

בדוגמה $dy = 5x^4 dx$. הגבולות של המשתנה אליו עברנו (בדוגמה גבולות של x) איך בודקים אם כוח הוא משמר:

אם ורק אם $\vec{\nabla} \times \vec{F} = 0$, אז הכוח משמר.

נוסחת הרטורר בפרק וקטורים. הערה: צריך שכל רכיב יתאפס בנפרד.

נקודת שיווי משקל מתקיימת כאשר: $\vec{F} = 0$ או $\frac{\partial U}{\partial x} = 0$

שיווי משקל יציב(גוף חוזר בתווה קטנה): $U''_x > 0$

שיווי משקל רופף (הגוף מתרחק בתווה קטנה): $U''_x < 0$

שיווי משקל אדיש (לא חוזר ולא ממשיך) כשאנרגיה קבועה

- אם יש כמה ממדים אז $\vec{\nabla} U = 0$

שיווי משקל יציב - כל הנגזרות השניות גדולות מאפס

שיווי משקל רופף - כל הנגזרות השניות קטנות מאפס

אופן-חלק מהנגזרות השניות גדול מאפס וחלק קטן מאפס

חישוב אנרגיה פוטנציאלית מכוח משמר:

נתונה פונקציית כוח וצריך למצוא U שמקיימת

$$\frac{\partial U}{\partial x} = -F_x \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -F_y \quad \frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$$

שלב 1 - נעשה $U = -\int F_x dx + g(y, z)$

כאשר $g(y, z)$ היא פונקציה כללית שתלויה רק ב y, z .

דוגמה: $\vec{F}(x, y, z) = 2xyz\hat{x} + (zx^2 + 3)\hat{y} + yx^2\hat{z}$

$$U = -\int 2xyz dx + g(y, z) = -x^2 yz + g(y, z)$$

שלב 2 - נעשה $\frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$ ומשם נמצא את $g(y, z)$

באמצעות אינטגרל על y ונוסיף $h(z)$. בדוגמה:

$$-x^2 z + \frac{\partial g(y, z)}{\partial y} = -(zx^2 + 3) \quad \frac{\partial U}{\partial y} = -F_y$$

נעשה אינטגרל ונוסיף $h(z)$: $g(y, z) = -3y + h(z)$

עכשיו $U = -x^2 yz - 3y + h(z)$

שלב 3- נעשה $\frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$ ומשם נמצא את $h(z)$ באמצעות

אינטגרל על z ונוסיף קבוע. בדוגמה:

$$-x^2 y + \frac{\partial h(z)}{\partial z} = -yx^2 \quad \frac{\partial U}{\partial z} = -F_z$$

נעשה אינטגרל ונוסיף קבוע: $h(z) = C$

קבלנו: $U = -x^2 yz - 3y + C$

שלב 4 - בשביל למצוא את C צריך תנאי על האנרגיה

לדוגמה $U(0,0,0) = 0$, אם אין תנאי נשאר את C .

- אם אין תלות ב- Z בבעיה אז רק שלבים 1-2 וקבוע.

הספק ונצילות

הספק ממוצע: $P_{avg} = \frac{W}{\Delta t}$

הספק רגעי: $P = \frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = |\vec{F}| |\vec{v}| \cos \alpha$

$\vec{F}$ - הכוח שפועל על הגוף ו- $\vec{v}$ היא מהירות הגוף.

נצילות: $\eta = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{w_{out}}{E_{in}}$

כאשר P_{out} מצייין את החלק המנוצל על ידי המערכת ו- P_{in} מצייין את כל מה שמושקע.

הספק (P): העבודה שנעשית ביחידת זמן.

ההספק של כוח קבוע או ההספק ממוצע: $P = \frac{W}{\Delta t}$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה.

יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp): $1 \text{Hp} = 746 \text{Watt}$

נוסחה נוספת להספק: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$

- בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.

- הנוסחה כנונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)

מתקף ותנע

התנע של גוף: $\vec{p} = m\vec{v}$

הניסוח הכללי יותר לחוק השני של ניוטון: $\sum \vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt}$

המתקף של כוח: $\vec{j} = \int \vec{F} dt$

המתקף הוא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות בזמן (לא לבלבל עם העבודה שהיא השטח מתחת לגרף של הכוח כתלות במיקום).

המתקף הכולל שפועל על גוף שווה לשינוי בתנע שלו:

$$\vec{j}_{\Sigma \vec{F}} = \Delta \vec{p}$$

חוק שימור התנע: אם סכום הכוחות החיצוניים על מערכת גופים מתאפס אז התנע הכולל של המערכת נשמר.

הנוסחה משימור תנע: $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = m_1 \vec{u}_1 + m_2 \vec{u}_2$

בד"כ רושמים את הנוסחה פשוט לכל ציר בנפרד.

התנגשות אלסטית: יש גם שימור אנרגיה ונוסיף למשוואת התנע את המשוואה: $m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2$

אם ההתנגשות חזיתית (במימד אחד) אז במקום המשוואה של האנרגיה נרשום:

$v_1 + u_1 = v_2 + u_2$

התנגשות אלסטית לא חזיתית בין שני גופים בעלי **מסות שוות ואחד הגופים במנוחה לפני ההתנגשות:** הזווית בין המהירויות אחרי ההתנגשות תהיה 90 מעלות.

התנגשות פלסטית (שני הגופים נעים יחדיו לאחר ההתנגשות):

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2) u$

בהתנגשות פלסטית לא יכול להיות שימור אנרגיה.

התנגשות שחן לא פלסטית ולא אלסטית: אין שימור אנרגיה והגופים לא נעים יחדיו. יהיה רק שימור תנע.

התנגשויות קצרות: ברוב ההתנגשויות הזמן של ההתנגשות מאוד קצר ולכן ניתן להזניח את ההשפעה (המתקף) של כוחות קבועים כמו הכובד.

מקדם תקומה:

$$e = \frac{u_2 - u_1}{v_1 - v_2}$$

בין 0 ל 1, ככל שיותר גבוה יותר אנרגיה נשמרת אך לא ניתן לדעת כמה. שווה 1 באלסטיות ו-0 בפלסטיות.

התנגשויות ללא שימור תנע: אם בפגיעה הנומל גדול מאוד אז לא נזיח אותו ונחשב את המתקף שלו והשינוי בתנע של המערכת כתוצאה מכך. בנוסף גם החיכוך הקינטי יכול להיות מאוד גדול בעקבות הנומל ונתחשב בו.

מרכז מסה

$$\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{r}_1 + m_2 \vec{r}_2}{m_1 + m_2}$$

מיקום מרכז המסה: ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:

$$x_{c.m.} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2}$$

$$\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2}{m_1 + m_2}$$

מהירות מרכז המסה:

$$\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1 \vec{a}_1 + m_2 \vec{a}_2}{m_1 + m_2}$$

תאוצת מרכז המסה:

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממושיכה בהתאמה.

מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית.

תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$$\Sigma F_{ext} = ma_{c.m.}$$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה"- לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

מערכת מרכז המסה:

התנע הכולל של מערכת: $\vec{p}_T = M \vec{v}_{c.m.}$

ניתן להסתכל על מערכת גופים כגוף נקודתי שמסתו היא סכום המסות ומהירותו היא מהירות מרכז המסה.

מערכת מרכז המסה היא מערכת שזזה ביחד עם נקודת מרכז המסה.

בשביל למצוא את מהירות הגופים במערכת מרכז המסה נשתמש בטרנספורמצית גליליי.

במערכת מרכז המסה **התנע הכולל של המערכת הוא אפס** ולכן, במקרה של שני גופים, הגופים תמיד ינועו על ציר אחד.

אם ההתנגשות אלסטית, **גודל המהירות של כל גוף נשמר.**

מומנט התמד

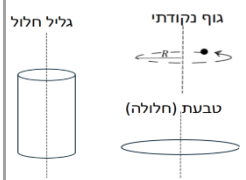
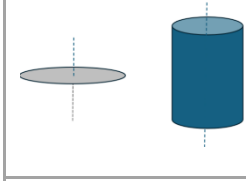
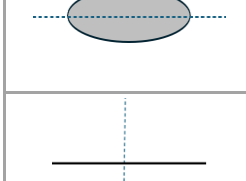
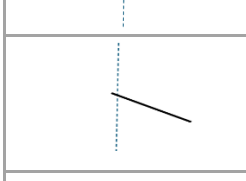
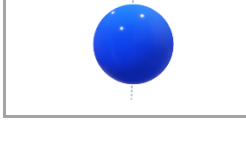
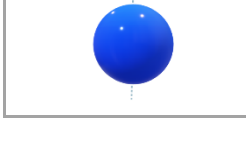
אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב **כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית** (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \Sigma m_i r_i^2$

משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו m היא המסה הכוללת של הגוף. **הערה:** משפט שטיינר פועל רק **לצירים מקבילים**, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז **המסה**.

אדטיביות: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

	גוף נקודתי סביב ציר כלשהו: $I = mR^2$ טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי: $I_{c.m.} = mR^2$
	דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{2} mR^2$
	דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה $I_{c.m.} = \frac{1}{4} mR^2$
	מוט במרכז המסה $I_{c.m.} = \frac{1}{12} mL^2$
	מוט בקצה $I = \frac{1}{3} mL^2$
	כדור מלא במרכז מסה $I_{c.m.} = \frac{2}{5} mR^2$

