

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמות אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

פזיקה חופשית זריקה אנכית

תנועה בתאוצה קבועה g כלפי מטה, נבחר את ציר התנועה להיות ציר Y, ולכן משוואות התנועה הן:

y(t) = y_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

v(t) = v_0 + a(t - t_0)

v_f^2 = v_i^2 + 2a(y_f - y_i)

בנפילה חופשית הגוף מתחיל ממנוחה ולכן v_0 = 0

בדרי"כ נבחר לפתור באופן הבא:

- 1. כיוון הציר החיובי יהיה כלפי מטה ואז a = g (במשוואות הנ"ל).
 - 2. נבחר את הראשית בנקודת ההתחלה ואז y_0 = 0
- בזריקה אנכית: יש לגוף מהירות התחלתית כלפי מעלה או מטה. התנועה היא בתאוצה קבועה g כלפי מטה (כמו נפילה חופשית) ומשוואות התנועה זהות.
- עדיף לבחור את הכיוון החיובי כלפי מעלה ואז a = -g, המהירות ההתחלתית תהיה חיובית אם היא כלפי מעלה ושלילית אם היא כלפי מטה.
- מומלץ לבחור את הראשית בקרקע.

שיא גובה כאשר v(t) = 0 הצבה במשוואה נותנת בשיא גובה ש: v_0 = 2g y_0 ; t_גובה = v_0 / g

תנועה במישור - בליסטית

וקטור המיקום: r = x i + y j = (x, y)

העתק: Δr = Δx i + Δy j = (Δx, Δy)

מהירות ממוצעת או קבועה: v_avg = Δr / Δt

זריקה משופעת (ואופקית): הגוף נורק במהירות התחלתית v_0 בזווית θ (באופקית הזווית אפס).

נפריד לתנועה במהירות קבועה בציר X ותנועה בתאוצה קבועה בציר Y (זריקה אנכית). משוואות התנועה יהיו:

x(t) = x_0 + v_0 cos(θ) t ; v_x(t) = v_0 cos(θ)

y(t) = y_0 + v_0 sin(θ) t + 1/2 a_y t^2

v_y(t) = v_0 sin(θ) + a_y t

אם נבחר כיוון חיובי בציר Y כלפי מעלה אז a_y = -g

יתכן תאוצה גם בציר ה X לדוגמה במקרה של רוח אופקית ואז צריך לשנות את הנוסחאות בציר X לנוסחאות של תאוצה קבועה.

שיא גובה (v_y(t) = 0): t_גובה = v_0 sin(θ) / g

y_גובה = y_0 + (v_0 sin(θ))^2 / 2g

טווח (בהנחה שהזריקה מהקרקע): R = v_0^2 sin(2θ) / g

טווח מקסימלי בזווית 45 מעלות

משוואת המסלול: משוואה של y(x). על מנת למצא משוואת מסלול מבודדים את t מהביטוי של x(t) ומציבים ב-y(t).

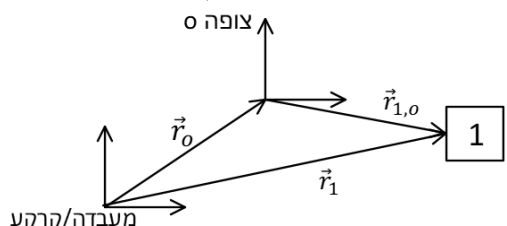
תנועה יחסית (טרנס' גליליי)

המיקום, המהירות והתאוצה של גוף 1 ביחס לגוף 2:

r_1,2 = r_1 - r_2 ; v_1,2 = v_1 - v_2 ; a_1,2 = a_1 - a_2

הנוסחה וקטורית אבל אפשר להשתמש לכל ציר בנפרד. שיטה שניה - שימוש בתרשים וקטורים:

- 1. נצייר ראשית ונשרטט את הוקטורים r_1 ו-r_0 יוצאים מהראשית לפי האינפורמציה הנתונה בתרגיל (הגודל והכיוון שלהם).
- 2. נצייר ראשית צירים של הצופה בקצה הוקטור r_0.
- 3. נשרטט את הוקטור r_1,0 מהראשית של הצופה לפי הנתונים בתרגיל וכך שהראש שלו נפגש עם הראש של הוקטור r_1.
- 4. נעשה טריגו ונמצא את נתוני הוקטורים החסרים.



משפט הקוסינוס (לכל סוגי המשולשים): c^2 = a^2 + b^2 - 2ab cos(γ)

γ - הזווית מול הצלע c (יכולה להיות כל צלע במשולש).

משפט הסינוסים (לכל סוגי המשולשים): a / sin α = b / sin β = c / sin γ

γ הזווית מול הצלע c, β הזווית מול α, α הזווית מול γ המהירות שמועד מד לייזר:

שמועד לייזר: d / dt |r| = (x dot x + y dot y) / sqrt(x^2 + y^2)

נוסחה נוספת המקשרת בין המהירות למיקום (ללא תלות בזמן) בתאוצה קבועה: v_f^2 = v_i^2 + 2a(x_f - x_i)

גרפים:

- התאוצה היא השיפוע בגרף של המהירות כתלות בזמן. השטח מתחת לגרף של התאוצה כתלות בזמן שווה לשינוי המהירות.
- הגרף של המיקום כתלות בזמן בתאוצה קבועה הוא פרבולה. תאוצה חיובית פרבולה מחייכת, תאוצה שלילית פרבולה עצובה.

המהירות היא נגזרת של המיקום לפי הזמן והמיקום הוא אינטגרל על המהירות לפי הזמן:

v(t) = dx/dt ; x(t) = integral v(t) dt

התאוצה היא נגזרת של המהירות והמהירות היא אינטגרל על התאוצה:

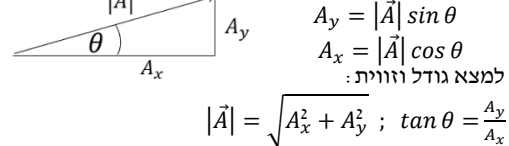
a(t) = dv/dt ; v(t) = integral a(t) dt

כשעושים אינטגרל צריך להוסיף קבוע, את הקבוע מציאים מתנאי התחלה.

נגזרות של סינוס וקוסינוס:

(cos x)' = -sin x ; (sin x)' = cos x

וקטורים



פירוק לרכיבים:

A_y = |A| sin θ

A_x = |A| cos θ

למצא גודל וזווית:

|A| = sqrt(A_x^2 + A_y^2) ; tan θ = A_y / A_x

חיבור וקטורים:

- בצורה גרפית נצימד ראש לזנב. וקטור הסכום יהיה וקטור מהזנב הראשון לראש הוקטור האחרון.
- תמיד ניתן להזיז וקטור במרחב כל עוד שומרים על האורך והכיוון שלו.
- בצורה אלגברית נסכום את הרכיבים:

A + B = (A_x + B_x, A_y + B_y)

בצורה פולרית, נפרק לרכיבים ונסכום.

כפל/חלוקה בסקלר: בצורה אלגברית, נכפיל/נחלק כל רכיב בסקלר:

B = αA = (αA_x, αA_y)

בצורה פולרית, נכפיל/נחלק את הגודל בסקלר (הכיוון לא משתנה אלא אם הסקלר שלילי ואז הכיוון מתהפך) מכפלה סקלרית בין שני וקטורים:

A · B = A_x · B_x + A_y · B_y + A_z · B_z = |A| |B| cos α

תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור) מכפלה סקלרית של וקטורים מאונכים מתאפסת.

נוסחה למציאת זווית בין וקטורים:

cos α = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) / (|A| |B|)

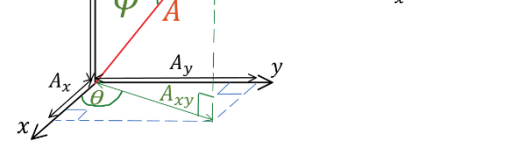
וקטור יחידה:

וקטור בשלושה מימדים:

0 ≤ φ ≤ π

0 ≤ θ ≤ 2π

tan θ = A_y / A_x



sqrt(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2) ; cos φ = A_z / |A| = A_z / sqrt(A_x^2 + A_y^2 + A_z^2)

פירוק לרכיבים:

A_xy = |A| sin φ ; A_z = |A| cos φ

A_x = |A| sin φ cos θ ; A_y = |A| sin φ sin θ

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה עם דטרמיננטה:

A x B = | i j k |

| A_x A_y A_z |

| B_x B_y B_z |

דרך 2 לפי גודל וכיוון בנפרד:

גודל המכפלה הוא: |A x B| = |A| |B| sin α

וכיוון לפי כלל יד ימין:



שימו לב שאתם עם יד ימין!!

בתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר"כ לפתוח את האמה!

פונקציות טריגונומטריות

ניצב שמוחל

sin α = a / c

יתר

ניצב ליד

cos α = b / c

יתר

ניצב שמוחל

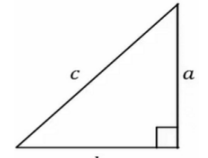
tan α = a / b

ליד ניצב

1 / tan α = cot α = b / a

ניצב שמוחל

a^2 + b^2 = c^2



sin(90° - α) = cos α ; cos(90° - α) = sin α	90° - α
tan(90° - α) = cot α ; cot(90° - α) = tan α	
sin(90° + α) = cos α ; cos(90° + α) = -sin α	90° + α
tan(90° + α) = -cot α ; cot(90° + α) = -tan α	
sin(180° - α) = sin α ; cos(180° - α) = -cos α	180°
tan(180° - α) = -tan α ; cot(180° - α) = -cot α	-α
sin(-α) = -sin α ; cos(-α) = cos α	-α
tan(-α) = -tan α ; cot(-α) = -cot α	
sin 2α = 2 sin α cos α	
cos 2α = cos^2 α - sin^2 α = 1 - 2 sin^2 α = 2 cos^2 α - 1	2α
sin(α ± β) = sin α cos β ± sin β cos α	α ± β
cos(α ± β) = cos α cos β ∓ sin α sin β	

משוואת הקו הישר

משוואת הקו הישר: y = mx + n

משוואת הקו הישר: m = Δy / Δx = tan α כאשר α היא הזווית של הישר עם ציר ה-x. n היא נקודת חיתוך עם ציר ה-y.

מרחק בין שתי נקודות: d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2

הפרבולה

משוואת הפרבולה: y = ax^2 + bx + c

a חיוב הפרבולה מחייכת, שלילי בוכה.

קודקוד הפרבולה: x_קודקוד = -b / 2a

נוסחת השורשים: x_1,2 = (-b ± sqrt(b^2 - 4ac)) / 2a

מבוא פיזיקלי

חוקי חזקות: (ab)^c = a^c b^c ; a^b a^c = a^{b+c}

(a^b)^c = a^{bc} ; 1/a^b = a^{-b}

מעברים בין יחידות:

קילו (k) זה 1000 : 1km = 1000m ; 1kg = 1000gr

מילי (m) זה 1/1000 לדוגמה: 1mm = 1/1000 m ; 1mg = 1/1000 gr

ליטר: 1liter = 1000cm^3

סוב: 1 קוב = 1000m^3 = 1000liter

שנת אור היא המרחק שהאור עושה בשנה: 1lightyear = 9.4608 · 10^15 m

צפיפות:

צפיפות נפחית: ρ = M / S ; צפיפות משטחית: σ = M / S

צפיפות אורכית: λ = M / l

V, S, l הם נפח שטח ואורך הגוף בהתאמה

תנועה בקו ישר

העתק- השינוי במיקום הגוף: Δx = x_2 - x_1

דבר- אורך כל המסלול שעשה הגוף, סימון באות S

מהירות ממוצעת או קבועה: v = Δx / Δt = (x_2 - x_1) / (t_2 - t_1)

המיקום כתלות בזמן במהירות קבועה:

x(t) = x_0 + v(t - t_0)

גרפים: גרף המיקום במקרה של תנועה במהירות קבועה יהיה קו ישר. שיפוע הגרף הוא המהירות.

- גרף המהירות במקרה של מהירות קבועה הוא קו ישר אופקי.
- השטח מתת לגרף המהירות הוא ההעתק, עובדה זו נכונה גם עבור מהירות לא קבועה.
- השטח החיובי מתחת לגרף המהירות הוא הדרך

תאוצה קבועה או ממוצעת: a = Δv / Δt = (v_2 - v_1) / (t_2 - t_1)

מהירות כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

כאשר v_0 היא המהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע תחילת התנועה)

מיקום כתלות בזמן בתנועה בתאוצה קבועה:

x(t) = x_0 + v_0(t - t_0) + 1/2 a(t - t_0)^2

כאשר x_0 ו v_0 הן המיקום והמהירות בזמן t_0 (בדרי"כ רגע התחלת התנועה)

מהירות זו היא הרכיב הרדיאלי של המהירות או הרכיב של המהירות שמקביל לוקטור המיקום של הגוף ביחס לצופה המודד.

דינמיקה - חוק I ו-II של ניוטון

GOOL

החוק הראשון של ניוטון: אם גוף נע במהירות קבועה בקו ישר (או במנוחה) אז סכום הכוחות עליו מתאפס ולהפך. **החוק השלישי של ניוטון:** לכל כוח שגוף אחד מפעיל על גוף שני (כוח פעולה) הגוף השני חייב להפעיל כוח בחזרה (כוח תגובה) השווה בגודלו והפוך בכיוונו. **שימו לב!!** הכוחות פועלים על שני גופים שונים ולכן לא יהיו באותו תרשים כוחות.

חיכוך סטטי: פועל כאשר הגוף במנוחה (ביחס למשטח המגע). כיוונו מנוגד לכיוון שקול הכוחות. גודלו משתנה בהתאם לכוחות הפועלים.

ערך מקסימלי: $f_s \leq \mu_s N$ או $f_{s,max} = \mu_s N$ **חיכוך קינטי:** פועל כאשר הגוף בתנועה (ביחס למשטח המגע). גודלו קבוע (אין תלות במהירות או בכוחות האחרים).

בינוגרם לסטטי ושווה ל: המישור המשופע: בבעיות עם מישור משופע מומלץ לבחור מערכת צירים כך שציר X מקביל למישור וציר Y מאונך. הרכיב של mg במקביל למישור יהיה $mg \sin(\theta)$ ובמאונך למישור $mg \cos(\theta)$. שימו לב לסימנים בהתאם לכיוון הצירים.

GOOL

חוק II של ניוטון: $\Sigma \vec{F} = m\vec{a}$ בגלל שהשוויון וקטורי צריך שיהיה שוויון בכל ציר בנפרד. כלומר: $\Sigma F_x = ma_x$, $\Sigma F_y = ma_y$. בבעיות עם מספר גופים נעשה תרשים כוחות וחוק שני לכל גוף בנפרד. אח"כ נוסיף את הקשר בין התאוצות של הגופים.

GOOL

חוק הוק - הכוח שמפעיל קפיץ: $F = -k\Delta x$ Δx - התארכות ממצב הרפוי של הקפיץ (מסומן גם ב l) k - הוא קבוע הקפיץ ותלוי בחומר ממנו עשוי הקפיץ

GOOL

חיבור במקביל: $k_{eff} = k_1 + k_2$ **חיבור בטור:** $\frac{1}{k_{eff}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

GOOL

הידרוסטטיקה: **זורמים:** נוזלים וגזים (כל חומר שיכול לזרום) **צפיפות (מסה חלקי נפח):** $\rho = \frac{M}{V}$

מוצקים	צפיפות (kg/m³)	נוזלים	צפיפות (kg/m³)
אלומיניום	2.70×10^3	מים (4°C)	1.00×10^3
ברזל ופלדה	7.8×10^3	פלזמת דם	1.03×10^3
נחושת	8.9×10^3	דם מלא	1.05×10^3
עופרת	11.3×10^3	מי ים	1.025×10^3
זהב	19.3×10^3	כספית	13.6×10^3
בטון	2.3×10^3	אתנול (אלכוהול אתילי)	0.79×10^3
גרניט	2.7×10^3	בנזין	0.68×10^3
עץ (טיפוסים)	$0.3-0.9 \times 10^3$	גזים	
זוכית רגילה	$2.4-2.8 \times 10^3$	אוויר	1.29
קרח (H₂O)	0.917×10^3	הליום	0.179
עצם	$1.7-2.0 \times 10^3$	פחמן דו-חמצני (CO₂)	1.98
		אדי מים (100°C)	0.598

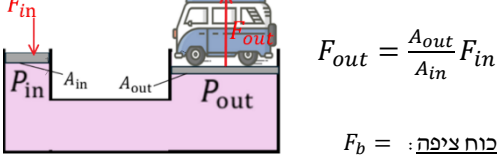
לחץ: $P = \frac{F}{A}$ F - גודל הכוח המאונך למשטח. A - שטח. $1Pa = 1N/m^2$: יחידות SI. **לחץ:** הלחץ הוא סקלר. יחידות SI: $1Pa = 1N/m^2$. **זורמים מפעילים לחץ בכל הכיוונים.**

- עבור גוף במנוחה, הלחץ זהה מכל הכיוונים. **לחץ:** אם אין זרימה אז הלחץ מאונך לדופן, רכיב מקביל לדופן יגרום לזרימה.

הלחץ בעומק h בתוך נוזל (בעל צפיפות אחידה): $P = \rho gh$ **הנוסחה היא לחץ שפועל מהנוזל בלבד, לחישוב הלחץ המוחלט יש להוסיף את הלחץ בפני הנוזל.** **לחץ בזורם בעל צפיפות משתנה:** $P(y_2) - P(y_1) = - \int_{y_1}^{y_2} \rho g dy$

לחץ אטמוספרי: $P_0 = 1.013 \cdot 10^5 Pa = 101.3 kPa = 1atm$ $1bar = 10^5 Pa$

לחץ יחסי (הלחץ ביחס ללחץ האטמוספרי): $P = P_0 + P_G$ **לחץ אבסולוטי:** P_0 - לחץ אטמוספרי. P_G - לחץ יחסי. **עקרון פסקל:** אם לחץ חיצוני מופעל על זורם תחום או הלחץ בכל נקודה בזורם גדל באותה ערך. **מערכת הידראולית:** $F_{out} = \frac{A_{out}}{A_{in}} F_{in}$



כוח ציפה: $F_b = \rho_l V g$ **לחץ:** צפיפות הזורם. V - נפח הגוף.

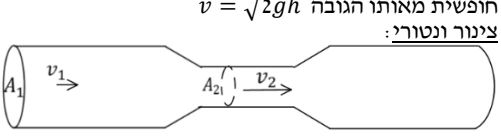
GOOL

זרימה למינרית (שכבתית): זורם הנע בשכבות מקבילות ללא הפרעה בין השכבות. **זרימה טורבולנטית (עירבולית):** זרימה באופן לא מסודר ואקראי. בדרכ מכלה מערבולות שנקראות זרמי אדי. איבוד אנרגיה גבוה.

ספיקה מסית: Q_m (המסה של הזורם שעוברת דרך שטח חתך ביחידת זמן): $Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} = \rho A v$ **צפיפות הזורם:** A - שטח חתך, v - מהירות הזורם. **ספיקה נפחית:** Q_V (נפח הזורם העובר דרך שטח חתך ביחידת זמן): $Q_V = \frac{\Delta V}{\Delta t} = A v$ **במצב יציב הספיקה לא משתנה לאורך הזרימה:**

משוואת הרציפות: $Q_{m1} = Q_{m2}$ $\rho_1 A_1 v_1 = \rho_2 A_2 v_2$ **עבור זורם לא דחיס:** $\rho_1 = \rho_2$ ואז המשוואה $A_1 v_1 = A_2 v_2$ **עקרון ברנולי:** הלחץ הפוך למהירות הזורם **משוואת ברנולי:**

$\frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho gh_1 + P_1 = \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho gh_2 + P_2$ **או** $\frac{1}{2} \rho v^2 + \rho gh + P = const$ **תנחות למשוואת ברנולי:** 1. הזרימה למינרית ובמצב יציב. 2. הנוזל אינו דחיס. 3. אין חיכוך (אין צמיגות) **חוק טורצילי:** מהירות הזרימה של נוזל דרך חור בתחתית של מיכל מלא בבובה h , זהה למהירות שצובר גוף בנפילה חופשית מאותו הגובה h : $v = \sqrt{2gh}$ **צינור נוטרי:**

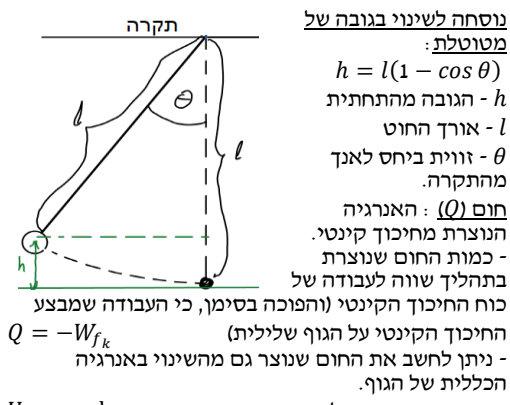


GOOL

עבודה ואנרגיה: **העבודה שמבצע כוח קבוע או כוח ממוצע:** $W = \vec{F} \cdot \Delta \vec{x} = F \Delta x \cos \alpha$ כאשר α היא הזווית בין הכוח להעתק **כוח שפועל במאונך לתנועה (למהירות) אינו מבצע עבודה.** **אם הגוף לא נע העבודה אפס (לכן חיכוך סטטי אינו מבצע עבודה).**

אנרגיה קינטית: $E_k = \frac{1}{2} m v^2$ **העבודה הכוללת (כולל הכוחות המשמרים) שווה לשינוי באנרגיה קינטית:** $W_{\Sigma F} = \Delta E_k$ **האנרגיה הפוטנציאלית האלסטית (האנרגיה של קפיץ):** $U_{el} = \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$ **k** הוא קבוע הקפיץ **Δx היא התארכות מהמצב הרפוי (לפעמים מסומן ב l)** **האנרגיה הכללית היא האנרגיה הקינטית של הגוף ועוד סך כל האנרגיות הפוטנציאליות:**

$E = E_K + U = \frac{1}{2} m v^2 + mgh + \frac{1}{2} k (\Delta x)^2$ ***בשוויון השני רשמנו את האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית והאלסטית. תיאורטית יכולות להיות עוד אנרגיות פוטנציאליות אבל זה מאוד נדיר בקורס הזה.** **משפט עבודה אנרגיה:** $E_i + W_{NC} = E_f$ או $\Delta E = W_{NC}$ **E_i ו- E_f הם האנרגיות הכלליות בהתחלה ובסוף.** **W_{NC} היא העבודה שנעשתה על ידי הכוחות הלא משמרים בתהליך שבין נקודת ההתחלה לסוף.**



נוסחה לשינוי גובה של מטוטלת: $h = l(1 - \cos \theta)$ **h** - הגובה מהתחתית **l** - אורך החוט **θ** - זווית ביחס לאנך מהתקרה. **חום (Q):** האנרגיה הנוצרת מחיכוך קינטי. **כמות החום שנוצרת בתהליך שווה לעבודה של כוח החיכוך הקינטי (הפוכה בסימן), כי העבודה שמבצע החיכוך הקינטי על הגוף (שלילית) $Q = -W_{f_k}$ ניתן לחשב את החום שנוצר גם מהשינוי באנרגיה הכללית של הגוף.**

האנרגיה הפוטנציאלית הכובדית: $U_g = mgh$ **h** זה הגובה של הגוף. ניתן לבחור גובה אפס שרוצים. **העבודה שמבצע כוח הכובד שווה למינוס השינוי באנרגיה הפוטנציאלית הכובדית:** $W_g = -\Delta U_g$ **הספק (P):** העבודה שנעשית ביחידת זמן. **ההספק של כוח קבוע או הספק ממוצע:** $P = \frac{W}{\Delta t}$

היחידה הסטנדרטית של הספק היא Watt (W) והיא שווה לגאול חלקי שניה. **יחידת נוספת היא כוח סוס (Hp):** $1Hp = 746Watt$ **נוסחה נוספת להספק:** $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$ **בנוסחה יש מכפלה סקלרית של הכוח במהירות הגוף.** **הנוסחה נכונה גם להספק רגעי (ולא רק להספק ממוצע או קבוע)**

GOOL



מהירות הזוויתית היא קצב שינוי הזווית בזמן. **מהירות זוויתית קבועה או ממוצעת:** $\omega = \frac{\Delta \theta}{\Delta t} = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ **(ביחידות של רדיאן לשניה)** **f** היא התדירות (יחידות הרץ או 1/sec). **T** זמן מחזור. **הקשר בין המהירות הזוויתית למהירות הקווית (נכון גם למהירויות שאינן קבועות):** $|\vec{v}| = \omega R$ **תאוצה רדיאלית (למרכז המעגל):** $a_r = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$ **סכום הכוחות למרכז המעגל:**

$\Sigma F_r = m \left(\frac{v^2}{R} \right) = m(\omega^2 R)$ **בתרגילים, נבחר מערכת צירים כך שכיוון ציר ה X למרכז המעגל וציר ה Y מאונך לו. בציר X נשתמש בנוסחה של סכום הכוחות למרכז המעגל ובציר Y סכום הכוחות שווה לאפס (בתנועה שבה גודל המהירות קבוע).** **אם גודל המהירות אינו קבוע (תנועה לא קצובה) אז ישנה גם תאוצה משקיית. התאוצה המשקיית שווה לשינוי גודל המהירות בזמן (בדיוק כמו תאוצה רגילה בתנועה בקו ישר).**

עבור תאוצה משקיית קבועה או ממוצעת: $a_\theta = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ **סכום הכוחות בכיוון המשיק (ציר Y) יהיה:** $\Sigma F_\theta = ma_\theta$ **תאוצה זוויתית:** קצב שינוי המהירות הזוויתית בזמן. **עבור תאוצה זוויתית קבועה או ממוצעת:** $\alpha = \frac{\Delta \omega}{\Delta t}$ **(ביחידות של רדיאן לשניה בריבוע).** **הקשר בין תאוצה זוויתית לתאוצה המשקיית (גם עבור תאוצה משתנה):** $a_\theta = \alpha R$ **מהירות זוויתית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:** $\omega(t) = \omega_0 + \alpha \cdot (t - t_0)$ **זווית כתלות בזמן בתאוצה זוויתית קבועה:** $\theta(t) = \theta_0 + \omega_0(t - t_0) + \frac{1}{2} \alpha (t - t_0)^2$

GOOL

מתקף ותנע: **המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף:** $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$ **התנגשות אלסטית:** התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. **נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:** $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ **בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:** $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$ **התנגשות פלסטית:** הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. **משוואת שימור התנע הופכת ל-** $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$

GOOL

המתקף שמפעיל כוח קבוע או ממוצע על גוף: $\vec{J} = \vec{F} \cdot \Delta t$ **התנגשות אלסטית:** התנגשות שבה האנרגיה הקינטית נשמרת. **נוסף למשוואת שימור התנע את משוואת שימור האנרגיה:** $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_1 u_1^2 + \frac{1}{2} m_2 u_2^2$ **בהתנגשות אלסטית במימד אחד (מצחית) בלבד, ניתן להחליף את משוואת שימור האנרגיה במשוואה הבאה:** $v_1 - v_2 = -(u_1 - u_2)$ **התנגשות פלסטית:** הגופים נעים יחד אחרי ההתנגשות. **משוואת שימור התנע הופכת ל-** $m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 = (m_1 + m_2) \vec{u}$

$\vec{u}$ - היא המהירות המשותפת לאחר ההתנגשות
רצו: הגופים נעים יחד לפני ההתנגשות.
משוואת שימור התנע הופכת ל -

$$(m_1 + m_2)\vec{v} = m_1\vec{u}_1 + m_2\vec{u}_2$$

- התנגשות פלסטית ורתע הן אף פעם לא התנגשויות אלסטיות! כלומר לא יכול להתקיים שימור אנרגיה בהתנגשויות האלו.
- שימו לב שקיימות התנגשויות שהן לא אלסטיות ולא פלסטיות (סתם התנגשויות) בהן יש רק את משוואת שימור התנע הרגילה.
- הערה: בספרים מסוימים השם התנגשות אלסטית מתייחס להתנגשות רגילה שהיא לא פלסטית ואין בה שימור אנרגיה. להתנגשות שיש בה גם שימור אנרגיה קוראים התנגשות אלסטית לחלוטין.

התנגשות אלסטית מצחית (במימד אחד) **בין מסות שוות שאחד הגופים במנוחה**: במקרה זה כל האנרגיה עוברת מהגוף הפוגע לגוף במנוחה. כלומר הגוף הפוגע ייעצר והגוף שהיה במנוחה ינוע לאחר ההתנגשות במהירות שבו פגע בו הגוף הראשון.

תנועה מחזורית

תנועה מחזורית: היא תנועה המורכבת מקטע תנועה מסוים החוזר על עצמו באופן מדויק כל מרווח זמן קבוע. הגדרה: תנועה מחזורית היא תנועה שבה קיים T קבוע, עבור מתקיים $\vec{x}(t) = \vec{x}(t + T)$ לכל $\vec{x}(t)$ כאשר T הוא זמן המחזור. שימו לב, כל תנועה הרמונית היא תנועה מחזורית אבל לא כל תנועה מחזורית היא הרמונית. בתנועה הרמונית יש תנאים נוספים שהכוונו ביחס ישר למיקום.

תנועה הרמונית

המיקום כתלות בזמן בתנועה הרמונית:

$$x(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

- הראשית היא בנקודת שיווי המשקל.
- נקודת שיווי המשקל היא הנקודה שבה סכום הכוחות שווה לאפס (התאוצה גם שווה לאפס והמהירות מקסימלית).
- A - אמפליטודת התנועה, מרחק מקסימאלי משיווי משקל.
- ω - תדירות זוויתית. φ - פאזה.
המהירות בתנועה הרמונית: $v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \varphi)$
התאוצה בתנועה הרמונית: $a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \varphi)$
קשר בין התדירות הזוויתית (אומגה) לתדירות וזמן המחזור: $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$

עבור מסה המחוברת לקפיץ: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$
כאשר k הוא קבוע הקפיץ ו- m היא מסת הגוף.
הפאזה: $\varphi = \omega \cdot t_0$
כאשר t_0 הוא הזמן שעבר מהרגע שבו הגוף היה בקצה החיובי עד ש- $t = 0$ (מתחילים למדוד את התנועה)
בדרכי נמצא את ω ו- φ מתנאי התחלה:
 $x(t=0) = A \sin \varphi$; $v(t=0) = -\omega A \cos \varphi$
מהירות ותאוצה מקסימליות:
 $v_{max} = \pm \omega A$; $a_{max} = \pm \omega^2 A$

תוספת של כוח קבוע למערכת: משנה רק את נקודת שיווי המשקל (ולא את התדירות). במקרה כזה נקודת שיווי המשקל לא תהיה הנקודה שבה הקפיץ רפוי וצריך להבחין ביניהם. מקרה נפוץ הוא של **קפיץ אנכי**. בקפיץ אנכי כוח הכובד הוא כוח קבוע, הוא לא משפיע על התנועה למעט שינוי נקודת שיווי המשקל. אפשר לחשוב שכוח הכובד גורם למתיחה התחתית של הקפיץ עד לנקודה שבה כוח הקפיץ שווה לכוח הכובד (נקי ש.מ. חדשה) משם התנועה תהיה כרגיל. אפשר לקבוע את $x=0$ בנקודת ש.מ. ולהתעלם מהכובד.

האנרגיה בתנועה הרמונית:

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_{max}^2$$

כבידה

החוק השלישי של קפלר: $\left(\frac{\bar{r}_1}{\bar{r}_2}\right)^3 = \left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2$
 $\bar{r}$ - רדיוס הקפה ממוצע של כל גרם שמיים.
 T - זמן המחזור של כל גרם שמיים.

גודל כוח הכבידה בין שני גופים: $F = G \frac{m_1 m_2}{r^2}$; $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ - קבוע הכבידה האוניברסלי.
 m - מסות הגופים. r - המרחק בין מרכזי הגופים.
אנרגיה פוטנציאלית כובדית: $U_G = -\frac{GMm}{r}$ ($U_G(r \rightarrow \infty) = 0$)
 M - מסת הגוף המשפיע. m - מסת הגוף המושפע.
 r - מרחק בין הגופים.
אנרגיה של לוויין במסלול מעגלי: $E_k = \frac{GMm}{2r} = -\frac{U_G}{2}$
קינטית: $E = -\frac{GMm}{2r}$
כוללת:

מומנט התמד

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל הנקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

מומנט התמד של מערכת גופים נקודתיים: $I = \sum m_i r_i^2$
משפט שטיינר: $I' = I_{c.m.} + md^2$
כאשר d הוא המרחק בין הצירים ו- m היא המסה הכוללת של הגוף. **הערה**: משפט שטיינר פועל רק לצירים מקבילים, ורק כאשר אחד הצירים עובר במרכז המסה. **אדטיביות**: ניתן לסכום את המומנט התמד של כל חלק וחלק בגוף על מנת לקבל את המומנט הכולל. $I_T = I_1 + I_2$

גוף נקודתי סביב ציר כלשהו:	$I = mR^2$
טבעת וגליל חלול סביב הציר המרכזי:	$I_{c.m.} = mR^2$
דיסקה/גליל מלא במרכז מסה סביב ציר z-אנך לדיסקה	$I_{c.m.} = \frac{1}{2}mR^2$
דיסקה במרכז מסה סביב ציר x-במישור הדיסקה	$I_{c.m.} = \frac{1}{4}mR^2$
מוט במרכז המסה	$I_{c.m.} = \frac{1}{12}mL^2$
מוט בקצה	$I = \frac{1}{3}mL^2$
כדור מלא במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{2}{5}mR^2$
תיבה או לוח במרכז מסה	$I_{c.m.} = \frac{m(a^2 + b^2)}{12}$

נוסחה המקשרת בין צירים שונים: $I_z = I_x + I_y$
אם $I_x = I_y$ (בדרכי מסמטריה) אז $I_z = 2I_x$
מבנה הגוף סימטרי לאורך ציר z: מומנט ההתמד של הגוף סביב ציר z יהיה כמו של גוף משטחי במישור xy. לדוגמה מומנט ההתמד של גליל יהיה כמו של דיסקה ומומנט ההתמד של קוביה יהיה כמו של מלבן שהוא בסיס הקוביה.

חישוב עם אינטגרל, עבור גוף קשיח: $I = \int r^2 dm$
כאשר r הוא המרחק של כל גוף מציר הסיבוב (ולא מהראשית). אם ציר הסיבוב הוא ציר z: $r^2 = x^2 + y^2$

מומנט כוח

מומנט כוח: $\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$
כאשר $\vec{r}$ הוא וקטור שיוצא מהציר עד לנקודה שבה פועל הכוח (ניתן לחשב את המכפלה באמצעות דטרמיננטה או באמצעות גודל וכיוון)
גודל המומנט: $|\vec{\tau}| = |\vec{r}||\vec{F}| \sin \alpha = |\vec{F}|r_{\perp}$
כאשר $r_{\perp}$ הוא הרכיב של $\vec{r}$ המאונך לכוח כיוון לפי כלל יד ימין או כלל הבורג.

תנע זוויתי (ת"ז)

תנ"ז: $\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$
 $\vec{r}$ - הוא וקטור המיקום של הגוף, $\vec{p}$ - התנע הקווי
עבור גוף הנע בקו ישר ניתן לחשב את התנ"ז לפי:

$|\vec{L}| = mvd$
כאשר d הוא המרחק האפקטיבי. v - המהירות.
הקשר בין תנ"ז למומנט כוח: $\sum \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}$

חוק שימור התנע הזוויתי:

$$\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$$

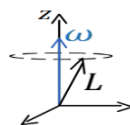
אם $\sum \vec{\tau}_{ext} = 0$ אז התנע הזוויתי נשמר

תנ"ז של תנועה משולבת, מערכת גופים שמסתובבים סביב מרכז מסה שנע:

כאשר $\vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$ זה התנע הזוויתי של מרכז המסה כאילו הוא גוף נקודתי שהמסה שלו היא מסת כל המערכת ו- $\vec{L}_{c.m.}$ התנע הזוויתי ביחס למערכת מרכז המסה, כלומר סך התנ"ז של הגופים במערכת ביחס לצופה הנע בנקודת מרכז המסה.

פרסיה (נקיפה):

לתנע הזוויתי יש רכיב במישור xy שמסתובב סביב ציר z. נגזרת בזמן של הרכיב הזה נותנת לנו את מומנט הכוח שפועל על המערכת.



גוף קשיח

אם גוף קשיח מסתובב סביב ציר סיבוב כל נקודות על הגוף מבצעות תנועה מעגלית באותה המהירות הזוויתית (אך לא באותה מהירות קווית)

תנע קווי של גוף קשיח: $\vec{p} = M\vec{v}_{c.m.}$
תנ"ז:

- גוף הנע בקו ישר (ללא סיבוב פנימי, כלומר לכל החלקים בגוף אותה מהירות קווית): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.}$
- תנ"ז גוף קשיח המסתובב סביב ציר קבוע: $\vec{L} = I\vec{\omega}$
כאשר I מומנט ההתמד ביחס לציר
- תנ"ז של תנועה משולבת (הגוף גם זז וגם מסתובב סביב מרכז המסה): $\vec{L} = \vec{r}_{c.m.} \times \vec{p}_{c.m.} + \vec{L}_{c.m.}$
כאשר $\vec{L}_{c.m.}$ הוא התנ"ז ביחס לציר העובר במרכז המסה ושווה ל- $I_{c.m.}\vec{\omega}$
אנרגיה קינטית סיבובית:

- סביב ציר קבוע כלשהו: $E_k = \frac{1}{2}I\omega^2$
- תנועה משולבת (גוף נע ומסתובב סביב מרכז המסה): $E_k = \frac{1}{2}mv_{c.m.}^2 + \frac{1}{2}I_{c.m.}\omega^2$
- תנועה משולבת שהסיבוב אינו סביב מרכז מסה (*): $E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{2}I_0\omega^2 + m\vec{r}_{c.m.,o} \cdot (\vec{v}_0 \times \vec{\omega})$
כאשר I_0 מומנט ההתמד ביחס לציר $\vec{v}_0$, היא מהירות הציר ו- $\vec{r}_{c.m.,o}$ הוא מיקום מרכז המסה ביחס לציר. (*השימוש בנוסחה מאוד נדיר)

טבלת השוואה בין תנועה סיבובית לתנועה בקו ישר

תנועה סיבובית	תנועה בקו ישר
θ	x
$\omega = \dot{\theta}$	$v = \dot{x}$
$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\theta}$	$a = \dot{v} = \ddot{x}$
I	m
L	p
τ	F

לגול ללא החלקה: מהירות הנקודה שנוגעת במשטח מתאפסת (ביחס למשטח) $\leftarrow aR = \alpha R$; $v_{c.m.} = \omega R$

- בגל"ה החיכוך הוא סטטי ולכן אין איבוד אנרגיה.

איך נגשים לשאלות?

חוקי שימור
בדקים מה נשמר:
1. אנרגיה אם כל הכוחות משמרים.
2. תנע קווי אם סכום הכוחות החיצוניים מתאפס.
3. תנ"ז אם סכום המומנטים החיצוניים מתאפס.

עושים:
1. חוק $\Sigma F = ma_{c.m.}$
2. משוואת מומנטים: $\Sigma \tau = I\alpha$
3. קשר בין התאוצות, לדוגמה $a_{c.m.} = \alpha R$