

## הוראות לדף הנוסחאות



### הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

### עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

### מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

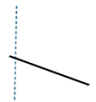
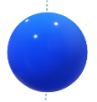
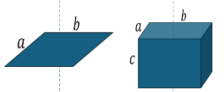
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

|                                                                                   |                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
|   | מוט בקצה<br>$I = \frac{1}{3}mL^2$                             |
|  | כדור מלא במרכז מסה<br>$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$            |
|   | תיבה או לוח במרכז מסה<br>$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$ |

**מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר Z:** מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר Z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

**חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח:**  $I = \int r^2 dm$

כאשר  $r$  הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר  $z$ :  $r^2 = x^2 + y^2$

**תנע זוויתי (תנ"ז)**

**תנ"ז:**  $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$

$\vec{r}$  - הוא וקטור המיקום של הגוף,  $\vec{p}$  - התנע הקווי. עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}| = mvd$  כאשר  $d$  זה המרחק האפקטיבי.

$v$  - המהירות. הקשר בין תנ"ז למומנט כוח:

$\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

חוק שימור התנע הזוויתי: אם  $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$  אז התנע הזוויתי נשמר

**גוף קשיח**

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

**תנע קווי של גוף קשיח:**  $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$

**אנרגיה קינטית סיבובית:**

- סביב ציר קבוע כלשהו:  $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$

- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז מסה):  $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

| תנועה סיבובית                           | תנועה בקו ישר            |
|-----------------------------------------|--------------------------|
| $\theta$                                | $x$                      |
| $\omega = \dot{\theta}$                 | $v = \dot{x}$            |
| $\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$ | $a = \dot{v} = \ddot{x}$ |
| $I$                                     | $m$                      |
| $L$                                     | $p$                      |
| $\tau$                                  | $F$                      |

לגלול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח)  $\leftarrow aR = \alpha R$ ;  $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

**איך נגשים לשאלות?**

חוקי שימור: בודקים מה נשמר:

- אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
- תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
- תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

עושים:

- חוק  $\sum F = ma_{c.m.}$
- משוואת מומנטים:  $\sum \tau = I\alpha$
- קשר בין התאוצות, לדוגמה  $a_{c.m.} = \alpha R$

**מכפלה וקטורית:** דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא:  $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}||\vec{B}|\sin\alpha$

וכיוון לפי כלל יד ימין:

**שימו לב** שאתם עם יד ימין!! בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

**מרכז מסה**

מיקום מרכז המסה:  $\vec{r}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{r}_1 + m_2\vec{r}_2}{m_1 + m_2}$

ניתן לרשום אותה לכל רכיב בנפרד, לדוגמה לרכיב x:  $x_{c.m.} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2}{m_1 + m_2}$

מהירות מרכז המסה:  $\vec{v}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2}{m_1 + m_2}$

תאוצת מרכז המסה:  $\vec{a}_{c.m.} = \frac{m_1\vec{a}_1 + m_2\vec{a}_2}{m_1 + m_2}$

עבור יותר משני גופים הנוסחאות ממשיכה בהתאמה. מספר גופים קשיחים (לא נקודתיים): עושים מרכז מסה בין מרכזי המסה.

גוף עם חור: נעשה מרכז מסה של הגוף המלא עם מרכז מסה של החור כאשר המסה של החור שלילית. תאוצת מרכז המסה תלויה רק בכוחות החיצוניים:

$\sum F_{ext} = ma_{c.m.}$

אם אין כוחות חיצוניים (ומרכז המסה במנוחה בהתחלה) אז מיקום מרכז המסה נשמר. ניתן לעשות "שימור מרכז מסה" - לחשב אותו בהתחלה ובסוף ולהשוות.

**מומנט כוח**

**מומנט כוח:**  $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$

כאשר  $\vec{r}$  הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)

גודל המומנט:  $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}|\sin\alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$

כאשר  $r_{\perp}$  הוא הרכיב של  $\vec{r}$  המאונך לכוח. כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

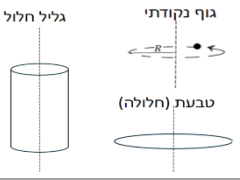
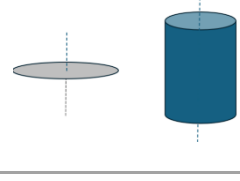
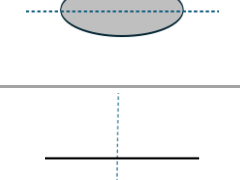
**מומנט התמד**

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה מהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

**מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים:**  $I = \sum m_i r_i^2$

**משפט שטיינר:**  $I' = I_{c.m.} + md^2$

כאשר  $d$  הוא המרחק בין הצירים ו  $m$  היא המסה הכוללת של הגוף. תערה: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. **אדטיביות:** ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל.  $I_T = I_1 + I_2$

|                                                                                     |                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------|
|  | גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:<br>$I = mR^2$                                         |
|  | טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:<br>$I_{c.m.} = mR^2$                           |
|  | דיסקה/ גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה:<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$ |
|  | דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה:<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$        |
|  | מוט במרכז המסה:<br>$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$                                 |

**GOOL**

**ניצב שמול יתר:**  $\sin\alpha = \frac{a}{c}$

**ניצב ליד יתר:**  $\cos\alpha = \frac{b}{c}$

**ניצב שמול ליד ניצב:**  $\tan\alpha = \frac{a}{b}$

**ניצב ליד ניצב שמול:**  $\cot\alpha = \frac{b}{a}$

$\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ ;  $\cot\alpha = \frac{1}{\tan\alpha}$

$a^2 + b^2 = c^2$

|                                                                                        |                                          |                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|----------------------|
| $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos\alpha$                                                 | $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin\alpha$   | $90^\circ - \alpha$  |
| $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot\alpha$                                                 | $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan\alpha$   |                      |
| $\sin(90^\circ + \alpha) = \cos\alpha$                                                 | $\cos(90^\circ + \alpha) = -\sin\alpha$  | $90^\circ + \alpha$  |
| $\tan(90^\circ + \alpha) = -\cot\alpha$                                                | $\cot(90^\circ + \alpha) = -\tan\alpha$  |                      |
| $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin\alpha$                                                | $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos\alpha$ | $180^\circ - \alpha$ |
| $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan\alpha$                                               | $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot\alpha$ |                      |
| $\sin(-\alpha) = -\sin\alpha$                                                          | $\cos(-\alpha) = \cos\alpha$             | $-\alpha$            |
| $\tan(-\alpha) = -\tan\alpha$                                                          | $\cot(-\alpha) = -\cot\alpha$            |                      |
| $\sin 2\alpha = 2 \sin\alpha \cos\alpha$                                               |                                          | $2\alpha$            |
| $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha = 1 - 2 \sin^2\alpha = 2 \cos^2\alpha - 1$ |                                          |                      |
| $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cos\beta \pm \cos\alpha \sin\beta$               |                                          | $\alpha \pm \beta$   |
| $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$               |                                          |                      |

**סכום והפרש של פונקציות:**

$\sin\alpha \pm \sin\beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha \pm \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha \mp \beta}{2}\right)$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2 \cos\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \cos\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

$\cos\alpha - \cos\beta = 2 \sin\left(\frac{\alpha + \beta}{2}\right) \sin\left(\frac{\alpha - \beta}{2}\right)$

**פתרון משוואות טריגונומטריות:**

|                               |                       |
|-------------------------------|-----------------------|
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$       | $\sin x = \sin\alpha$ |
| $x_2 = \pi - \alpha + 2\pi k$ |                       |
| $x_1 = \alpha + 2\pi k$       | $\cos x = \cos\alpha$ |
| $x_2 = -\alpha + 2\pi k$      |                       |
| $x = \alpha + \pi k$          | $\tan x = \tan\alpha$ |

**צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:**  $\rho = \frac{M}{V}$ ;  $\sigma = \frac{M}{S}$ ;  $\lambda = \frac{M}{l}$

$V, S, l$  הם נפח, שטח ואורך הגוף.

**GOOL**

**פירוק לרכיבים:**

$A_x = |\vec{A}| \cos\theta$

$A_y = |\vec{A}| \sin\theta$

$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$

$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

**כפל בסקלר:**  $\alpha\vec{A} = (\alpha A_x, \alpha A_y)$

**מכפלה סקלרית:** שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos\alpha$

$\alpha$  - זווית בין הווקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

**פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:**

$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$

$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$

**זווית בין שני וקטורים:**  $\cos\alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}||\vec{B}|}$

**וקטור בשלושה מימדים:**  $0 \leq \varphi \leq \pi$ ;  $0 \leq \theta \leq 2\pi$

$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x}$

**פירוק לרכיבים:**  $A_{xy} = |\vec{A}| \sin\varphi$ ;  $A_z = |\vec{A}| \cos\varphi$

$A_x = |\vec{A}| \sin\varphi \cos\theta$ ;  $A_y = |\vec{A}| \sin\varphi \sin\theta$

$\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$ ;  $\cos\varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$