

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים
אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את
חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית
ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר
העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים,
תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.
בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.
אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.
ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.
בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו
עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון
עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.
ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר
מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים
בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מבוא מתמטי

GOOL

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/rd\theta/dz$$

$$ds = r dr d\theta / r d\theta dz \text{ (דיסקה) } / r d\theta dz \text{ (קליפה גלילית דקה) } / r d\theta dz \text{ (קליפה גלילית עבה)}$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi \text{ (כדור) } / r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi \text{ (קליפה כדורית עבה)}$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית: $\rho = \frac{M}{V}$; $\sigma = \frac{M}{S}$; $\lambda = \frac{M}{l}$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.
- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$
 $A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta$; $A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

זווית בין שני וקטורים: $\cos \alpha = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$$

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין

שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \quad \hat{r} \times \hat{\theta} = \hat{z}; \quad \hat{r} \times \hat{\varphi} = \hat{\theta}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

דיברגנט div בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial (F_\varphi \sin \varphi)}{\partial \varphi}$$

רטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_z}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (r F_\varphi) - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{1}{\sin \varphi} \frac{\partial F_r}{\partial \theta} - \frac{\partial}{\partial r} (r \cdot F_\theta) \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x זהויות של אופרטורים:

$$\vec{\nabla}(f+g) = \vec{\nabla}f + \vec{\nabla}g$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + (\vec{\nabla} \cdot \vec{B})$$

$$\vec{\nabla} \times (\vec{A} + \vec{B}) = (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{\nabla} \times \vec{B})$$

$$\vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{B}) = \vec{A} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) + \vec{B} \times (\vec{\nabla} \times \vec{A}) + (\vec{A} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B} + (\vec{B} \cdot \vec{\nabla}) \vec{A}$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot g) = (\vec{\nabla}f) \cdot g + (\vec{\nabla}g) \cdot f$$

$$\vec{\nabla}(f \cdot \vec{A}) = f(\vec{\nabla} \cdot \vec{A}) + \vec{A} \cdot (\vec{\nabla}f)$$

קבועים

מסות הפרוטון, ניוטרון ואלקטרון:

$$m_n \approx m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}; \quad m_e = 9.1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

מטען הפרוטון והאלקטרון:

$$q_p = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C} = e = -q_e$$

מקדם דיאלקטרי של הריק ו-k:

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{C}^2}; \quad \epsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

חוק קולון

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

- וקטור מ- q_1 אל q_2 , $r = |\vec{r}|$, $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב:

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r}$$

חוק קולון

חוק קולון: הכוח החשמלי שמפעיל מטען q_1 כלשהו על מטען q_2 כלשהו:

$$\vec{F} = \frac{k q_1 q_2}{r^2} \hat{r} = \frac{k q_1 q_2}{r^3} \vec{r}$$

- וקטור מ- q_1 אל q_2 , $r = |\vec{r}|$, $\hat{r} = \frac{\vec{r}}{r}$

השדה החשמלי שיוצר מטען q במרחב:

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r}$$

$$\vec{E} = \frac{k q}{r^2} \hat{r} = \frac{k q}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה. שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

נחלקת את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו לב שלסכום על כל רכיב (x, y, z) בנפרד.

אלמנט המטען של חתיכה קטנה הוא:

$$dq = \lambda dl / \sigma ds / \rho dv$$

כאשר dl , ds ו- dv הם אלמנט אורך, שטח ונפח בהתאמה. הביטוי של האלמנטים מופיע במבוא מתמטי תחת הקורדינטות המתאימות.

GOOL

הגדרת הפוטנציאל: $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ או $\varphi = -\int \vec{E} \cdot d\vec{r}$

אנרגיה פוטנציאלית חשמלית: $U = q\varphi$

מתח: $V = \Delta\varphi$

העבודה של הכוח החשמלי: $W = -\Delta U = -q\Delta\varphi$

עבודה לחזוי מטען נגד הכוח החשמלי: $W = \Delta U = q\Delta\varphi$

פוטנציאל של מטען נקודתי:

$$\varphi = \frac{kq}{r}$$

מוליכים:

- המטענים בתוך מוליך חופשיים לזוז.

- במצב סטטי (ללא זרם או תנועת מטען) השדה (או הכוח) בתוך המוליך מתאפס.

- על השפה יכול להיות שדה מאונך לשפה.

- במצב סטטי, המטען הכולל בכל נקודה בתוך המוליך הוא אפס למעט על השפה.

הפוטנציאל במוליך אחיד (קבוע).

הארקה - חיבור לקרקע, מאפסת את הפוטנציאל.

שיטות לחישוב פוטנציאל:

1. אם ניתן לחשב את השדה (בד"כ עם חוק גאוס) או אם השדה נתון, נעשה אינטגרל לא מסוים על השדה בכל תחום ונוסיף קבוע. את הקבועים מוציאים על ידי תנאי הרציפות של הפוטנציאל וכיוול (בחירת נק' האפס).

2. חלוקת הגוף לחתיכות קטנות, חישוב הפוטנציאל של כל חתיכה כמו גוף נקודתי $d\varphi = \frac{k dq}{r}$ וסכימה. (הסבר על dq בחוק קולון)

דיפול חשמלי

דיפול חשמלי הוא זוג מטענים בעלי מטען זהה וסימון הפוך הנמצאים במרחק d זה מזה.

מומנט דדיפול: $\vec{p} = q\vec{d}$

כיוונו מהמטען השלילי לחיובי.

הפוטנציאל שיוצר דיפול במרחק גדול $r \gg d$:

$$\varphi = \frac{k(\vec{p} \cdot \vec{r})}{r^3} = \frac{k(\vec{p} \cdot \hat{r})}{r^2}$$

השדה של דיפול במרחק גדול:

$$\vec{E} = \frac{k[3(\vec{p} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{p}]}{r^3}$$

מומנט כוח הפועל על דיפול הנמצא בשדה חשמלי חיצוני:

$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

מציאת התפלגות מטען

למצא צפיפות נפחית נעשה:

$$\rho = \epsilon_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{E}$$

למצא צפיפות משטחית:

$$\sigma = \epsilon_0 E_\perp$$

כאשר $E_\perp$ היא הקפיצה בשדה המאונך למשטח.

מטען נקודתי: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r^2} \hat{r}$

(בקורדינטות כדוריות) באזור הכולל את הראשית אז יש מטען נקודתי כך ש $q = \frac{\alpha}{k}$.

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$

(בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך ש $\lambda = 2\pi\epsilon_0 \alpha$.

אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla} \varphi$ (הנוסחאות של הגרידיאנט בפרק וקטורים)

חומרים דיאלקטריים

חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$$

הזרם כתלות בזמן:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

בהתחלה ($t = 0$) הקבל מתנהג כמו קצר, המטען על הקבל הם אפס והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$.

לאחר זמן רב ($t > 5\tau$) הקבל מתנהג כמו נק, המטען והמתח קבועים והזרם מתאפס.

מעגל פריקה:

משוואת המתחים:

$$\frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = -\frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):

$$q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}; Q_0 = CV_0$$

הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:

$$R = \rho \frac{L}{S}$$

ρ - התנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם צפיפות מטען נפחית).

L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.

S (A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.

הערה: **שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות אחידים לאורך הנגד.** במידה והם לא אחידים צריך לחלק את הנגד לחתיכות, לחשב התנגדות של כל חתיכה ולסכום לפי סוג החיבור (במקביל/בטור).

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית):

$$\sigma = \frac{1}{\rho}$$

צפיפות הזרם ליחידת שטח:

$$\vec{J} = \int \vec{J} \cdot d\vec{S}$$

כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{J}$.

אם $\vec{J}$ אחידה אז:

$$I = JS$$

חוק אוהם הדיפרנציאלי:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E}$$

כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$$\vec{J} = \rho \vec{v}$$

כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

צפיפות הזרם ליחידת אורך:

$$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$$

כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$.

אם $\vec{k}$ אחידה אז:

$$I = kL$$

חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:

$$\vec{k} = \sigma \vec{v}$$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל:

$$I = \lambda v$$

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:

$$\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$$

ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.

דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$

כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה, וכיוון לפי כלל יד ימין:

- שימו לב שאתם עם יד ימין!
- כיוון הכוח הוא עבור מטען חיובי (עבור מטען שלילי הכוח בכיוון הפוך).
- לא להפוך את הסדר של האצבע והאמה (עדף לעשות קודם אקדח).

תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה מעגלית, רדיוס המעגל הוא:

$$R = \frac{mv}{qB}$$

אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, במערכת הניל:

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 3 & 5 & 8 \\ 2 & 1 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

זרמי חוגים:

- נחלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:
- נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.
- נעבור מעגל 1 בדוגמה:

3. נפתור את מערכת המשוואות

$$5I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$$

חומרים דיאלקטרים

הגדרת הקיבול:

$$C = \frac{|q|}{|V|}$$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$$

a - b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

הקיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד: $C' = kC_0$ (או ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה): $C_T = C_1 + C_2$

כאשר $Q_T = Q_1 + Q_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

- נייה שיש מטען Q על לוחות הקבל.
- נחשב את השדה בין הלוחות.
- נחשב את המתח בין הלוחות.
- נציב בנוסחה (בד"כ יצטמצם)
- שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$$U_C = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$$

העבודה שמבצעת הסוללה: $W_S = \Delta q V_S = -2\Delta U_C$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (זוה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$$F = \left| \frac{dU_C}{dx} \right|$$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה:

משוואת המתחים:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}); V_c(t) = V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני

מעגל טעינה:

משוואת המתחים:

$$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$$

$$I = \frac{dq}{dt}$$

המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$$q(t) = CV_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}}); V_c(t) = V_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני

ϵ_r או ϵ - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרי"כ קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_0 \epsilon_r = \epsilon$

צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta E_{free}$$

צפיפות המטען הכוללת: $\sigma_T = \epsilon_0 \Delta E_{\perp}$

צפיפות מטען מושרית / קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$

קטור הפולריזציה: צפיפות הדיפולים ליחידת נפח.

$$\vec{P} = N \vec{p}_1$$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $[\frac{1}{m^2}]$.

$\vec{p} = \int \vec{P} dV$ - מומנט הדיפול הכולל בחומר.

הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהגוף.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

בתוך החומר: $\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

וקטור העתקה: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

חוק גאוס למטען החופשי: $\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$

בחומרים לינארים (בד"כ בשאלות): $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

חומר איזוטרופי: $\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$

מעגלי זרם ישר

זרם:

$$I = \frac{dq}{dt}$$

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד: $V = IR$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה: $R_T = R_1 + R_2$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

$V_T = V_1 + V_2$

$I_T = I_1 = I_2$

כאשר V_T ו- I_T הם המתח והזרם בנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

$I_T = I_1 + I_2$

$V_T = V_1 = V_2$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות ממשכות באופן דומה:

בטור: $R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$

מד זרם (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

החספק בנגד: $P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

$P = IV$ נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

נתק - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי: $V = \epsilon - Ir$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

ϵ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

- נגיד זרם לכל חוט במעגל.
- נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להסיק משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
- נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
- נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$$

$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$

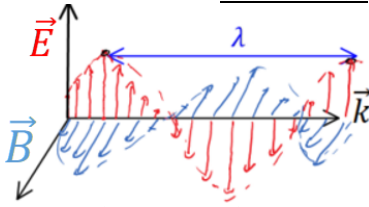
$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$

$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$

- הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .
 איך למצוא שדה מגנטי מחשמלי ולהפך:

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{k} \times \vec{E} ; \vec{E} = c \vec{B} \times \vec{k}$$

צורת הגל במרחב:



השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

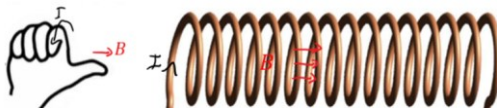
λ הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא): $|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$

יחס הדיספרסיה: $\omega = c|k|$
 היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואות הגלים.

פתרון נוסף (עם פלוס): $E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$
 במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל $\vec{k}$

שדה של סליל אינסופי/סולנואיד: $B = \mu_0 I n$

כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
 - כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל בכיוון השדה.



טורואיד: $B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$

N - מספר הליפופים הכולל.
 r - המרחק ממרכז הטורואיד.

חוק פאראדיי

GOOL

חוק פאראדיי: $\epsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$

הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
 בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון נמצא לפי חוק לנץ.
 חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה: $P = \vec{F} \cdot \vec{v}$
 כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
 כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\epsilon = BLv \sin \alpha$
 כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא הזווית בין המהירות לשדה.
 כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען חיובי בתוך המוט.

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית: הצורה האינטגרלית:

1. חוק גאוס $\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV$
2. $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0$
 השטף מגנטי על משטח סגור תמיד אפס, אין מטען מגנטי.
3. $\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{d\vec{B}}{dt}$; $\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s}$
 מהמשוואה ניתן לקבל את חוק פאראדיי $\epsilon = -\dot{\phi}_B$
4. $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$; $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)
 גלים אלקטרומגנטיים

משוואות הגלים בריק ($\rho = j = 0$):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}; \vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$$

c היא מהירות האור כאשר $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$
 - למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.
 - המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow \Rightarrow \vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2}; \vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2}$$

תזכורת ללאפלאס: $\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$
 פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$

$\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$$

ω היא התדירות הזוויתית
 כאשר f היא התדירות בהרץ ו- T הוא זמן המחזור.

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

$v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.
 עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך לתנועה).

הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I

הנמצאת בשדה מגנטי B הוא: $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
 - אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא: $F = BIL \sin \alpha$

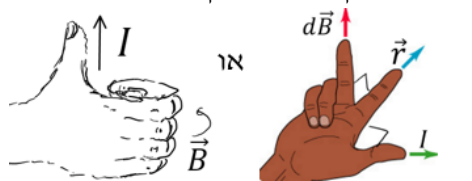
את כיוון הכוח יש למצוא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף את המהירות.
 הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
 הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח יהיה זהה לכוו הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

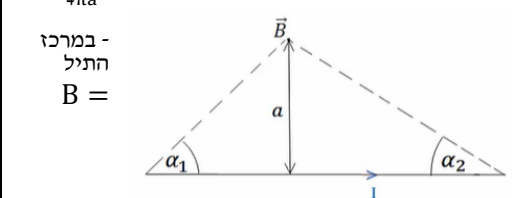
השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{|\vec{r}|^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{|\vec{r}|^2}$$

$\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.
 $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
 - חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי: $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



השדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $B = \frac{\mu_0 I}{2} \frac{R^2}{(R^2 + z^2)^{3/2}}$
 (L אורך התיל), $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{L}{2})^2 + a^2)^{3/2}}$

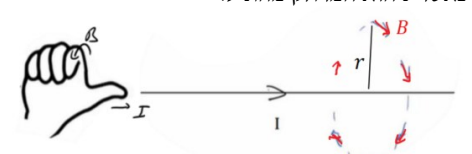
כיוון השדה לפי כלל הבורג:
 כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:
 הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה אם כיוון הזרמים הפוך.

חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$

- כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
 - הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול. המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
 1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
 2. מישור אינסופי.
 3. סליל אינסופי / טורואיד.

שדה של תיל אינסופי: $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$
 כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
 שדה של מישור אינסופי:
 עבור מישור דק הסטון בצפיפות משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$ במהירות v .

