

הוראות לדף הנוסחאות



הוראות הדפסה!

את הדף יש להדפיס עם שוליים מותאמים אישית ברוחב 0.5 בכל צד.

ב WORD, יש לבחור בלשונית הדפסה את חלון השוליים, לבחור שוליים מותאמים אישית ולשנות ל 0.5 בכל הכיוונים

עריכה:

בדף הכנסנו כמה שיותר הסברים, נוסחאות ותמונות. אם מספר העמודים חורג ממספר העמודים המותר בבחינה ניתן לערוך את קובץ ה WORD ולהוריד הסברים מורחבים, תמונות או נוסחאות טריוויאליות. ניתן גם כמובן להוסיף הסברים שלכם או נוסחאות.

בכל מקרה מומלץ מאוד לעבור על הדף לפני המבחן!! הוא גם סיכום של החומר.

אין להוריד את הסמל של GOOL או כל סימן מסחרי אחר!!

מבנה הדף:



הדף בנוי משלושה טורים.

ההתחלה היא בפינה הימנית העליונה.

בסוף הטור הראשון עוברים לטור השני באותו עמוד (ולא לעמוד הבא). בסוף הטור האחרון עוברים לטור הראשון (הימני) בעמוד הבא.

ניתן לשנות את כיוון הפריסה לרוחב, זה יוצר מראה יותר מרווח על חשבון מספר עמודים.

כל הזכויות שמורות למני גבאי ולאתר GOOL

הדף מיועד לכל שימוש שאינו מסחרי ובפרט לשימוש מרצים, מורים, סטודנטים ותלמידים בקורסים שונים, ניתן לערוך את הדף אך יש להשאיר סימונים של אתר גול.

מבוא מתמטי

GOOL

קואורדינטות גליליות: (r, θ, z)

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$z = z$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$dl = dr/r d\theta (טבעת) / dz$$

$$ds = r dr d\theta (דיסקה) / r dr dz (קליפה גלילית דקה)$$

$$dv = r dr d\theta dz (גליל מלא או קליפה גלילית עבה)$$

קואורדינטות כדוריות: (r, θ, φ)

$$z = r \cos \varphi$$

$$x = r \sin \varphi \cos \theta$$

$$y = r \sin \varphi \sin \theta$$

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

$$\tan \theta = \frac{y}{x}$$

$$\cos \varphi = \frac{z}{r} = \frac{z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$$

$$dl = dr / r \sin \varphi d\theta / r d\varphi$$

$$ds = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi (מטפת כדור)$$

$$dv = r^2 \sin \varphi d\theta d\varphi dr (כדור מלא או קליפה כדורית עבה)$$

צפיפות נפחית/משטחית/אורכית:

$$\rho = \frac{M}{V}; \sigma = \frac{M}{S}; \lambda = \frac{M}{l}$$

V, S, l הם נפח, שטח ואורך הגוף.

וקטור יחידה:

$$\hat{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|}$$

מכפלה סקלרית: שתי דרכים לביצוע המכפלה:

$$\vec{A} \cdot \vec{B} = A_x \cdot B_x + A_y \cdot B_y = |\vec{A}| \cdot |\vec{B}| \cdot \cos \alpha$$

α - זווית בין הוקטורים.

- תוצאת המכפלה היא תמיד סקלר (ולא וקטור).

- מכפלה בין וקטורים מאונכים מתאפסת, זו דרך לבדוק

האם וקטורים מאונכים.

וקטור בשלושה מימדים:

$$0 \leq \varphi \leq \pi$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

$$\tan \theta = \frac{A_y}{A_x}$$

$$|\vec{A}| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}$$

$$\cos \varphi = \frac{A_z}{|\vec{A}|} = \frac{A_z}{\sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}}$$

- פירוק לרכיבים: $A_{xy} = |\vec{A}| \sin \varphi$; $A_z = |\vec{A}| \cos \varphi$

$$A_x = |\vec{A}| \sin \varphi \cos \theta; A_y = |\vec{A}| \sin \varphi \sin \theta$$

פתיחת סוגרים והעלאה בריבוע:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} + \vec{C}) = \vec{A} \cdot \vec{B} + \vec{A} \cdot \vec{C}$$

$$(\vec{A} + \vec{B})^2 = |\vec{A}|^2 + 2\vec{A} \cdot \vec{B} + |\vec{B}|^2$$

$$\cos \alpha = \frac{A_x B_x + A_y B_y}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|}$$

זווית בין שני וקטורים:

מכפלה וקטורית:

דרך 1 לעשות את המכפלה - דטרמיננטה:

$$\vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$$

דרך 2 - לפי גודל וכיוון בנפרד:

$$|\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$$

גודל המכפלה הוא: $|\vec{A}| |\vec{B}| |\sin \alpha|$

וכיוון לפי כלל יד ימין



שימו לב שאתם עם יד ימין!! ובתמונה השמאלית, קודם לעשות אקדח ואחר כך לפתוח את האמה!

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial F}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial F}{\partial z} \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{F} = \frac{\partial F}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

(*) שימו לב שהזווית φ עם ציר z-הוזהוית θ עם ציר x

במערכות צירים צריך להתקיים:

$$\hat{x} \times \hat{y} = \hat{z}; \hat{y} \times \hat{z} = \hat{x}; \hat{z} \times \hat{x} = \hat{y}$$

זהויות כלליות למכפלה סקלרית וקטורית:

$$\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B} \cdot (\vec{C} \times \vec{A}) = \vec{C} \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$$

$$(\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$\vec{A} \times (\vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{D})) = \vec{B}(\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{D})) - (\vec{A} \cdot \vec{B})(\vec{C} \times \vec{D})$$

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial f}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{\partial f}{\partial z} \hat{z}$$

גרידיאנט בגליליות:

$$\vec{\nabla} f = \frac{\partial f}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \theta} \hat{\theta} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial f}{\partial \varphi} \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{\partial F_x}{\partial x} + \frac{\partial F_y}{\partial y} + \frac{\partial F_z}{\partial z}$$

דיברגנט div בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r} \frac{\partial (r F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

div בגליליות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

div בכדוריות:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{F} = \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r^2 F_r)}{\partial r} + \frac{1}{r \sin \varphi} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial F_\varphi}{\partial \varphi}$$

רוטור (Rot/Curl) בקרטזיות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{\partial F_z}{\partial y} - \frac{\partial F_y}{\partial z} \right) \hat{x} - \left(\frac{\partial F_z}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial z} \right) \hat{y} + \left(\frac{\partial F_y}{\partial x} - \frac{\partial F_x}{\partial y} \right) \hat{z}$$

בגליליות:

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial F_\theta}{\partial \theta} - \frac{\partial F_\theta}{\partial z} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \theta} \right) \hat{z}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

בכדוריות (*):

$$\vec{\nabla} \times \vec{F} = \frac{1}{r \sin \varphi} \left(\frac{\partial}{\partial \varphi} (F_\theta \sin \varphi) - \frac{\partial F_\varphi}{\partial \theta} \right) \hat{r} + \left(\frac{\partial F_r}{\partial z} - \frac{\partial F_z}{\partial r} \right) \hat{\theta} + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial (r F_\varphi)}{\partial r} - \frac{\partial F_r}{\partial \varphi} \right) \hat{\varphi}$$

$$\vec{E} = \frac{kq}{r^2} \hat{r} = \frac{kq}{r^3} \vec{r}$$

$\vec{r}$ - וקטור מהמטען q אל הנקודה בה מחשבים את השדה.

שימו לב שבנוסחה הזו המטען הוא זה שיוצר את השדה.

כוח הפועל על מטען q הנמצא בשדה חשמלי $\vec{E}$:

$$\vec{F} = q \vec{E}$$

שימו לב שבנוסחה הזו המטען q הוא המטען שמרגיש את

הכוח (המטען בעצמו גם יוצר שדה אבל זה לא רלוונטי

לנוסחה הזו והמטען לא מרגיש את השדה שהוא יוצר)

חישוב שדה או כוח שיוצרת התפלגות מטען רציפה:

נחלק את הגוף לחתיכות קטנות, נחשב את השדה

שיוצרת כל חתיכה בנקודה ונסכום על כל החתיכות. שימו

לב

צפיפות מטען אורכית: אם יש שדה מהצורה $\vec{E} = \frac{\alpha}{r} \hat{r}$ (בקורדינטות גליליות) באזור הכולל את הראשית אז יש צפיפות מטען אורכית כך $\lambda = 2\pi\epsilon_0\alpha$. אם נתון הפוטנציאל אז קודם נמצא את השדה באמצעות $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi$ (הנוסחאות של הגרדיאנט בפרק וקטורים) **GOOL אנרגיה הדרושה לבניית מערכת**

$U = \sum \frac{1}{2} \phi_i q_i = \int \frac{\epsilon_0}{2} E^2 dv$

הסכום הוא על כל המטענים כפול הפוטנציאל שהם נמצאים בו.

בנוסחה עם האינטגרל על השדה אפשר להשתמש רק אם אין מטענים נקודתיים או התפלגות קווית

$\mu_E = \frac{\epsilon_0}{2} E^2$ נקראת צפיפות האנרגיה החשמלית

GOOL מטעני דמות

שיטה למצא פוטנציאל בבעיות עם מוליכים והתפלגות מטען שאינה אחידה.

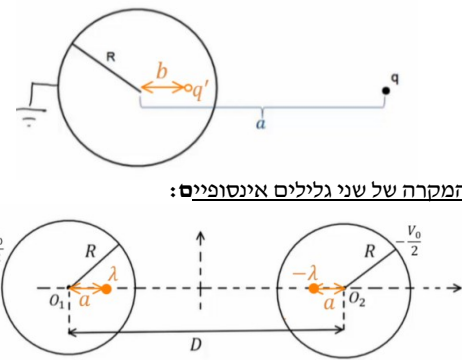
השיטה:

- נבנה בעיה מקבילה ללא המוליך.
- בבעיה המקבילה נשאיר את אותה התפלגות המטען שיש בתחום בו אנחנו מחפשים את הפוטנציאל.
- בתחום הנוסף (שבו אנחנו לא מחפשים את הפוטנציאל) נוסיף מטענים כך שתנאי השפה בבעיה המקבילה יהיו זהים לתנאי השפה בבעיה המקורית.
- לפי משפט הקיום והיחידות, הפוטנציאל בבעיה המקבילה (בתחום שאנחנו מחפשים) זהה לפוטנציאל בבעיה המקורית.
- המקרה של קליפה כדורית ומטען נקודתי:

$q' = -\frac{R}{a} q ; b = \frac{R^2}{a}$

אם הקליפה נמצאת בפוטנציאל V_0

אז נוסיף מטען $q'' = \frac{V_0 R}{k}$



המקרה של שני גלילים אינסופיים:

$\lambda = \frac{\pi\epsilon_0 V_0}{\ln\left(\frac{D}{2R} + \sqrt{\left(\frac{D}{2R}\right)^2 - 1}\right)} ; a = \frac{D}{2} - \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 - R^2}$

GOOL חומרים דיאלקטריים

חומר דיאלקטרי הוא חומר שמכיל דיפולים. במצב רגיל כל דיפול לכיוון שונה והשדה הממוצע בחומר הוא אפס. כשמכנסים את החומר לשדה חיצוני הדיפולים מתיישרים ויוצרים שדה מנוגד לשדה החיצוני.

השדה בתוך חומר דיאלקטרי לינארי ואיזוטרופי:

$\vec{E} = \frac{\vec{E}_{free}}{\epsilon_r}$

$\vec{E}_{free}$ הוא השדה שנוצר ממטענים חופשיים/מחוץ לחומר.

$\vec{E}$ הוא השדה הכולל בתוך החומר (מהמטענים החופשיים והדיפולים של החומר).

ϵ_r או κ - מקדם דיאלקטרי של החומר - תכונה של החומר בדרכי קבוע וידוע. $\epsilon_r > 1$ ו- $\epsilon_r = \epsilon_0 \epsilon_r$

σ_{free} - צפיפות המטען שיוצרת את השדה החיצוני:

$\sigma_{free} = \epsilon_0 \Delta \phi_{free}$

$\sigma_T = \epsilon_0 \Delta \phi_T$: צפיפות המטען הכוללת

$\sigma_i = \epsilon_0 \Delta \phi_i$: צפיפות מטען מושרית/קשורה: צפיפות מטען שנוצרת על שפת החומר הדיאלקטרי מהקיטוב של הדיפולים.

$\sigma_i = \sigma_T - \sigma_{free}$

$\vec{P}$ - וקטור הפולריזציה. צפיפות הדיפולים ליחידת נפח:

$\vec{P} = N \vec{p}_1$

$\vec{p}_1$ - מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

N - מספר הדיפולים ביחידת נפח. יחידות של $\left[\frac{1}{m^3}\right]$

מומנט הדיפול הכולל בחומר:

$\vec{p} = \int \vec{P} dV$

הקשר בין $\vec{P}$ לצפיפות המושרית על השפה:

$\sigma_i \equiv \sigma_b = \vec{P} \cdot \hat{n}$

כאשר $\hat{n}$ הוא וקטור יחידה המאונך לשפה כלפי חוץ מהחומר.

אם $\vec{P}$ לא אחיד אז יש גם צפיפות מטען מושרית נפחית

בתוך החומר:

$\rho_i \equiv \rho_b = -\vec{\nabla} \cdot \vec{P}$

וקטור העתקה:

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}$

חוק גאוס למטען החופשי:

$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = \rho_f \Leftrightarrow \oint \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q_{in_f}$

בחומרים לינארים (בדרכי בשאלות):

$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$

חומר איזוטרופי:

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E}_0$

GOOL מעגלי זרם ישר

זרם:

$I = \frac{dq}{dt}$

כמות המטען שעוברת (דרך שטח חתך) ביחידת זמן.

חוק אוהם - הקשר בין המתח לזרם בנגד:

$V = IR$

חיבור נגדים בטור - נגדים עם זרם זהה:

$R_T = R_1 + R_2$

כאשר R_T התנגדות הנגד השקול.

חיבור נגדים במקביל - נגדים עם מתח זהה:

$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

$I_T = I_1 + I_2$

$V_T = V_1 = V_2$

עבור יותר משני נגדים הנוסחאות משיכות באופן דומה:

בטור: $R_T = \sum R_i, V_T = \sum V_i, I_T = I_i$

במקביל: $\frac{1}{R_T} = \sum \frac{1}{R_i}, I_T = \sum I_i, V_T = V_i$

מד (אמפרמטר) אידיאלי - מחובר בטור ובעל התנגדות זניחה.

מד מתח (וולטמטר) אידיאלי - מחובר במקביל לרכיב הנמדד, בעל התנגדות מאוד גבוהה.

החספק בנגד:

$P = IV = I^2 R = \frac{V^2}{R}$

($P = IV$) נכון לכל רכיב חשמלי, שני השוויונים האחרים הם לאחר שימוש בחוק אוהם ונכונים רק בנגד.

תקן - מצב בו לא עובר זרם - חוט חתוך או התנגדות אינסופית.

קצר - מצב בו אין התנגדות

מקור מתח לא אידיאלי:

$V = \mathcal{E} - Ir$

V - מתח הדקים, המתח בין קצוות הסוללה או המתח שמרגיש המעגל - תלוי בזרם.

$\mathcal{E}$ - כא"מ הסוללה, מתח פנימי שאינו משתנה.

r - ההתנגדות הפנימית.

חוקי קירכהוף (לפתרון מעגלים מורכבים):

- נגדיר זרם לכל חוט במעגל.
- נרשום משוואות מתחים, סכום המתחים במסלול סגור שווה לאפס. (להוסיף משוואות עד שעוברים על כל הרכיבים במעגל).
- נרשום משוואות זרמים, בכל צומת סך הזרם שנכנס שווה לסך הזרם שיוצא.
- נפתור את מערכת המשוואות.

שיטת קרמר (לפתרון מערכת משוואות):

$I_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$

Δ - דטרמיננטה של מערכת המשוואות ההומוגנית (ללא הפתרונות). לדוגמה, עבור מערכת המשוואות הבאה:

$3I_1 + 4I_2 + 8I_3 = 5$

$2I_1 - 5I_2 + 9I_3 = 1$

$4I_1 + 3I_2 - 7I_3 = 3$

$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 4 & 8 \\ 2 & -5 & 9 \\ 4 & 3 & -7 \end{vmatrix}$

Δ_i - דטרמיננטה של מערכת המשוואות שהוחלפה בה העמודה ה- i בעמודת התשובות. לדוגמה, Δ_1 :

$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & 4 & 8 \\ 1 & -5 & 9 \\ 3 & 3 & -7 \end{vmatrix}$

זרמי חוגים:

1. חלק את המעגל למעגלים סגורים ונבחר זרמים לכל מעגל. לדוגמה:

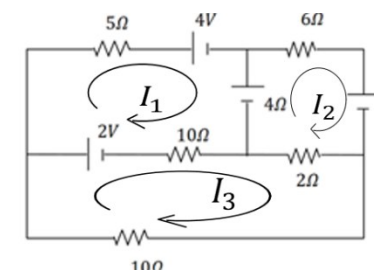
2. נעשה משוואות מתחים לכל מעגל.

עבור מעגל 1 בדוגמה:

$5I_1 + 4V + 6I_2 + 4I_3 = 0$

$2V - 10I_1 + 4I_2 + 2I_3 = 0$

$10I_1 + 4 + 4 + 10(I_1 - I_3) - 2 = 0$

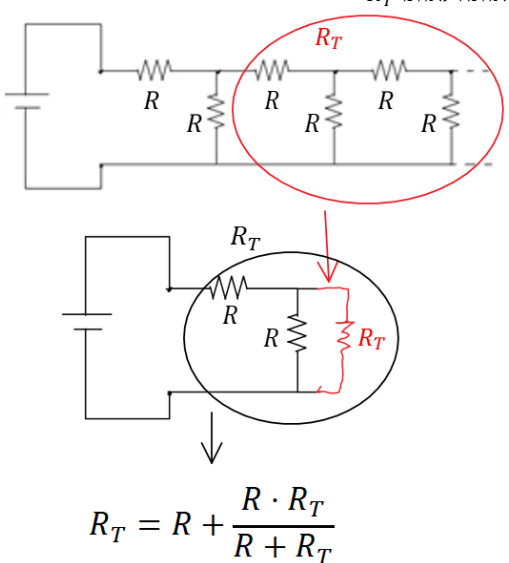


3. נפתור את מערכת המשוואות מעגלים אינסופיים:

נניח שההתנגדות השקולה של המעגל שווה להתנגדות השקולה של המעגלות ללא החוליה הראשונה.

נחליף את החוליות 2 עד אינסוף במעגל R_T

נחשב את ההתנגדות של המעגל הסופי שהתקבל ונשווה אותה לאותו R_T



GOOL חומרים דיאלקטריים

הגדרת הקיבול:

$C = \frac{|q|}{|V|}$

הקיבול היא תכונה קבועה ותלויה רק במבנה הגיאומטרי של הגוף (ולא במתח או במטען על הרכיב).

קיבול של קבל לוחות:

$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$

A - שטח כל לוח. d - מרחק בין הלוחות, $d \ll \sqrt{A}$.

שדה בתוך קבל לוחות:

$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{V}{d}$

σ - צפיפות המטען ליחידת שטח בכל לוח.

V - המתח בין הלוחות. d - מרחק בין הלוחות.

קיבול של קבל גלילי:

$C = \frac{2\pi\epsilon_0 L}{\ln \frac{b}{a}}$

a ו- b - רדיוס הגליל הפנימי והחיצוני בהתאמה.

L - אורך הגלילים, $a, b \ll L$.

קיבול של קבל המלא בחומר דיאלקטרי אחיד:

$C' = kC_0$ (ϵ_r) - המקדם הדיאלקטרי של החומר.

C_0 - הקיבול ללא החומר הדיאלקטרי.

חיבור קבלים בטור (קבלים עם מטען זהה):

$\frac{1}{C_T} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

כאשר $Q_T = Q_1 = Q_2$ ו- $V_T = V_1 + V_2$

חיבור קבלים במקביל (מתח זהה):

$C_T = C_1 + C_2$ ו- $V_T = V_1 = V_2$

שיטה 1 לחישוב קיבול - לפי הגדרה:

א. נניח שיש מטען Q על לוחות הקבל.

ב. נחשב את השדה בין הלוחות

ג. נחשב את המתח בין הלוחות

ד. נציב בנוסחה (בדרכי Q יצטמצם)

שיטה 2 לחישוב קיבול - פירוק הקבל לקבלים חלקיים:

א. נפרק את הקבל לקבלים שמחוברים בטור או במקביל

ב. נחשב את הקיבול של כל אחד

ג. נחבר חזרה באמצעות הנוסחאות

אנרגיה האגורה בקבל:

$U_c = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} qV$

העבודה שמבצעת הסוללה:

$W_s = \Delta q V_s = -2\Delta U_c$

Δq הוא המטען שעבר דרכה (וזה המטען שקיבל הקבל)

הכוח הפועל על חומר דיאלקטרי בקבל:

$F = \left| \frac{dU_c}{dx} \right|$

הכוח תמיד מושך את החומר פנימה.

GOOL פריקה וטעינה של קבל

מעגל טעינה:

משוואות המתחים:

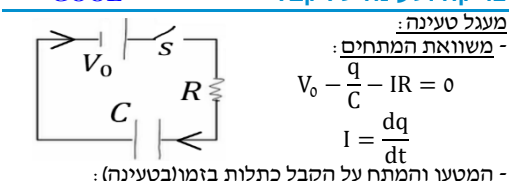
$V_0 - \frac{q}{C} - IR = 0$

$I = \frac{dq}{dt}$

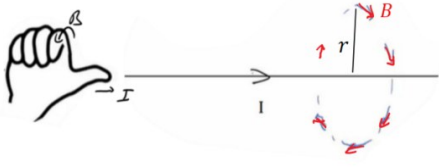
המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בטעינה):

$q(t) = CV_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$; $V_c(t) = V_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

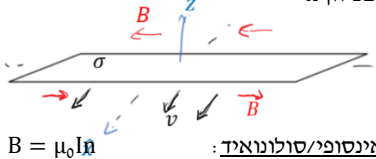
$\tau = RC$ הוא קבוע הזמן אופייני



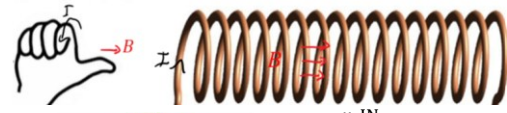
כאשר r הוא המרחק מהתיל.



כאשר הזרם בכיוון $\hat{z}$ השדה בכיוון $\hat{\theta}$
שדה של מישור אינסופי:
עבור מישור דק הטעון בצפיפות
משטחית σ ונע בכיוון $\hat{x}$
במהירות v .



שדה של סליל אינסופי/סולנואיד:
כאשר n הוא מספר הליפופים ליחידת אורך של הסליל.
- כיוון: לפי כלל הבורג, האצבעות בכיוון הזרם והאגודל
בכיוון השדה.



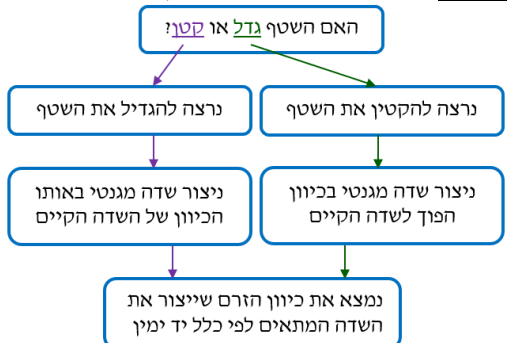
טורואיד:
 $B = \frac{\mu_0 I N}{2\pi r}$
- מספר הליפופים
הכולל.
- המרחק ממרכז
הטורואיד.

מצאת צפיפות זרם משדה מגנטי נתון

מצאת צפיפות זרם משטחית $\vec{j}$ משדה מגנטי נתון (חוק
אמפר הדיפרנציאלי):
 $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$
מצאת צפיפות זרם קווית $\vec{k}$ משדה מגנטי נתון (כאשר יש
אי רציפות בשדה):
 $\hat{n}_{1 \rightarrow 2} \times \Delta \vec{B} = \mu_0 \vec{k}$
כאשר $\hat{n}_{1 \rightarrow 2}$ הוא וקטור יחידה בכיוון הקפיצה מתחום 1
לתחום 2 ו- $\vec{B}_1, \vec{B}_2$
בשביל למצוא זרם של תיל נחפש שדה מהצורה $\vec{B} = \frac{C}{r} \hat{\theta}$
בקואורדינטות גליליות ובאזור הכולל את הראשית ו- C
קבוע כלשהו. נשווה לשדה של תיל אינסופי $(\frac{\mu_0 I}{2\pi r})$ ונקבל
 $I = \frac{C 2\pi}{\mu_0}$

חוק פאראדיי

חוק פאראדיי: $\varepsilon = -\frac{d\phi_B}{dt}$; $\phi_B = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$
הכא"מ מתנהג כמו מקור מתח במעגל.
בד"כ נמצא באמצעות החוק את גודל הכא"מ ואת הכיוון
נמצא לפי חוק לנץ.
חוק לנץ: הזרם נוצר בניגוד לשינוי בשטף.



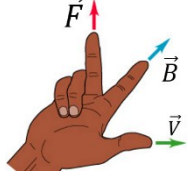
הספק של כוח הפועל על גוף בתנועה:
כאשר $\vec{v}$ היא מהירות הגוף (שימו לב למכפלה הסקלרית)
כא"מ הנוצר במוט הנע בשדה מגנטי: $\varepsilon = BLv \sin \alpha$
כאשר v היא מהירות המוט, L האורך שלו ו- α היא
הזווית בין המהירות לשדה.

כיוון הכא"מ הוא בכיוון של הכוח המגנטי הפועל על מטען
חיובי בתוך המוט.

שדות משתנים בזמן חרם העתקה

ממשואות מקסוול רואים ששדה מגנטי שמשתנה בזמן
יוצר שדה חשמלי ולהפך.
אם נתון שדה מגנטי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה
החשמלי אז: נשתמש במשוואה השלישית של מקסוול כמו
חוק פאראדיי ובמקום הכא"מ נחשב את האינטגרל כאשר
בד"כ יש סימטריה גלילית והאינטגרל הופך ל $E 2\pi r$

- דרך גודל וכיוון בנפרד, הגודל הוא: $F_B = qvB \sin \alpha$
כאשר α היא הזווית בין המהירות לשדה. וכיוון לפי כלל יד
ימין:
- שימו לב שאתם עם יד ימין!
- כיוון הכוח הוא עבור מטען
חיובי (עבור מטען שלילי הכוח
בכיוון הפוך).
- לא להפוך את הסדר של האצבע
והאמה (עדיף לעשות קודם
אקדח).



תנועה בשדה אחיד: מטען q בעל מסה m הנע במהירות v
בשדה מגנטי אחיד (המאונך למהירות) עושה תנועה
מעגלית, רדיוס המעגל הוא:
 $R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$
אם v לא מאונך למהירות אז התנועה תהיה בורגית כאשר
המעגל יהיה מסביב לשדה, רדיוס המעגל יהיה:

$$R = \frac{mv \sin \alpha}{qB}$$

$v \cos \alpha$ היא מהירות ההתקדמות לאורך ציר השדה.
עבודת הכוח המגנטי: תמיד מתאפסת (כי הוא מאונך
לתנועה).

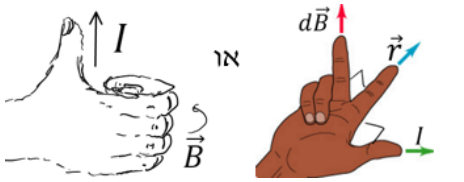
הכוח המגנטי על תיל נושא זרם

הכוח הפועל על חתיכת תיל קטנה באורך dl עם זרם I
הנמצאת בשדה מגנטי B הוא:
 $d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$
- אם התיל ישר בשדה אחיד אז גודל הכוח הוא:

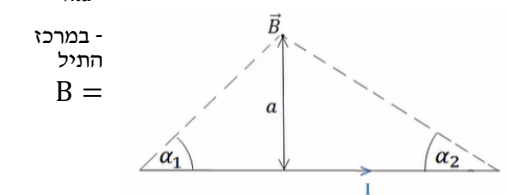
$F = BIL \sin \alpha$
את כיוון הכוח יש למצוא לפי כלל יד ימין כמו בחוק לורנץ
על מטען בודד כאשר כיוון הזרם (או כיוון ה- dl) מחליף
את המהירות.
- הכוח על לולאה סגורה בשדה אחיד מתאפס.
- הכוח על תיל בשדה אחיד אינו תלוי בצורת התיל, הכוח
יהיה זהה לזה הפועל על תיל ישר המתחיל ומסתיים
באותם נקודות.

חוק ביו-סבר

חוק ביו-סבר, השדה המגנטי שיוצרת חתיכת זרם:
 $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \times \hat{r}}{r^2}$
 $\vec{r}$ הוא הוקטור מהחתיכה לנקודה בה מחפשים את השדה.
 $d\vec{l}$ הוא אורך החתיכה וכיוונו בכיוון הזרם.
- חישוב הכיוון לפי כלל יד ימין:



השדה של תיל סופי:
 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$



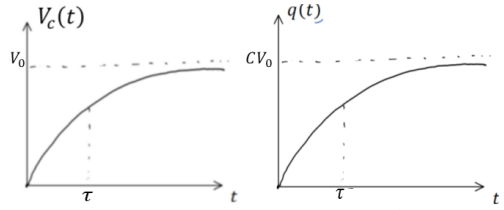
במרכז - התיל
 $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_2)$

שדה של טבעת לאורך ציר הסימטריה: $\frac{\mu_0 I}{4\pi a} \frac{L}{((\frac{L}{2})^2 + a^2)^{3/2}}$, $(L$ אורך התיל)

כיוון השדה לפי כלל הבורג:
כוח ליחידת אורך בין שני תילים מקבילים:
 $\frac{dF}{dl} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d}$
הכוח הוא כוח משיכה אם הזרמים באותו כיוון, ודחייה
אם כיוון הזרמים הפוך.

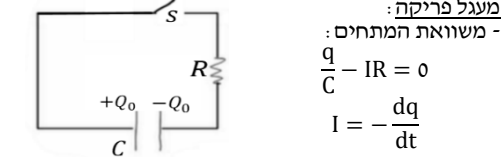
חוק אמפר

חוק אמפר: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{in}$; $I_{in} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$
כאשר האינטגרל הוא על הרכיב המשיק של B לאורך
מסלול סגור. בד"כ נבחר מקרים בהם B אחיד לאורך
המסלול והאינטגרל יהיה B כפול אורך המסלול.
- הזרם הוא סך הזרם שעובר דרך השטח הסגור במסלול.
המקרים הנפוצים של חוק אמפר:
1. תיל / גליל / מעטפת גלילית אינסופיים.
2. מישור אינסופי. 3. סליל אינסופי / טורואיד.
שדה של תיל אינסופי:
 $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

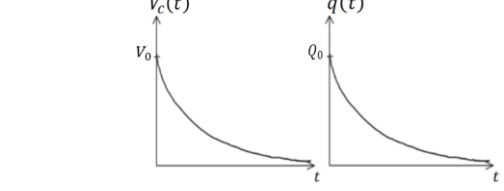


- הזרם כתלות בזמן:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$

- בהתחלה ($t = 0$) הקבל
מתנהג כמו קצר, המתח
והמטען על הקבל הם אפס
והזרם הוא $\frac{V_0}{R}$
לאחר זמן רב ($t > 5\tau$)
מתאפס.
מעגל פריקה:
- משוואת המתחים:
 $\frac{q}{C} - IR = 0$
 $I = -\frac{dq}{dt}$



המטען והמתח על הקבל כתלות בזמן (בפריקה):
 $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $V_c(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; $Q_0 = CV_0$



- הזרם כתלות בזמן בפריקה זהה לטעינה:
 $I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$
מעגלים אינסופיים בקבילים: ראו מעגלים אינסופיים
במעגלי זרם ישר.

מבנה הנגד וצפיפות זרם

התלות של ההתנגדות במבנה הנגד:
 $R = \rho \frac{L}{S}$
 ρ - ההתנגדות סגולית, תלויה בחומר (לא להתבלבל עם
צפיפות מטען נפחית).
- L - אורך הנגד, הדרך שהמטענים עושים בנגד.
- S (או A) - שטח החתך, משטח שמאונך לכיוון הזרם.
הערה: שטח החתך וההתנגדות הסגולית צריכים להיות
אחידים לאורך הנגד. במידה והם לא אחידים צריך לחלק
את הנגד לחתיכות, לחשב ההתנגדות של כל חתיכה ולסכום
לפי סוג החיבור (במקביל/בסדר).

מוליכות (לא לבלבל עם צפיפות מטען משטחית): $\sigma = \frac{1}{\rho}$
 $\vec{j} = \int \vec{j} \cdot d\vec{s}$: צפיפות הזרם ליחידת שטח:
כאשר האינטגרל הוא על שטח החתך, שטח שמאונך ל- $\vec{j}$.
- אם $\vec{j}$ אחידה אז: $I = JS$
חוק אוהם הדיפרנציאלי: $\vec{j} = \sigma \vec{E}$
כאשר σ היא המוליכות ו- E השדה החשמלי.
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען נפחית בתנועה:

$\vec{j} = \rho \vec{v}$
כאשר ρ היא צפיפות נושאי המטען ליחידת נפח ו- $\vec{v}$ היא
מהירות נושאי המטען. במוליך, $\rho = nq$ כאשר n הוא
מספר נושאי המטען ליחיד נפח ו- q הוא המטען של נושא
מטען יחיד, בד"כ אלקטרון. מהירות המטענים נקראת
מהירות הסחיפה $\vec{v}_{drift}$.

$I = \int \vec{k} \cdot d\vec{l}$: צפיפות הזרם ליחידת אורך:
כאשר האינטגרל הוא על אורך שמאונך ל- $\vec{k}$

אם $\vec{k}$ אחידה אז: $I = kL$
חישוב צפיפות זרם עבור צפיפות מטען משטחית בתנועה:
 $\vec{k} = \sigma \vec{v}$

עבור צפיפות מטען ליחידת אורך λ בתנועה נקבל: $I = \lambda v$

הכוח המגנטי - חוק לורנץ

חוק לורנץ - הכוח המגנטי:
 $\vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B}$
ניתן לחשב את הכוח בשתי דרכים.
- דרך דטרמיננטה (ראו מכפלה וקטורית בוקטורים).

אם נתון שדה חשמלי משתנה בזמן וצריך לחשב את השדה המגנטי אז: נשתמש במשוואה הרביעית כמו חוק אמפר

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

רק שבמקום זרם יש $\epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$ (או במקום צפיפות זרם).

GOOL

מובנט דיפול מגנטי

דיפול מגנטי הוא לולאת זרם סגורה.

מומנט הדיפול המגנטי $\vec{\mu}$ לפעמים מסומן ב- $\vec{m}$: $\vec{\mu} = I\vec{A}$

I - הזרם בלולאה. $\vec{A}$ - השטח הסגור על-ידי הלולאה.

כיוונו במאונך למשטח ובהתאם לכלל יד ימין של הזרם.

השדה שיוצר דיפול מגנטי במרחק הגדול בהרבה מממדי הדיפול:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 [3(\vec{\mu} \cdot \hat{r})\hat{r} - \vec{\mu}]}{4\pi r^3}$$

מומנט כוח שפועל על דיפול מגנטי הנמצא בשדה מגנטי

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

האנרגיה הפוטנציאלית של דיפול מגנטי בשדה מגנטי

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

GOOL

השראות ברכיב:

ϕ_B הוא השטף המגנטי דרך הרכיב ו- I הזרם ברכיב.

2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.

3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.

4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

חישוב השראות לפי הגדרה:

1. נניח שזרם I ברכיב.

2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם בתוך הרכיב.

3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב.

4. נציב בנוסחה של ההשראות והזרם יצטמצם.

$$L = \frac{\mu_0 \pi a^2 N^2}{l}$$

N מספר הליפופים הכולל, l אורך הסליל ו- a רדיוס טבעת

כא"מ ברכיב עם השראות L: $\epsilon = -L \frac{dI}{dt}$

האנרגיה האגורה בסליל (או בכל רכיב בעל השראות):

$$U_L = \frac{1}{2} LI^2$$

האנרגיה האגורה בשדה המגנטי:

$$U = \int \frac{B^2}{2\mu_0} dV$$

- את האינטגרל עושים על כל המרחב.

- זו אותה האנרגיה שמחשבים באמצעות ההשראות (פשוט צורת חישוב אחרת).

ניתן לחשב השראות דרך השוואה של שתי הנוסחאות האחרונות של האנרגיה (תניחו זרם והוא יצטמצם בסוף).

המתח על סליל (משר) במעגל:

$$V_L = LI \frac{dI}{dt}$$

הצד הגבוה הוא בנקודה שבה הנכנס הזרם לסליל.

GOOL

מעגלי RL

טעינה:

$$V_0 - IR - LI \frac{dI}{dt} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}} \right)$$

$$\tau = \frac{L}{R}$$

- סליל (או משר) מתנהג

בהתחלה כמו נתק ולאחר זמן רב כמו קצר.

פריקה:

$$-IR - LI \frac{dI}{dt} = 0$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$V_0 = IR$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$I(t) = \frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$

השראות הדדית

GOOL

$$M_{1,2} = \frac{\Phi_{1,2}}{I_2}$$

השראות הדדית:

חישוב השראות הדדית:

1. נניח שזרם I_2 ברכיב 2.

2. נחשב את השדה המגנטי הנוצר מהזרם ברכיב 1.

3. נחשב את השטף המגנטי ברכיב 1.

4. נציב בנוסחה של ההשראות ו- I_2 יצטמצם.

- השראות הדדית תמיד סימטרית $M_{1,2} = M_{2,1} = M$

ולכן ניתן תמיד לחשב $M_{1,2}$ ולהסיק על $M_{2,1}$ (או להפך).

$$\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{N_1}{N_2}$$

יחס המתחים בשנאי:

N הוא מספר הליפופים בכל צד.

GOOL

משוואות מקסוול

הצורה הדיפרנציאלית ; הצורה האינטגרלית:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{1}{\epsilon_0} \int \rho dV ; \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = 0 ; \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \int \frac{d\vec{B}}{dt} \cdot d\vec{s} ; \vec{\nabla} \times \vec{E} = - \frac{d\vec{B}}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \int \vec{j} \cdot d\vec{s} + \mu_0 \int \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt} \cdot d\vec{s}$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\vec{E}}{dt}$$

חוק אמפר והתיקון של מקסוול (שנקרא גם זרם העתקה)

GOOL

מעגל LC

$$\frac{q}{C} + L \ddot{q} = 0$$

$$I = -\dot{q}$$

ו- $I = -\dot{q}$ (ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית פשוטה.

$$q(t) = A \cos(\omega t + \phi) ; \omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

$$E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C} + \frac{1}{2} LI^2$$

האנרגיה האגורה במעגל:

(האנרגיה הכוללת נשמרת)

מעגל RLC

משוואת המעגל:

$$I = -\dot{q} ; \frac{q}{C} + R\dot{q} + \frac{1}{L} \int I dt = 0$$

(ניתן גם להגיע לאותה משוואה על הזרם)

המשוואה היא משוואה של תנועה הרמונית מרוסנת. נגדיר $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$\Gamma = \frac{R}{2L}$$

הפתרון מתחלק לשלושה מקרים:

מקרה 1 - ריסון חזק: $\Gamma > \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\lambda_1 t} + Be^{-\lambda_2 t}$$

$$\lambda_{1,2} = \Gamma \pm \sqrt{\Gamma^2 - \omega_0^2}$$

מקרה 2 - ריסון קריטי: $\Gamma = \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\omega_0 t} + Bte^{-\omega_0 t}$$

בריסון קריטי קצב הדעיכה הוא הגבוה ביותר

משלושת המקרים.

מקרה 3 - ריסון חלש: $\Gamma < \omega_0$

$$q(t) = Ae^{-\Gamma t} \cos(\tilde{\omega} t + \phi)$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

$$\tilde{\omega} = \sqrt{\omega_0^2 - \Gamma^2}$$

ניתן למצא פוטנציאל וקטורי מתוך שדה מגנטי במקרים סימטריים באמצעות אינטגרל מסלולי:

$$\oint \vec{A} \cdot d\vec{l} = \int \vec{B} \cdot d\vec{s}$$

תנאי שפה לפוטנציאל הוקטורי:

כל רכיבי הפוטנציאל הוקטורי רציפים.

פיתוח מולטיפולי עד לסדר שני: סדר ראשון תמיד מתאפס

$$\vec{A}_{\text{dip}}(\vec{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{m} \times \vec{r}}{r^2}$$

והסדר השני הוא:

כאשר $\vec{m}$ הוא מונט הדיפול המגנטי של המערכת.

GOOL

הפוטנציאל הוקטורי

חומרים פאראמגנטיים: חומרים המחזקים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים בעלי אטומים עם מס אלק' לא זוגי, לאטומים אלו דיפול מגנטי כתוצאה מסיבוב האלקטרון ה"נוסף".

הדיפולים מתיישרים לכיוון השדה החיצוני ומגבירים אותו.

חומרים דיאמגנטיים: חומרים המקטינים את השדה החיצוני.

בד"כ חומרים ללא מומנט דיפול טבעי של האטומים.

נוכחות השדה החיצוני גורמת ליצירת מומנט דיפול הפוך לשדה הקיים (על ידי שינוי מהירות הסיבוב של האלקטרון) ובכך להחלשת השדה החיצוני.

חומרים פרומגנטיים: חומרים בהם הקיטוב המגנטי נשמר גם כאשר השדה החיצוני נפסק.

הקיטוב תלוי "בהיסטוריה" של החומר.

אפקט פרומגנטי << דיאמגנטי >> פאראמגנטי.

וקטור המגנטיזציה $\vec{M}$: מומנט דיפול ליחידת נפח בחומר

$$\vec{M} = N \vec{m}_1$$

(יחידות של מומנט דיפול מגנטי חלקי נפח): $\vec{M} = N \vec{m}_1$

N הוא מספר הדיפולים ליחידת נפח בחומר.

$\vec{m}_1$ הוא מומנט הדיפול של דיפול יחיד בחומר.

מומנט הדיפול הכולל של החומר:

$$\vec{m} = \int \vec{M} dV$$

צפיפות זרם קשורה: ניתן לחשב את השדה המגנטי שיוצרים הדיפולים באמצעות חישוב השדה של צפיפות זרם קשורה.

$$\vec{j}_b = \vec{\nabla} \times \vec{M} ; \vec{k}_b = \vec{M} \times \hat{n}$$

ו- $\hat{n}$ וקטור המאונך לשפת החומר וכפלי חוץ.

צפיפות זרם כוללת וחופשית: ניתן להפריד את צפיפות הזרם הכוללת לשני חלקים

$$\vec{j}_T = \vec{j}_b + \vec{j}_{\text{free}}$$

כאשר $\vec{j}_{\text{free}}$ היא צפיפות הזרם הנובעת ממטענים החופשיים לזוו בחומר ו- $\vec{j}_b$ נובעת מהמגנטיזציה.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

הוקטור $\vec{H}$ מקיים את חוק אמפר עבור הזרמים החופשיים:

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = \vec{j}_{\text{free}} ; \oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{in free}}$$

הדיברגנט של $\vec{H}$:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

חומרים לינארים: $\vec{M} = \chi_m \vec{H} ; \vec{B} = \mu \vec{H}$

כאשר χ_m היא הסוסטביליות המגנטית, תכונה שתלויה בחומר ובדרכי קבועה. μ היא הפרמביליות המגנטית כך ש: $\mu = \mu_0 (1 + \chi_m)$

תנאי שפה:

$$H_{2\perp} - H_{1\perp} = -(M_{2\perp} - M_{1\perp})$$

$$\vec{H}_{2\parallel} - \vec{H}_{1\parallel} = \vec{k}_{\text{free}} \times \hat{n}_{1 \rightarrow 2}$$

$$B_{2\perp} = B_{1\perp}$$

$$\vec{B}_{2\parallel} - \vec{B}_{1\parallel} = \vec{k}_T \times \hat{n}_{1 \rightarrow 2}$$

הכי נוח להשתמש בתנאים 1-2 ו-3 ואלו מספיקים בשביל למצא את כל הרכיבים של כל השדות בהנחת הלינאריות או בהיתן המגנטיזציה.

מודל המטען המגנטי:

אם $\vec{j}_{\text{free}} = 0$ שדה משמר וניתן להגדיר פונקציית פוטנציאל מגנטי:

$$\vec{H} = -\vec{\nabla} \phi_m$$

את הפוטנציאל (או השדה) ניתן למצא כמו שמוצאים פוטנציאל באלקטרוסטטיקה ממטען (באמצעות חוק גאוס, חוק קולון, משוואת לפלאס או כל שיטה אחרת), כאשר "המטען" המגנטי הוא:

$$\rho_m = -\vec{\nabla} \cdot \vec{M}$$

משוואת לאפלאס: $\vec{\nabla}^2 \phi_m = -\rho_m$

המודל תקף גם אם יש $\vec{k}_{\text{free}}$ (זרם חופשי על השפה).

המודל תקף גם עבור חומרים לא לינאריים.

GOOL

גלים והתאבכות גלים

מהירות גל מחזורי:

$$v = \lambda f$$

λ - אורך הגל. f - תדירות הגל.

חוק השבירה:

$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

θ - הזוויות בין הקרן הפוגעת/ מוחזרת לאנך למשטח.

n - מקדם השבירה של כל תווך.

v - מהירות הגל בכל תווך.

גל עומד במיתר שקצותיו קשורים:

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

$$\ell = n \frac{\lambda}{2}$$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המקסימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמקסימום מסדר n .
 L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למקסימום מסדר n .
 n – סדר קו המקסימום. λ – אורך הגל.
 d – המרחק בין החריצים.
קווי מינימום בהתאבכות משני מקורות שווים-מופע:

$$\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = \left(n - \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda}{d}$$

θ_n – זווית הסטייה של האור המגיע לנק' המינימום n ביחס לכיוון המאונך למישור החריצים.
 X_n – המרחק בין אמצע הלוח והמינימום מסדר n .
 L_n – המרחק בין המרכז של החריצים למינימום מסדר n .
 λ – אורך הגל. d – המרחק בין החריצים.

נוסחת יאנג:
 $\frac{\Delta X}{L} = \frac{\lambda}{d}$
 ΔX – רוחב פס האור. L – מרחק האנך למסך מהחריצים.
 λ – אורך הגל. d – המרחק בין החריצים.
קווי מקסימום בהתאבכות בסריג עקיפה:

$$\sin \theta_n = n \frac{\lambda}{d} = n \cdot \lambda$$

θ_n – הזווית למקסימום מסדר n .
 d – המרחק בין שני חריצים צמודים. N – קבוע הסריג.
קווי צומת בעקיפה בסדר יחיד:
 $\sin \theta_n = \frac{X_n}{L_n} = n \frac{\lambda}{w}$
 θ_n – הזווית למינימום מסדר n .
 X_n – מרחק מרכז המינימום מסדר n למרכז המקסימום המרכזי. L_n – המרחק בין החריץ למינימום מסדר n .
 w – רוחב החריץ.

עוצמה של גלי קול ביחס לסף השמע:
 $\frac{I_a}{I_0} = 10^{\left(\frac{\alpha}{10}\right)}$
כאשר I_a היא עוצמת הקול של α דציבל. I_0 – סף השמע של אדם.
ניתן לרשום גם את היחס בין העוצמות של שני דציבלים
סונים α ו- β :
 $\frac{I_a}{I_b} = 10^{\left(\frac{\alpha-\beta}{10}\right)}$
האנרגיה של גל קול:
 $E = I \cdot S \cdot t$
 E – האנרגיה הכוללת של גל קול. I – העוצמה בדציבל.
 S – שטח החתך בו הגל פוגע.
 t – משך הזמן שהקול פוגע בשטח החתך.

חוק סנל

חוק סנל:
 $n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$
כאשר n הם מקדמי השבירה של התווך ו- θ הן הזוויות בין הקרן שפוגעת/מוחזרת לבין האנך למשטח.

גלים אלקטרומגנטיים

משוואות הגלים בריק ($\rho = J = 0$):

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2}; \quad \vec{\nabla}^2 \vec{B} = \frac{1}{c^2} \frac{d^2 \vec{B}}{dt^2}$$
 c היא מהירות האור כאשר $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0$.
- למשוואות מגיעים ממשוואות מקסוול.
- המשוואה מתקיימת עבור כל רכיב בנפרד:

$$\vec{\nabla}^2 \vec{E} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 \vec{E}}{dt^2} \Rightarrow$$
כנל: $\vec{\nabla}^2 E_x = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_x}{dt^2}; \vec{\nabla}^2 E_y = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_y}{dt^2}; \vec{\nabla}^2 E_z = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d^2 E_z}{dt^2}$
- תזכורת ללאפליאן:

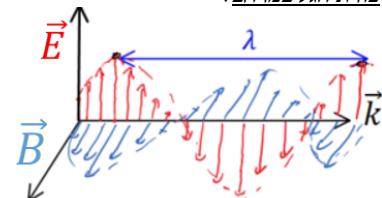
$$\vec{\nabla}^2 E_i = \frac{\partial^2 E_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_i}{\partial z^2}$$
פתרון המשוואה עבור רכיב כלשהו של $\vec{E}$ או של $\vec{B}$:

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$$
 $\vec{k} = (k_x, k_y, k_z)$ הוא וקטור הגל, כיוונו הוא כיוון התקדמות הגל.

$\vec{k} \cdot \vec{r} = k_x x + k_y y + k_z z$
 $\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$ היא התדירות הזוויתית
כאשר f היא התדירות בהרץ ו- T הוא זמן המחזור.
- הקוסינוס בפתרון זהה לכל הרכיבים של השדה החשמלי והמגנטי, ההבדל בין הרכיבים הוא רק במקדם A_i .
איד למצא שדה מגנטי מחשמלי ולחפץ:

$$\vec{B} = \frac{1}{c} \hat{k} \times \vec{E}; \quad \vec{E} = c \vec{B} \times \hat{k}$$

צורת הגל במרחב:



- השדה החשמלי תמיד מאונך לשדה המגנטי ושניהם תמיד מאונכים לכיוון התקדמות הגל.

λ הוא אורך הגל (המרחק בין שיא לשיא): $|k| = \frac{2\pi}{\lambda}$

יחס הדיספרסיה:
 $\omega = c|k|$
היחס מתקבל מהצבה של הפתרון במשוואת הגלים.

פתרון נוסף (עם פלוס):

$$E_i(\vec{r}, t) = A_i \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t)$$
במקרה הזה הגל מתקדם בכיוון הפוך ל- $\vec{k}$

וקטור פוינטינג והאנרגיה האגורה בשדות GOOL
אנרגיה אלקטרו מגנטית האגורה בשדות:

$$U = \int \left(\frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0} \right) dv$$

צפיפות האנרגיה (אנרגיה ליח' נפח): $u_{em} = \frac{\epsilon_0 (\vec{E})^2}{2} + \frac{(\vec{B})^2}{2\mu_0}$
וקטור פוינטינג:

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B}$$

שטף האנרגיה ליחידת שטח וליחידת זמן.
הקשר בין האנרגיה לוקטור פוינטינג בריק:

$$\oint \vec{S} \cdot d\vec{s} = - \frac{dU}{dt}$$

בצד שמאל עושים אינטגרל של הוקטור פוינטינג על משטח סגור (שטף) ובצד ימין גוזרים בזמן את האנרגיה האגורה בשדות בנפח הכלוא במשטח.

הקשר הדיפרנציאלי בריק:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{S} = - \frac{du_{em}}{dt}$$